

모의 논술고사 문제지 (자연계열)

[논술고사 시간 : 2시간]

모집단위	학부.과	수험번호	성명
------	------	------	----

【 수험생 유의사항 】

1. 수험번호, 성명 등 자신의 신상과 관련된 사항을 답안에 드러낼 경우 부정행위로 간주함.
2. 문제지와 답안지의 문제번호가 일치하는지 반드시 확인할 것(불일치 시 0점 처리).
3. 풀이과정을 반드시 기술할 것. 기술의 형식과 내용은 평가의 주요 요소임.



[문제 1] (85점)

좌표공간에서 네 점 $A(0, 0, 0)$, $B(a, a, 0)$, $C\left(\frac{3a}{4}, \frac{a}{4}, a\right)$, $D\left(\frac{a}{4}, \frac{3a}{4}, a\right)$ 를 꼭짓점으로 하는 사면체가 있다. 이 사면체에서 두 평면 $z=0$ 과 $z=b$ 사이에 있는 부분의 부피를 구하여라. (단, $0 \leq b \leq a$ 이다.)

[문제 2] (95점)

시럽이 집의 현관문에는 0에서 9까지의 숫자로 이루어진 비밀번호를 입력해야 잠금이 해제되는 잠금장치가 있다. 이 잠금장치는 단 하나의 비밀번호로 잠금이 해제되며, 비밀번호를 3번 연속으로 잘못 입력하면 경보음이 울린다. 시럽이는 비밀번호는 잊어버렸으나, 비밀번호에 대한 다음의 단서를 기억한다.

- 1) 비밀번호는 n 자리이다. (단, n 은 3 이상인 고정된 자연수이다.)
- 2) 비밀번호에는 서로 다른 3개의 홀수가 쓰인다.
- 3) 비밀번호의 첫 번째 숫자는 1이다.

시럽이는 이 단서를 활용하여 매번 다른 번호를 시도하여 잠금장치를 해제하려고 한다. 이때, 시럽이가 잠금장치의 경보음이 울리기 전에 현관문을 열 확률을 구하여라.

[문제 3] (105점)

좌표평면에서 제1사분면에 있는 점 P 가 점 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원 위에 있다. 이때, 점 Q 의 좌표를 $(-2, 0)$ 이라 하고, $\angle PQB = \theta$ 라 하자. 선분 PQ 와 선분 QB 와 호 BP 로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하여라.

[문제 4] (총 115점)

다음 물음에 답하여라.

(a) $x > 0$ 일 때,

$$20(a-1)x - (4+a) + (4+a)\cos x > 0$$

가 성립함을 보여라. (단, a 는 2 이상의 자연수이다.) (25점)

(b) 다음 조건을 만족시키는 두 자연수 a , b 의 순서쌍 (a, b) 를 모두 구하여라. (90점)

두 함수 $y = -b \sin x$ 와 $y = 10(a-1)x^2 - (4+a)x$ 의 그래프의 교점의 개수는 1개이다.