

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $3 \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

2. 두 집합

$A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 4\}$

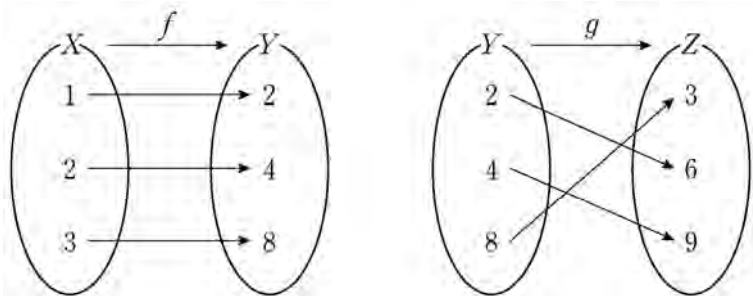
에 대하여 집합 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8^{n+1} - 4^n}{8^n + 3}$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

4. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

5. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

6. 실수 x 에 대한 두 조건

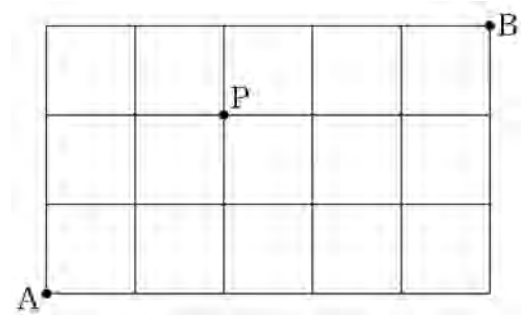
$$p : x^2 + 2x - a = 0, \quad q : x - 3 = 0$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 12 ③ 9 ④ 6 ⑤ 3

7. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다.

이 도로망을 따라 A 지점에서 출발하여 P 지점을 지나 B 지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

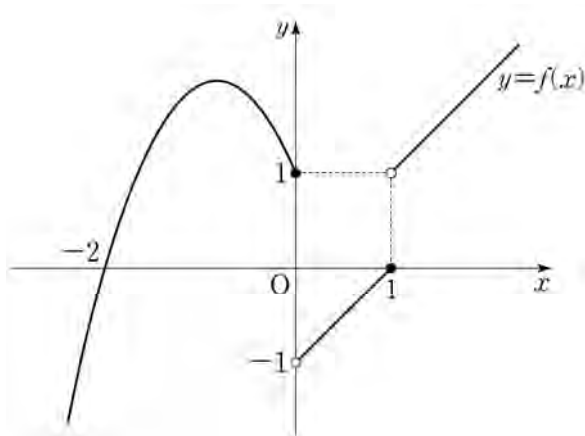
8. 자연수 8을 4개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

10. 닫힌 구간 $[-1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 3x + 5$ 의
최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

11. 두 함수

$$f(x) = x^3 + 1, \quad g(x) = x - 4$$

에 대하여 $(g^{-1} \circ f)(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 실수 a 에 대하여 명제

$$'a \geq \sqrt{3} \text{ 이면 } a^2 \geq 3 \text{ 이다.}'$$

의 대우는? [3점]

- ① $a^2 < 3$ 이면 $a > \sqrt{3}$ 이다.
 ② $a^2 < 3$ 이면 $a < \sqrt{3}$ 이다.
 ③ $a^2 \leq 3$ 이면 $a \leq \sqrt{3}$ 이다.
 ④ $a > \sqrt{3}$ 이면 $a^2 \leq 3$ 이다.
 ⑤ $a \geq \sqrt{3}$ 이면 $a^2 < 3$ 이다.

13. 함수 $y = \frac{4x-5}{x-1}$ 의 그래프의 두 점근선의 교점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-5x+a}{x-3} & (x \neq 3) \\ b & (x = 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

15. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 이차방정식

$$x^2 - 14x + 24 = 0 \text{의 두 근이 } a_3, a_8 \text{이다. } \sum_{n=3}^8 a_n \text{의 값은? [4점]}$$

- ① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

16. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & (x \leq -2) \\ 2x & (x > -2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

17. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t > 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - 12t + k \quad (k \text{는 상수})$$

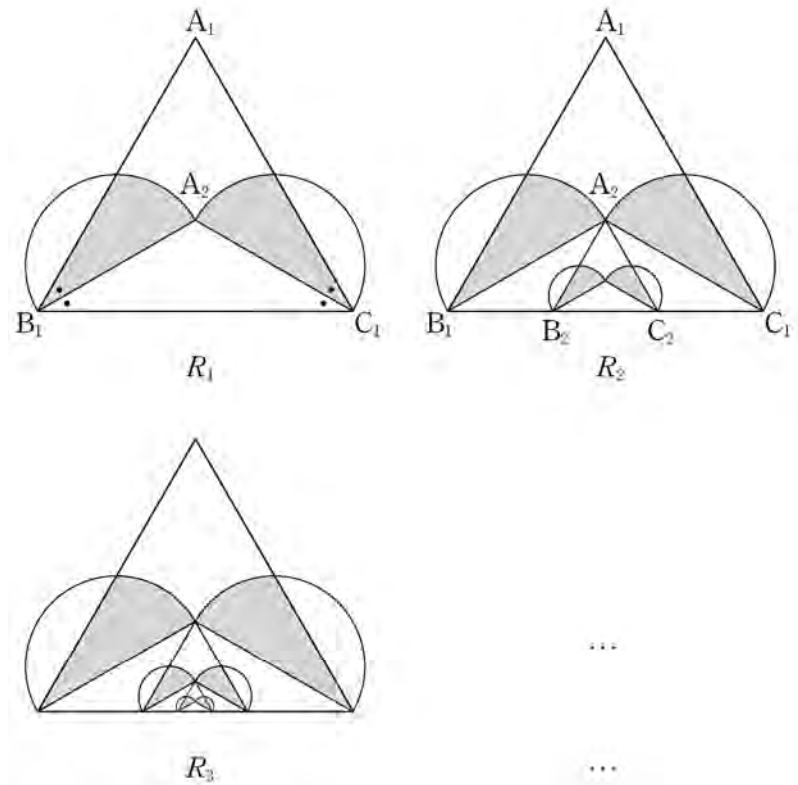
이다. 점 P의 운동 방향이 원점에서 바뀔 때, k 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

18. 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이 $\angle A_1B_1C_1$ 의 이등분선과 $\angle A_1C_1B_1$ 의 이등분선이 만나는 점을 A_2 라 하자. 두 선분 B_1A_2 , C_1A_2 를 각각 지름으로 하는 반원의 내부와 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 의 내부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 A_2 를 지나고 선분 A_1B_1 에 평행한 직선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 B_2 , 점 A_2 를 지나고 선분 A_1C_1 에 평행한 직선이 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 C_2 라 하자. 그림 R_1 에 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 내부에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{9\sqrt{3}+6\pi}{16}$ ② $\frac{3\sqrt{3}+4\pi}{8}$ ③ $\frac{9\sqrt{3}+8\pi}{16}$
 ④ $\frac{3\sqrt{3}+2\pi}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}+6\pi}{8}$

19. 다음은 x 에 대한 다항식 $(x+a^2)^n$ 과 $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수가 같게 되는 두 자연수 a 와 $n(n \geq 4)$ 의 값을 구하는 과정의 일부이다.

$(x+a^2)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수는 a^2n 이다.

$(x^2-2a)(x+a)^n = x^2(x+a)^n - 2a(x+a)^n$ 에서

$x^2(x+a)^n$ 을 전개하면 x^{n-1} 의 계수는 $\boxed{\text{(가)}} \times a^3$ 이고,

$2a(x+a)^n$ 을 전개하면 x^{n-1} 의 계수는 $2a^2n$ 이다.

따라서 $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수는

$$\boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$$

이다. 그러므로

$$a^2n = \boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$$

이고, 이 식을 정리하여 a 를 n 에 관한 식으로 나타내면

$$a = \frac{18}{\boxed{\text{(나)}}}$$

이다. 여기서 a 는 자연수이고 n 은 4 이상의 자연수이므로

$$n = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f(k)+g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 16 ③ 22 ④ 28 ⑤ 34

20. 함수

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - kx^2 + 1 \quad (k > 0 \text{인 상수})$$

의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선 l , m 의 기울기가 모두 $3k^2$ 이다. 곡선 $y=f(x)$ 에 접하고 x 축에 평행한 두 직선과 접선 l , m 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24일 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

21. 함수

$f(x) = \frac{k}{x-11} + 6 \quad (k \geq 36)$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k 의 개수는?
[4점]

$|f(x)| \leq y \leq -x+5$ 인 두 자연수 x, y 의 모든 순서쌍 (x, y) 의 개수는 2 이상 4 이하이다.

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

단답형

22. ${}_6C_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 5x^5 + 3x^3 + x$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오.
[3점]

24. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 A 에 대하여

$$\{1, 2, 3\} \cap A = \emptyset$$

을 만족시키는 모든 집합 A 의 개수를 구하시오. [3점]

25. $\log_3 \frac{9}{2} + \log_3 6$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 첫째항이 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_3}{a_2} - \frac{a_6}{a_4} = \frac{1}{4}$$

일 때, $a_5 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후, y 축에 대하여 대칭이동 하였더니 함수 $y = \sqrt{-2x+9}+6$ 의 그래프와 일치하였다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

28. 흰 공 3개, 검은 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어, 꺼낸 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 m, n 이라 하자. 이 시행에서 $2m \geq n$ 일 때, 꺼낸 흰 공의 개수가 2일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{b_n\}$ 은

$$b_1 = a_1$$

이고, 2이상의 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} b_{n-1} + a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1} - a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10} = a_{10}$ 일 때, $\frac{b_8}{b_{10}} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(\alpha) = g(\alpha)$ 이고 $f'(\alpha) = g'(\alpha) = -16$ 인 실수 α 가 존재한다.

(나) $f'(\beta) = g'(\beta) = 16$ 인 실수 β 가 존재한다.

$g(\beta+1) - f(\beta+1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.