

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 4)$, $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

2. $\sin \frac{7\pi}{3}$ 의 값은? [2점]
- ① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x}$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고
- $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{9}$
- 일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]
- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

5. 함수 $f(x) = e^x(2x+1)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① $8e$ ② $7e$ ③ $6e$ ④ $5e$ ⑤ $4e$

7. 자연수 8을 4개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

6. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = t^2 + 2, \quad y = t^3 + t - 1$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

8. 부등식

$$2\log_2|x-1| \leq 1-\log_2\frac{1}{2}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 함수 $f(x)=\frac{1}{x+3}$ 에 대하여 $\lim_{h\rightarrow 0}\frac{f'(a+h)-f'(a)}{h}=2$ 를
만족시키는 실수 a 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

10. 주축의 길이가 4인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 의 점근선의 방정식이

$y=\pm\frac{5}{2}x$ 일 때, a^2+b^2 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

11. 두 벡터 $\vec{a} = (3, 1)$, $\vec{b} = (4, -2)$ 가 있다.
 벡터 $\vec{v}$ 에 대하여 두 벡터 $\vec{a}$ 와 $\vec{v} + \vec{b}$ 가 서로 평행할 때,
 $|\vec{v}|^2$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\int_1^x f(t) dt = x^2 - a\sqrt{x} \quad (x > 0)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

13. 이틀 동안 진행되는 어느 축제에 모두 다섯 개의 팀이 참가하여 공연한다. 매일 두 팀 이상이 공연하도록 다섯 팀의 공연 날짜와 공연 순서를 정하는 경우의 수는? (단, 공연은 한 팀씩 하고, 축제 기간 중 각 팀은 1회만 공연한다.) [3점]

- ① 180 ② 210 ③ 240 ④ 270 ⑤ 300

14. $\int_2^6 \ln(x-1)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $4\ln 5 - 4$ ② $4\ln 5 - 3$ ③ $5\ln 5 - 4$
 ④ $5\ln 5 - 3$ ⑤ $6\ln 5 - 4$

15. 그림과 같이 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 3장씩 12장이 있다. 이 12장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 중에 같은 숫자가 적혀 있는 카드가 2장 이상일 확률은? [4점]



- ① $\frac{12}{55}$ ② $\frac{16}{55}$ ③ $\frac{4}{11}$ ④ $\frac{24}{55}$ ⑤ $\frac{28}{55}$

16. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + k & (x \leq 2) \\ \ln(x-2) & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 직선 $y=x+t$ 와 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t=a$ 에서 불연속인 a 의 값이 한 개일 때, k 의 값은? [4점]

- ① -2 ② $-\frac{9}{4}$ ③ $-\frac{5}{2}$ ④ $-\frac{11}{4}$ ⑤ -3

17. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 같으면 한 개의 동전을 4번 던지고, 나온 눈의 수가 다르면 한 개의 동전을 2번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 때, 동전을 4번 던졌을 확률은? [4점]

- ① $\frac{3}{23}$ ② $\frac{5}{23}$ ③ $\frac{7}{23}$ ④ $\frac{9}{23}$ ⑤ $\frac{11}{23}$

18. 좌표평면에서 점 P는 시각 $t=0$ 일 때 $(0, -1)$ 에서 출발하여 시각 t 에서의 속도가

$$\vec{v} = (2t, 2\pi \sin 2\pi t)$$

이고, 점 Q는 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 시각 t 에서의 위치가

$$Q(4\sin 2\pi t, |\cos 2\pi t|)$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q가 만나는 횟수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 다음은 x 에 대한 다항식 $(x+a^2)^n$ 과 $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수가 같게 되는 두 자연수 a 와 $n(n \geq 4)$ 의 값을 구하는 과정의 일부이다.

$(x+a^2)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수는 a^2n 이다.

$(x^2-2a)(x+a)^n = x^2(x+a)^n - 2a(x+a)^n$ 에서

$x^2(x+a)^n$ 을 전개하면 x^{n-1} 의 계수는 $\boxed{\text{(가)}} \times a^3$ 이고,

$2a(x+a)^n$ 을 전개하면 x^{n-1} 의 계수는 $2a^2n$ 이다.

따라서 $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서 x^{n-1} 의 계수는

$$\boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$$

이다. 그러므로

$$a^2n = \boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$$

이고, 이 식을 정리하여 a 를 n 에 관한 식으로 나타내면

$$a = \frac{18}{\boxed{\text{(나)}}}$$

이다. 여기서 a 는 자연수이고 n 은 4 이상의 자연수이므로

$$n = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f(k)+g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 16 ③ 22 ④ 28 ⑤ 34

20. 양수 a 와 실수 b 에 대하여 함수 $f(x) = ae^{3x} + be^x$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

(가) $x_1 < \ln \frac{2}{3} < x_2$ 를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2 에

대하여 $f''(x_1)f''(x_2) < 0$ 이다.

(나) 구간 $[k, \infty)$ 에서 함수 $f(x)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 m 이라 할 때,

$$f(2m) = -\frac{80}{9} \text{ 이다.}$$

- ① -15 ② -12 ③ -9 ④ -6 ⑤ -3

21. 최고차항의 계수가 1 인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$F(x) = \ln|f(x)|$$

라 하고, 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여

$$G(x) = \ln|g(x) \sin x|$$

라 하자.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)F'(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F'(x)}{G'(x)} = \frac{1}{4}$$

일 때, $f(3)+g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 57 ② 55 ③ 53 ④ 51 ⑤ 49

단답형

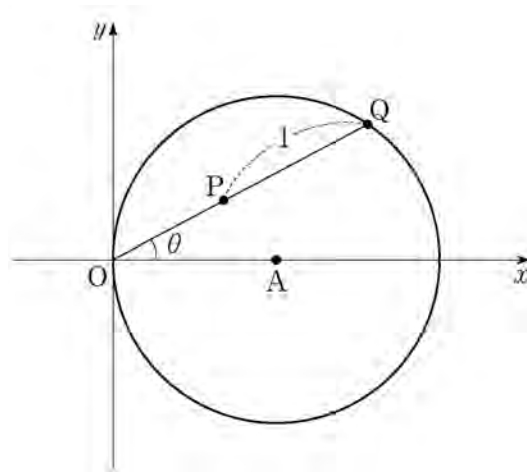
22. ${}_6C_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = \sqrt{x^3+1}$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24. $\int_2^4 2e^{2x-4} dx = k$ 일 때, $\ln(k+1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 좌표평면에 점 $A(1, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 원 위의 점 Q 에 대하여 $\angle AOQ = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{3}$)라 할 때, 선분 OQ 위에 $\overline{PQ} = 1$ 인 점 P 를 정한다. 점 P 의 y 좌표가 최대가 될 때 $\cos \theta = \frac{a + \sqrt{b}}{8}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, O 는 원점이고, a 와 b 는 자연수이다.) [4점]



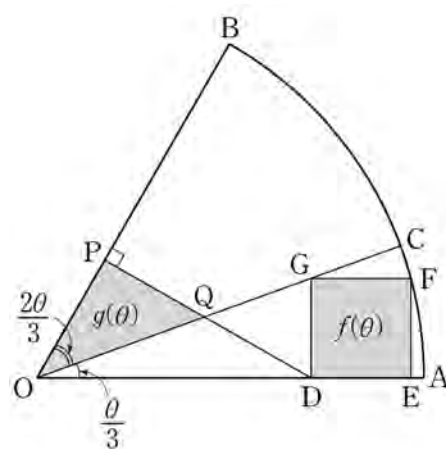
25. 좌표평면 위의 점 $(6, 3)$ 을 지나고 벡터 $\vec{u} = (2, 3)$ 에 평행한 직선이 x 축과 만나는 점을 A , y 축과 만나는 점을 B 라 할 때, $\overline{AB}^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 부분집합을 두 개 선택할 때, 선택한 두 집합이 서로 같지 않은 경우의 수를 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 θ 인 부채꼴 OAB 에서 호 AB 의 삼등분점 중 점 A 에 가까운 점을 C 라 하자. 변 DE 가 선분 OA 위에 있고, 꼭짓점 G, F 가 각각 선분 OC , 호 AC 위에 있는 정사각형 $DEFG$ 의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. 점 D 에서 선분 OB 에 내린 수선의 발을 P , 선분 DP 와 선분 OC 가 만나는 점을 Q 라 할 때, 삼각형 OQP 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta \times g(\theta)} = k$ 일 때, $60k$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고, $\overline{OD} < \overline{OE}$ 이다.) [4점]



29. 좌표평면에서 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점을 A , 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 한 점을 B 라 할 때, 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$$

$$(나) \quad |\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 = 20$$

$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 의 최솟값은 m 이고 이때 $|\overrightarrow{OP}| = k$ 이다. $m + k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 a 와 함수 $f(x) = \ln(x^4 + 1) - c$ ($c > 0$ 인 상수)에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt$$

라 하자. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)이다.

$a = \alpha_1$ 일 때, 함수 $g(x)$ 와 상수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 극솟값을 갖는다.

$$(나) \quad \int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x) dx = k \alpha_m \int_0^1 |f(x)| dx$$

$mk \times e^c$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.