

BECAUS





2024학년도 중앙대학교 논술가이드북(자연계열)

입학처장 메시지	04
----------	----

I. 2024학년도 중앙대학교 논술전형 안내

1. 모집단위와 모집인원	14
2. 지원자격	14
3. 전형일정	15
4. 수능최저학력기준	15
5. 전형방법	16
6. 합격자 결정	17
7. 제출서류 및 방법	17

II. 2023학년도 논술전형 결과 분석

1. 모집인원 및 경쟁률	20
2. 지원자 및 합격자 분포	22
3. 논술/교과 성적 현황	24

III. 논술의 이해와 대비법

1. 중앙대학교 자연계열 논술은?	28
2. 자연계열 논술 문항의 구성	28
3. 논술 시험에 대한 조언과 중요한 TIP	29
4. 2023학년도 논술전형 합격자가 들려주는 논술 대비법	30

IV. 실전 대비 모의논술 문제풀이

1. 2024학년도 모의논술 문제	33
2. 2024학년도 모의논술 해설	37

V. 2023학년도 수시모집 논술시험 기출문제 및 해설

1. 자연계열 I (1교시) 문제	47
2. 자연계열 I (1교시) 문제해설	50
3. 자연계열 II (2교시) 문제	54
4. 자연계열 II (2교시) 문제해설	57

입학처장 메시지



안녕하세요? 수험생 여러분!

반갑습니다. 저는 중앙대학교 입학처장을 맡고 있는 경영경제대학 응용통계학과 김영화 교수입니다.

AI를 중심으로 교육과 연구, 전 분야에서 시대를 이끌어갈 AI 세대를 육성하고 있는 중앙대학교가 2024 학년도 논술 가이드북을 출간합니다.

중앙대학교의 논술전형은 수험생의 논리적 사고력을 가늠하고 검증할 수 있는 훌륭한 도구로 오랫동안 그 명성을 인정받고 있습니다. 논리적으로 사고하고 서술하는 능력은 대학에서의 지식 습득은 물론, 사회에 진출해 수행할 직업 활동에서도 필수로 요구되고 활용되는 기본적인 자질입니다. 즉, 논리적 서술 능력은 대학 입학과 생활뿐만 아니라 새로운 AI 시대를 이끌어갈 수험생 스스로의 미래를 위해서도 배양해야만 하는 중요한 기초 소양이라고 할 수 있습니다.

중앙대학교는 2024학년도 수시모집 논술전형을 통해 478명의 신입생을 선발합니다. 인문계열 217명, 자연계열 261명을 모집하며, 전형 요소와 반영 비율은 논술 70%, 학생부 30%입니다. 학생부의 교과(성적)와 비교과(출결)를 반영하지만 합격에 미치는 영향은 크지 않으며, 논술시험을 충실히 준비한 학생이 좋은 평가를 받을 수 있도록 전형을 구성했습니다. 또한, 중앙대학교는 2024학년도 논술전형에서도 수험생의 입시 부담을 덜어 주고, 공교육 정상화에 기여하는 방향으로 문제를 출제할 것입니다.

중앙대학교는 수험생, 학부모님, 진학지도 선생님들의 불필요한 수고와 혼란을 방지하기 위해 그동안 논술 시험에 관한 모든 정보를 공개해 왔습니다. 올해도 중앙대학교는 다음 세 가지 원칙을 지킬 것입니다.

-
1. 출제 범위와 문제의 내용은 고등학교 교과 수준을 넘지 않는다.
 2. 고등학교 교육과정을 정상적으로 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 수준의 문제를 출제한다.
 3. 논술 문제, 예시 답안, 채점기준 등 평가에 관한 모든 정보를 공개한다.
-

중앙대학교는 금년 5월에 7,000여 명의 고등학생을 대상으로 모의 논술시험을 실시하여 30여 명의 교수진이 학생들의 답안을 평가·첨삭하였고, 그 내용을 논술 가이드북에 담았습니다. 그뿐만 아니라 과년도 기출문제, 출제 의도, 예시 답안, 채점 기준 등을 제시했으며, 감점이나 가산점의 요인까지 상세히 소개했습니다. 수험생들은 이를 통해 올해 치러질 2024학년도 중앙대학교 논술시험의 방향을 예측할 수 있을 뿐만 아니라 학교 교과 학습만으로도 충분히 논술시험을 준비할 수 있을 것이라는 자신감을 가지게 될 것입니다.

단언하건대, 중앙대학교 논술 가이드북은 중앙대학교 논술을 준비하는 학생들에게 가장 좋은 지침서이자 필독서입니다. 올해 중앙대학교 논술전형은 수능 최저학력기준 완화, 자연계열 과학논술 폐지 등의 변화가 있기 때문에 수험생, 학부모님과 진학지도 선생님들의 궁금증과 고민이 더욱 클 것이라 생각합니다. 이런 때일수록 논술 가이드북을 꼼꼼히 탐독하고 문제 유형과 답안 작성법을 익힌다면, 사교육의 도움 없이도 남들보다 앞서 좋은 성적을 거둘 수 있으리라 생각합니다.

2024학년도 중앙대학교 논술 가이드북이 인류 사회에 기여하는 창의인재로 거듭날 수험생 여러분을 미래 교육의 시작점이자 AI 시대를 넘어 AI 세대를 육성하는 ‘중앙대학교’로 안내할 것이라고 확신합니다.

힘든 입시 기간도 이제 얼마 남지 않았습니다. 건강을 잘 유지하며 끝까지 최선을 다해 좋은 결실을 거두시길 기원합니다.

가까운 미래에 봄꽃이 만개한 중앙대학교 캠퍼스에서 여러분을 만나길 고대하겠습니다.

감사합니다.

2023. 6

중앙대학교 입학처장 김영화



한국 의료 혁신의
중심에서
세계 의료를
선도하는 중앙

MEDICAL

새로운 시대를
치료하는
첨단 의술,
중앙입니다.

우리 대학에서 배출한 의료 인재는 메디컬 분야를 선도하고 있습니다. 국내 최고의 약학대학을 시작으로 반세기에 걸쳐 3,500여 명의 우수한 의료인을 배출한 의과대학은 건강한 사회를 만드는 데 이바지하고 있습니다. 더불어 중앙대학교병원과 중앙대학교광명병원은 최상의 진료와 연구, 교육으로 의학을 혁신하며 최고의 의료기관으로 자리 잡았습니다.

국내에서 약사를 가장 많이 배출한 대학

중앙대학교 약학대학

우리 학교 약학대학은 국내에서 가장 많은 약사를 배출한 약학 대학입니다. 1953년 개설된 이후 지금까지 약학 교육을 선도 중이며, 70년간 뛰어난 인재를 양성해 그 가치를 인정받았습니다. 최근 대학약사회에서 발표한 통계에서 약국 대표약사/근무약사는 중앙대 약대 출신 비율이 가장 높았으며, 제약 수출업 종사 약사 역시 1위를 기록했습니다. 여기에 만족하지 않고 우리 대학 약학연구소는 교육부 주관 대학 중점연구소 지원사업에 선정되는 등 새로운 연구인력 양성에도 박차를 가하고 있습니다.

명실상부 최고의 인재양성기관

- 최장 5년, 약학교육 평가인증 획득
- 평가영역 50개 항목 중 48개 항목(96%) 충족
- 약사국가시험 응시자격 획득



약학대학 동문회 활약상

- 대한약사회장, 경기도약사회장, 충청남도약사회장 연이어 배출
- 최광훈 대한약사회장
- 박정래 충청남도약사회장

우리 대학 제약업계 활약상

- 약국 대표약사/근무약사 1위
- 제약 수출업 종사약사 1위
- 제약 바이오 업계 CEO 15명 배출(전체 6.8%)



의과대학의 빛나는 연구력
교수 1인당 SCI급 국제논문 실적 전국 4위 기록

중앙대학교병원



첨단 의학의 시대, 새로운 간호 교육의 표준 중앙대학교 적십자간호대학

우리 대학 '간호학과'와 1920년 상하이 임시정부 때부터 대한적십자사가 운영했던 '적십자간호대학'이 합병해 2012년 신설된 적십자간호대학은 첨단 의료에 발맞춰 간호교육의 기준을 만들어 가고 있습니다. 구국정신을 이어받은 적십자간호대학은 의와 참의 정신 아래 환자와 가장 가까운 곳에서 안전하고 효과적인 의료 서비스를 제공하는 간호사를 양성하고 있습니다.

중앙대학교 간호학과, 국내 1위 기록

- 분야별·학과별 세계 순위 'GRAS'에서 국내 순위 1위 기록
- *GRAS: Global Ranking of Academic Subjects(상해교통대 발표)
- 2018년 GRAS 순위 진입 이후 지속적 성장세

적십자간호대학, '실습교육지원 사업' 우수사례기관 선정

- '표준형 우수사례' 기관 선정으로 선도 간호교육기관 기준 제시
- 시뮬레이션 실습환경을 구축 및 CAU 시뮬레이션 교육 진행

광명시 최초 지역거점 대형병원

중앙대학교 광명병원

중앙대학교광명병원이 'SS&C 블루프리즘 2023 Customer Excellence Awards'에서 'Best Newcomer' 상을 받았습니다. SS&C 블루프리즘은 사람이 하는 업무를 자동화함으로써 '휴먼 에러'를 감소시키고, 생산성을 높이는 소프트웨어 로봇시스템인 RPA(Robotic Process Automation) 개념을 세계 시장에 처음 제시한 기업입니다. 우리 병원은 지능형 RPA 도입 첫해에 비약적인 가치를 창출하고 업무 프로세스를 획기적으로 개선했다는 평가를 받아, 아시아-태평양 지역 의료기관 가운데 최초로 'Best Newcomer'를 수상했습니다.



미래를 선도하는 특성화 학문단위

변화를
리드하는
혁신의 노하우,
중앙입니다.

LEADING MAJOR 8

현재에 안주하지 않는 도전정신. 변화를 두려워하지 않는 자신감.
중앙에는 있습니다. 미래를 선도하는 특성화 학과로
급변하는 시대를 이끄는 창의인재를 양성하고 있는 중앙대학교.
지금, 중앙의 모습이 미래 중앙의 초석입니다.

공공인재학부 인문



국가 발전에 이바지하는 공공부문 인재 양성

민주적·효율적인 조직 운영 및 관리, 공공부문 문제해결을 위한 정책 결정 및 집행 등 국가 경영에 관련한 행정학과 정책학 과목을 중심으로 커리큘럼을 운영합니다.

- 행정학트랙, 정책학트랙
- 공기기업관리 연계전공, 공공규범 연계전공, 공공관리 연계전공

산업보안학과 인문+자연



창의융합형 산업보안 인재 양성

국내외 산업보안을 선도하는 학문단위로서 '기술의 보호'와 '산업의 보안'을 위해 요구되는 다차원적인 지식과 역량을 연구합니다.

- 산업보안 특성화학과 정부재정 지원(산업통상자원부)
- 블록체인서비스연구센터 운영(과학기술정보통신부)
- 메타버스 청정화 연구 사업단 유치(교육부)

첨단소재공학과 자연



미래 첨단소재산업의 주춧돌

데이터 기반 소재 해석 및 응용 개발에 중점을 두고 있습니다. 4차 산업 혁명 기술의 핵심인 하드웨어 소재를 연구·개발하고 제품 혁신을 이끄는 다빈치 리더를 육성합니다.

- 4차 산업혁명 시대에 부합하는 첨단소재 분야의 전공지식 교육
- 현장 인턴 프로그램 등 현장 맞춤형 교육

예술공학부 자연



창의적, 실험적, 개방적 예술공학인

소프트웨어를 기반으로 콘텐츠와 미디어를 설계할 수 있는 실용적 예술공학인, 인문학적 상상력과 예술적 감수성, 공학적 적용 능력을 융합할 수 있는 실험적 예술 공학인을 양성합니다.

- ERB(교육-연구-비즈니스) 학습 모델 기반의 교육과정 운영
- 예술공학 유관 기관과의 협약 체결을 통해 연구 및 교육 협업 체계 구축
- '디지털 휴먼' 관련 프로젝트 및 연구

게임개발트랙

Computer Game Development Track

영상특수효과트랙

Digital VFX Track

디지털아트트랙

Computer Generative Advertising Track

경영학부 글로벌금융전공 인문



글로벌 금융시장을 선도하는 허브

글로벌 금융시장을 선도하는 지식을 생산하고, 전문 인력을 양성하는 허브로서 경영학 전반은 물론, 재무금융 분야의 심화 지식을 교육합니다.

- 금융전문가트랙, 재무회계전문가트랙
- CFA, CPA, AICPA 등 관련 자격증 취득 지원
- GF참세미나, 전문가 Mentor Group

소프트웨어학부 자연



세상을 바꾸는 소프트웨어의 힘

소프트웨어학부는 2019년부터 소프트웨어대학으로 격상되어 세부 전공별 맞춤형 트랙 교육, 몰입형 코딩교육, 실천적 현장교육 중심의 혁신적인 교과과정을 운영하고 있습니다.

- Co-Op(기업 인턴십)을 통한 기업개발 프로젝트 참여
- 해외 교육·연구 기관과의 현장교육 네트워크 운영
- SW멘토링/튜터링 및 SW창업 발굴·지원

시학과 자연



국내 AI 기술의 혁신

중요한 AI 시대를 선도할 전문 인재를 양성하기 위해 2021년 시학과를 신설했습니다. 바른 윤리 의식 위에 기술 혁신을 주도할 창의 인재 양성을 합니다.

- AI대학원으로 연계되는 연속성 있는 교육과 연구 환경 제공
- 국내 최고 기업과의 산학협력 프로젝트 참여 기회 제공
- 실무 역량을 키우는 인턴십 프로그램 운영

융합공학부 자연



독창적 연구능력을 보유한 융합공학인

다양한 공학·과학 분야의 지식을 함양하고, 실무에 필요한 공학기술을 습득하며, 신개념 융합기술의 구현 및 국제사회의 융·복합 문제해결형 인재를 양성합니다.

- 나노소재공학, 바이오메디컬공학 세부 전공 운영
- 기초·응용 과학기술 개발 및 글로벌 네트워크를 통한 경쟁력 강화
- 학부 연구생 프로그램 활성화

국내 최대의 미래형 교육혁신 복합 공간

100주년 기념관(310관)

국내대학 건물 중 단일면적 최대 규모를 자랑하는 100주년 기념관은 지하 6층, 지상 12층 규모의 연면적 75,058㎡의 대형 건물입니다. 최첨단 및 대형 강의실, 각종 연구실과 동아리실뿐만 아니라 학생 식당과 카페 등의 문화 복지시설이 함께 구성되어 있습니다. 학습과 문화의 미래형 교육혁신 복합 공간에서 학생들은 다양한 시설을 마음껏 누리며 혁신을 위한 또 다른 발걸음을 내딛고 있습니다.

특별한 학습을 위한 교육혁신 공간

다빈치 클래스룸 | 다빈치러닝 수업을 위해

조성된 개별 맞춤형 학습 지원 공간

크리에이티브 콤플렉스 | 국내 최고의 창업 지원

원스톱 플랫폼으로 복합 창업지원 공간

융합콘텐츠라운지 | 교내 융합연구 네트워크

활성화를 위한 아이디어 공유 공간

다빈치 키움스퀘어 | 비교과 프로그램과 지원

시스템을 일원화한 학생-학교(부서) 간 소통 공간

100주년 기념관(310관)

국내 대학 중 단일면적 최대 규모

75,058㎡



THE NEW

혁신을 만드는 인프라, 중앙입니다.

15 Years
Development

○ 2009-2010

중앙도서관

2009년 증축 및
리모델링 완료

기숙사 블루미르홀 1차

2010년 완공

○ 2011-2013

약학대학 R&D센터

2011년 완공

교수연구동

2011년 증축 완료

더욱 새로운 연구·교육 공간

108관

교육공간의 추가 확보와 캠퍼스타운추진단의 사무공간 마련을 위해 108관을 신축했습니다. 2021년 8월에 착공하여 2023년 3월에 완공했으며 지하 1층부터 지상 7층까지 총 8층 규모로, 연면적 3395㎡의 대형 건물입니다. 강의실부터 도서관, 실습 준비실까지 다양한 활동을 할 수 있는 공간으로 구성되어 있습니다. 신축된 108관을 통해 학생들은 더욱 넓고 깨끗해진 공간에서 충분한 지원을 받으며 스스로의 가능성을 넓히며 미래를 더욱 다채롭게 개척해 가고 있습니다.

- 캠퍼스 추진사업단(1~2층)
- 적십자간호대실습준비실(3층)
- 사회교육처 강의실 및 교수실(3~5층)
- R&D 사업단(5층)
- 의학도서관(6~7층)

산학협력 연구·학습 복합 공간
2023.03 신축

01 108관

강의실부터 실습준비실까지
복합 연구·교육 공간

02 블루미르홀(308, 309관)

기숙사 총 1,157호실 2,408명 수용공간

03 창업발전소 Express

공유오피스부터 시제품전시실까지
창업 지원의 전 시설 보유



혁신적 미래를 만드는 중앙인을 위해 새로움을 마다하지 않는 중앙대학교.

끊임없는 공간의 개발은 혁신의 역사를 이어가는 중앙의 탄탄한 기반이 되고 있습니다.

○ 2014

병원 별관

2011년 완공

기숙사 퓨처하우스

2012년 완공

기숙사 블루미르홀 2차

2014년 완공

○ 2016-2020

100주년 기념관

2016년 완공

창업발전소
Express

2020년 완공

○ 2022

중앙대학교
광명병원

2022년 완공

○ 2023

108관

2023년 완공





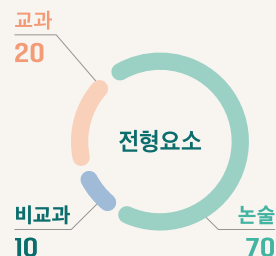
I. 2024학년도 중앙대학교 논술전형 안내

1. 모집단위와 모집인원	14
2. 지원자격	14
3. 전형일정	15
4. 수능최저학력기준	15
5. 전형방법	16
6. 합격자결정	17
7. 제출서류 및 방법	17

2024학년도 중앙대학교 논술전형 안내



- ▶ 논술 70%, 학생부 30%(교과 20% + 비교과(출결) 10%)로 선발하며, 수능최저학력기준 적용
- ▶ 고등학교 교육과정 내에서 출제하며 인문계열은 통합형, 자연계열은 단일 교과형(수학)으로 출제
(논술 가이드북을 통해 논술 기출문제, 예시답안, 채점기준 등 다양한 정보 공개)
- ▶ 교과: 석차등급 상위 5개 과목 반영
비교과(출결): 미인정 결석 1일 이하이면 만점



모집단위와 모집인원

계열	캠퍼스	대학	모집단위		모집인원	
인문	서울	인문	국어국문학과		6	
			영어영문학과		10	
			유럽문화학부	독일어문학	4	
				프랑스어문학	4	
				러시아어문학	4	
			아시아문화학부	일본어문학	4	
				중국어문학	4	
			철학과		5	
			역사학과		5	
		사회과학	정치국제학과		6	
			심리학과		8	
			문헌정보학과		4	
			사회복지학부		6	
			사회학과		7	
			도시계획·부동산학과		5	
			공공인재학부		15	
			미디어커뮤니케이션학부		9	
			사범	교육학과		5
				영어교육과		7
		경영경제	경제학부		11	
			응용통계학과		5	
			광고홍보학과		6	
			국제물류학과		5	
			경영학부	경영학	55	
				글로벌금융	6	
		적십자간호	간호학과(인문)		11	
		계		217		
자연	서울	자연과학	물리학과		5	
			화학과		5	
			생명과학과		6	
			수학과		5	
		공과	사회기반시스템공학부	건설환경플랜트공학	9	
				도시시스템공학	5	
			건축학부		10	
			에너지시스템공학부		10	
			화학공학과		10	
			기계공학부		23	
		창의ICT공과	전자전기공학부		25	
			융합공학부		10	
		소프트웨어	소프트웨어학부		20	
			AI학과		5	
		경영경제	산업보안학과(자연)		4	
		약학	약학부		25	
		의과	의학부		19	
		적십자간호	간호학과(자연)		13	
		다빈치	생명공학	생명자원공학부	동물생명공학	6
					식물생명공학	6
				식품공학부	식품공학	7
					식품영양	6
			시스템생명공학과		6	
			공과	첨단소재공학과		8
		예술공학	예술공학부		13	
		계		261		
		논술 총계				

지원자격

- 고등학교 졸업(예정)자, 2학년 수료예정자 중 상급학교 진학대상자 또는 관계 법령에 의하여 고등학교 졸업자와 동등 이상의 학력이 있다고 인정된 자

전형일정

1) 전형 전체 일정

구분	일시	비고
인터넷 원서접수	2023. 9. 12.(화) 10시 ~ 15.(금) 18시	
서류제출	2023. 9. 12.(화) ~ 19.(화)(우편발송 접수일 기준)	• 해당자에 한해 우편 제출
고사장 조회 및 수험생 유의사항 공고	2023. 11. 21.(화) 14시	• 본교 입학처 홈페이지에서 조회
논술고사	자연: 2023. 11. 25.(토) 인문: 2023. 11. 26.(일)	• 시험장소: 서울캠퍼스 내 고사장
최초 합격자 발표	2023. 12. 15.(금) 14시	• 세부 발표 및 등록 일정은 홈페이지 추후 공고
최초 합격자 문서 등록	2023. 12. 18.(월) ~ 21.(목)	
충원 합격자 발표	2023. 12. 22.(금) ~ 28.(목) 18시	
합격자 전체 등록금 납부	2024. 2. 7.(수) ~ 13.(화)	

※ 상기 일정은 전형 진행에 따라 변경될 수 있으며, 변경 시 본교 입학처 홈페이지 공고

2) 모집단위별 논술고사 일정

구분	11. 25.(토) - 자연계열		11. 26.(일) - 인문계열	
	대학	모집단위	대학	모집단위
1교시 (10:00 -12:00)	자연과학	물리학과, 화학과, 생명과학과, 수학과	경영경제	경영학부 전체, 경제학부, 응용통계학과, 광고홍보학과, 국제물류학과
	공과	사회기반시스템공학부 전체, 에너지시스템공학부, 건축학부, 화학공학과, 기계공학부, 첨단소재공학과		
	생명공학	생명자원공학부 전체, 식품공학부 전체, 시스템생명공학과		
	소프트웨어	소프트웨어학부, AI학과		
	예술공학	예술공학부		
	적십자간호	간호학과(자연)		
2교시 (14:00 -16:00)	창의ICT 공과	전자전기공학부, 융합공학부	사범	교육학과, 영어교육과
	경영경제	산업보안학과(자연)	인문	국어국문학과, 영어영문학과, 유럽문화학부 전체, 아시아문화학부 전체, 철학과, 역사학과
	약학	약학부	사회과학	정치국제학과, 공공인재학부, 심리학과, 문헌정보학과, 사회복지학부, 미디어커뮤니케이션학부, 사회학과, 도시계획·부동산학과
	의과	의학부	적십자간호	간호학과(인문)

※ 지원한 모집단위가 배정되어 있는 시험일 및 시간에 응시해야 함(타 시험시간에 응시할 경우 퇴실 조치)

※ 입실은 시험시작 40분 전까지 완료해야 하며, 시험 시작 이후 입실 불가

※ '코로나19' 관련 상황에 따라 전형 일정 및 진행 방법에 변동이 있을 수 있음. 자세한 내용은 수험생 유의사항과 본교 입학처 홈페이지 공지사항 참고

수능최저학력기준

● 2024학년도 대학수학능력시험의 등급을 반영하며 아래 기준을 충족해야 함

캠퍼스	계열	모집단위	영역별 기준	탐구영역 반영 방법	공통
서울	인문	전체	국어, 수학, 영어, 사/과탐	3개 영역 등급 합 6 이내	한국사 4등급 이내
		전체(약학부, 의학부 제외)	국어, 수학(미적분, 기하 중 택 1), 영어, 과탐	3개 영역 등급 합 6 이내	
	자연	약학부		4개 영역 등급 합 5 이내	
		의학부		2과목 평균 반영 ¹⁾	
다빈치		전체		2개 영역 등급 합 6 이내	상위 1과목 반영

¹⁾ 2과목 평균은 소수점 자리 버림 없이 그대로 반영(예시: 4개 영역 등급 합 5.5인 경우 미충족)

※ 영어 등급 반영 시 1등급과 2등급을 통합하여 1등급으로 간주하여 수능최저학력기준 충족여부를 산정

※ 제2외국어와 한문은 반영하지 않음

2024학년도 중앙대학교 논술전형 안내

전형방법

1) 전형요소: 논술 70% + 학생부 교과 20% + 학생부 비교과(출결) 10%

※ 전형 최고점 1,000점, 최저점 0점 기준

2) 학교생활기록부 반영 방법

① 학교생활기록부 성적 반영 대상: 지원자 전체(단, 비교내신 대상자 제외)

교과		비교과(출결)
반영 교과	반영 교과의 반영 방법	
국어, 수학, 영어, 사회, 과학교과	석차등급 상위 5개 과목의 환산점수 활용 ※ 석차등급이 없는 과목은 반영하지 않음 ※ 교과별/학년별 가중치 없음	미인정 결석 일수 기준으로 환산점수 반영

② 비교내신 대상 및 반영 방법

비교내신 대상	반영 방법
국내고교 2022년 2월 이전 졸업자(2022년 2월 졸업자 포함)	논술성적에 의한 비교내신 적용
검정고시 출신자, 외국고교 졸업(예정)자, 학교생활기록부가 없거나 학교생활기록부만으로 석차등급을 산출할 수 없는 자	

3) 논술

① 출제수준

- 고등학교 교육과정의 내용과 수준에 맞추어 출제
- 대학에서의 수학에 필요한 사고력과 쓰기 능력 측정에 중점을 둔 출제

② 출제유형

계열	논술유형	모집단위	출제유형	시험시간
인문	인문사회	인문대학, 사회과학대학, 사범대학, 간호학과(인문)	언어논술(3문항)	120분
	경영경제	경영경제대학 인문계열 모집단위 전체	언어논술(2문항), 수리논술(1문항)	
자연	자연	전 모집단위	수리논술(4문항)	

③ 출제범위

계열	논술유형	출제유형	교과	과목명
인문	인문사회/ 경영경제	언어논술	국어교과	국어, 화법과 작문, 문학, 독서, 언어와 매체
			사회교과	통합사회, 한국지리, 세계지리, 세계사, 동아시아사, 경제, 정치와 법, 사회·문화, 생활과 윤리, 윤리와 사상
	경영경제	수리논술	수학교과	수학, 수학 I, 수학 II, 확률과 통계
자연	자연	수리논술	수학교과	수학, 수학 I, 수학 II, 확률과 통계, 미적분, 기하

합격자 결정

- 1) 모집단위별 총점 순으로 합격자를 결정합니다.
- 2) 결시자는 불합격으로 처리합니다.
- 3) 본고 입학전형심사위원회의 심사 결과 결격자(지원자격 미충족자 포함)는 불합격으로 처리합니다.
- 4) 동점자 처리 기준

구분	동점자 처리 기준
인문	논술 총점 고득점자 → 2번 문항 점수 고득점자 → 1번 문항 점수 고득점자 → 3번 문항 점수 고득점자
자연 (약학부/의학부 포함)	논술 총점 고득점자 → 4번 문항 점수 고득점자 → 3번 문항 점수 고득점자 → 2번 문항 점수 고득점자 → 1번 문항 점수 고득점자

※ 동점자 처리 기준 적용 후에도 동점인 경우 전원 선발함

- 5) 적격자가 없는 경우 모집인원보다 적게 선발할 수 있습니다.

제출서류 및 방법

1) 제출서류

구분	제출대상	제출서류	세부내용	세부내용
필수	전체	학교생활기록부 및 관련 서류	- 온라인 제공 동의자*: 별도 제출 없음 - 그 외: 우편 제출 (2023. 9. 12.(화) ~ 19.(화))	- 국내고교: 학교생활기록부 (2022년 2월 이전 졸업자의 경우 졸업증명서로 제출 가능) - 외국고교: 졸업(예정)증명서 - 검정고시: 합격증명서

* 온라인 제공 동의: - 국내고: 2016년 2월 ~ 2024년 2월 졸업 학교생활기록부 온라인 제공 동의 지원자
- 검정고시: 2015년 1회차 ~ 2023년 1회차 검정고시 온라인 제공 동의 지원자

2) 서류제출 방법

- 서류제출 대상자는 '1) 제출서류' 표의 해당 서류를 아래 제출 방법에 따라 제출해야 합니다.

우편 제출	기한	2023. 9. 19.(화)까지 발송된 우편물까지 인정 ※ 마감 기준일: 우편발송 접수일(우편물에 찍힌 접수날짜 기준)
	대상 서류	'1) 제출서류'의 해당 서류
	방법	① 서류봉투에 '서류제출용 봉투표지'를 부착 ② '입학원서'와 함께 대상 서류를 밀봉하여 본고 입학처로 등기우편 발송 ※ 서류제출용 봉투표지: 원서접수 후 확인 페이지에서 출력 가능, 수신자 주소 기재되어 있음

※ 전체 서류제출 유의사항

- 모든 서류는 방문제출이 불가합니다.
- 영어 외의 외국어로 작성된 서류는 원본(또는 원본대조필된 사본)과 함께 공증받은 영문 또는 국문 번역서를 제출해야 합니다.
- 제출서류와 입학원서 인적사항 내용이 불일치하는 경우(개명했거나 주민등록번호가 변경된 지원자), '주민등록초본 1부'를 제출해야 합니다.
- 중앙대학교 학칙 제21조(입학허가 및 취소)에 의거하여, 대학전형 간 부정한 방법(제출서류의 허위기재, 위변조 등의 기타 부정행위)으로 지원하거나, 이에 동조하여 공정한 학생선발 업무를 방해한 경우 입학을 취소할 수 있습니다.
- 수험표는 우편 제출하지 않으며 전형 당일 신분증과 함께 지참해야 합니다.



II. 2023학년도 논술전형 결과 분석

1. 모집인원 및 경쟁률	20
2. 지원자 및 합격자 분포	22
3. 논술/교과 성적 현황	24





2023학년도 논술전형 결과 분석

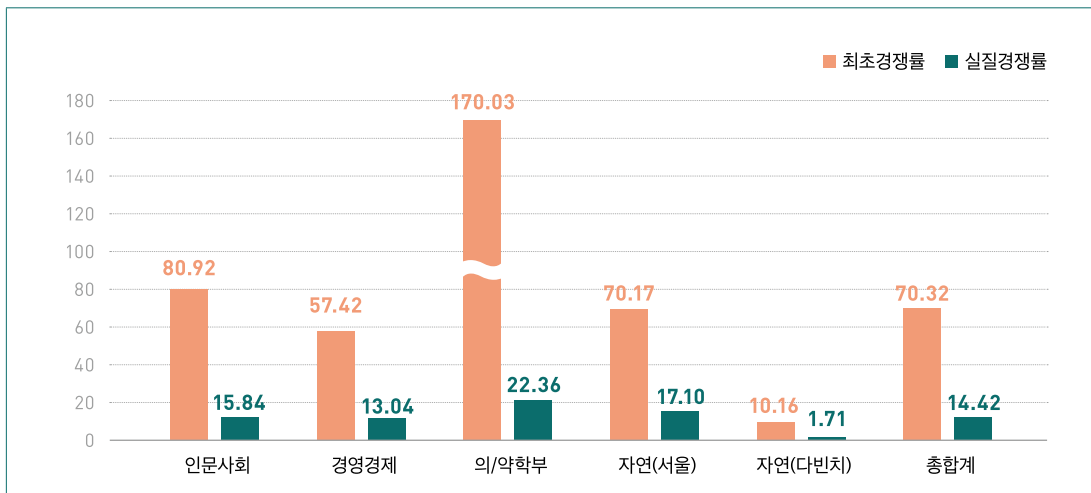
모집인원 및 경쟁률

- 논술전형 경쟁률 70.32:1 (487명 모집, 34,248명 지원)
- 의학부(238:1), 약학부(126.77:1), 미디어커뮤니케이션학부(107.22:1), 정치국제학과(99.67:1), 소프트웨어학부(99.35:1), 공공인재학부(98.60:1) 최상위 경쟁률 기록

[표1-1] 논술전형 경쟁률 및 추가합격률

모집계열	모집인원	지원인원	최초경쟁률	실질경쟁률	추가합격률
인문사회	130	10,519	80.92:1	15.84:1	25.4%
경영경제	89	5,110	57.42:1	13.04:1	12.4%
의/약학부	36	6,121	170.03:1	22.36:1	2.8%
자연(서울)	169	11,858	70.17:1	17.10:1	24.3%
자연(다빈치)	63	640	10.16:1	1.71:1	19.1%
총계	487	34,248	70.32:1	14.42:1	20.1%

[그림 1-1] 2023학년도 논술전형 최초경쟁률 및 실질경쟁률

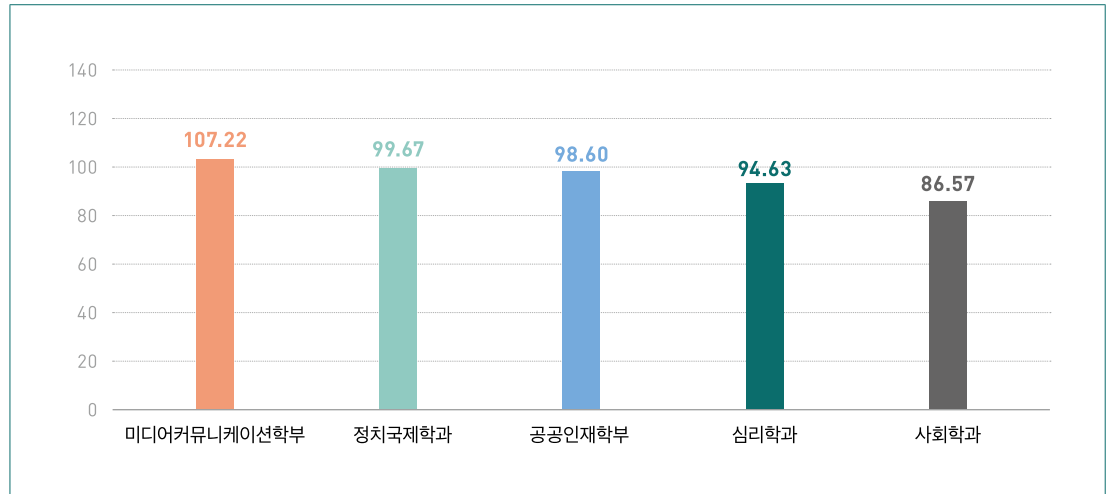


2023학년도 논술전형 경쟁률은 전체 70.32:1로, 전년도(49.0:1) 보다 대폭 상승하였다. 이는 전체 입학전형 중 정시 비중 40% 이상을 유지하기 위해 수시모집 인원이 대거 정시모집으로 이관되며 모집인원이 축소된 결과로 보인다.

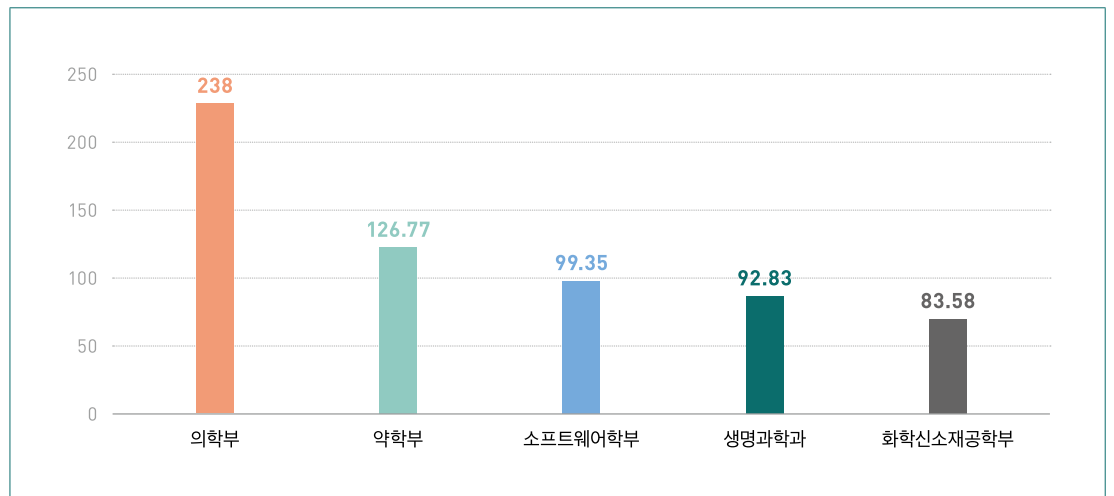
논술전형의 경쟁률은 수시모집 타 전형에 비해 높지만, 실질 경쟁률은 최초 경쟁률의 20% 수준이기 때문에 원서접수 마감 후 공지되는 최초 경쟁률에 주눅들 필요는 없다. 논술계열별 최초경쟁률과 실질경쟁률(응시율/수능최저기준통과율 적용)을 비교해보면 **인문사회는 15.84:1, 경영경제는 13.04:1, 자연(서울)은 17.10:1 등 실질경쟁률이 최초경쟁률 대비 20% 수준**으로 대폭 낮아진 경쟁률을 보인다.

서울 소재 자연계열 모집단위(학과)의 2023학년도 평균경쟁률은 70.17:1로 대폭 상승하였다. 의학부의 경우 238:1의 경쟁률로 지난해(194.4:1)와 비교하여 대폭 상승하였으며, 약학부도 126.77:1의 높은 경쟁률을 기록했다. 반면, 다빈치캠퍼스 자연계열 모집단위는 10.16:1로 자연계열 평균경쟁률보다 낮은 경쟁률을 기록했다.

[그림1-2] 인문계열 경쟁률 상위 5개 모집단위



[그림1-3] 자연계열 경쟁률 상위 5개 모집단위



계열별 경쟁률이 가장 높은 다섯 개 학과는 [그림 1-2], [그림 1-3]에서 확인할 수 있다. 인문계열에서는 사회과학대학 소속 학과의 경쟁률이 높은 편이었으며, 이 중 미디어커뮤니케이션학부와 심리학과는 10년 연속 최상위 경쟁률을 보이며 인기 학과임을 입증하였다. 자연계열에서는 의학부의 경쟁률이 전년도(194.4:1)와 마찬가지로 가장 높았고, 의학부와 약학부를 제외하면 소프트웨어학부가 가장 높은 경쟁률을 보였다.

2023학년도 논술전형 결과 분석

지원자 및 합격자 분포

- 지원자 및 합격자의 약 70% 일반고 출신 학생이 차지
- 지원자 및 합격자의 약 37% 고3(졸업예정자)로 나타남(합격자 중 인문 26.69%, 자연 45.63% 고3(졸업예정자))

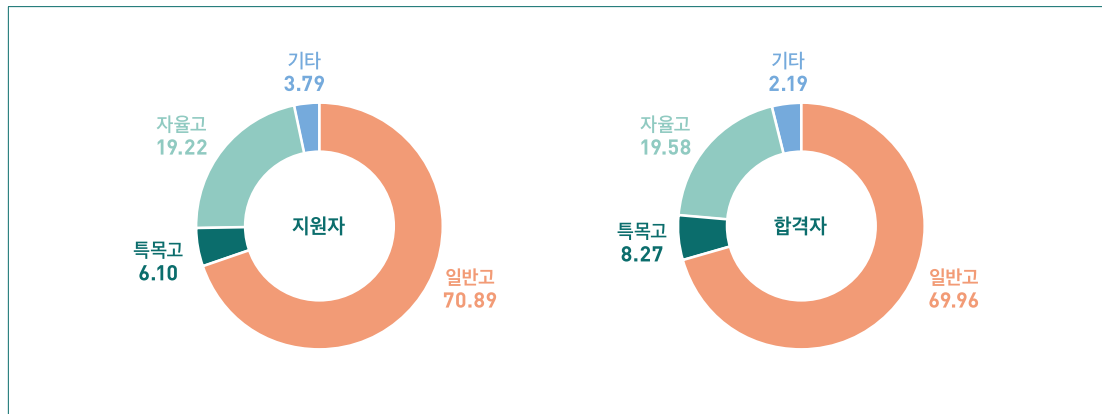
1) 고교 유형별 분석

합격자의 70%가 일반고 출신이며 20%가 자율고, 8%가 특목고 출신 학생으로, 전년 대비 일반고가 약진하고 자율고가 소폭 하락하였다. 특목고의 지원 대비 합격 비율은 인문계열에서 높게 나타났으며, 자연계열의 경우 지원자 대비 합격자 비율이 하락한 모습을 보인다.

[표2-1] 논술전형 지원/합격자의 고교유형별 현황(%)

계열	지원				합격			
	일반고	특목고	자율고	기타	일반고	특목고	자율고	기타
인문	70.98	10.18	14.58	4.26	69.93	14.66	13.53	1.88
자연	70.80	2.02	23.86	3.32	70.00	1.88	25.62	2.50
전체	70.89	6.10	19.22	3.79	69.96	8.27	19.58	2.19

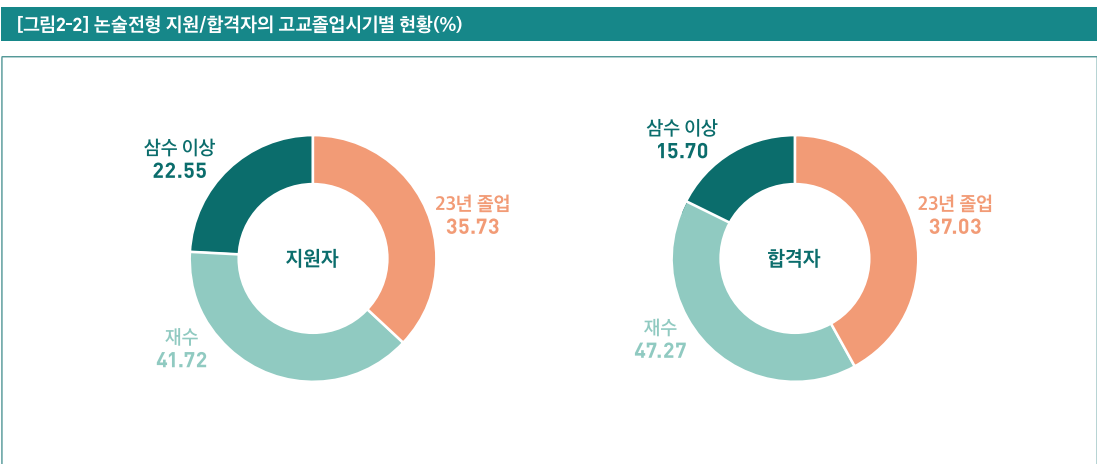
[그림2-1] 논술전형 지원/합격자의 고교유형별 현황(%)



2) 고교 졸업시기별 분석

지원자 중 35.73%가 고3(졸업예정자)였으며, 합격자 비율은 37.03%로 지원 비율 대비 소폭 상승한 수치를 보였다. 계열별로는 인문계에서 재수생이, 자연계에서는 고3 지원자가 강세를 보였다.

[표2-2] 논술전형 지원/합격자의 고교졸업시기별 현황(%)						
계열	지원			합격		
	23년 졸업(고3)	재수	삼수 이상	23년 졸업(고3)	재수	삼수 이상
인문	37.16	43.75	19.09	26.69	59.02	14.29
자연	34.53	40.01	25.46	45.63	37.50	16.87
전체	35.73	41.72	22.55	37.03	47.27	15.70



2023학년도 논술전형 결과 분석

논술/교과 성적 현황

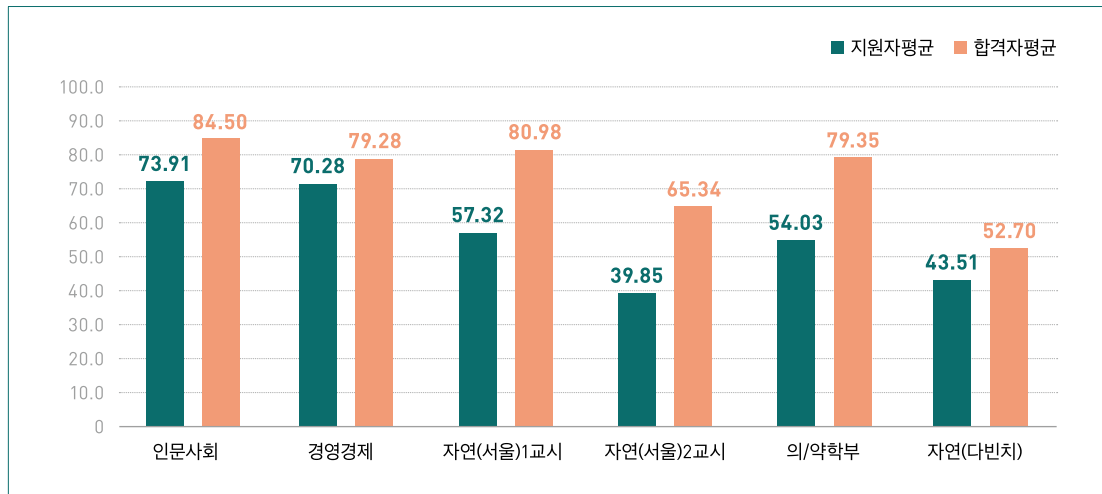
- 합격자 논술 인문사회 79.28점, 경영경제 84.5점, 자연(서울) 75.22점, 자연(다빈치) 52.7점
- 경영경제, 자연계열 논술 수리문항 고득점 중요
- 2024학년도 자연계열 과학논술 폐지, 확률과 통계 출제범위 추가

1) 논술성적 분석

[표 3-1] 논술 유형별 지원/합격자 논술성적 현황

캠퍼스	구분	교시	지원		합격	
			평균	표준편차	평균	표준편차
서울	인문사회	2교시	70.28	7.42	79.28	2.37
	경영경제	1교시	73.91	10.98	84.50	1.59
	자연 (의/약학부 제외)	1교시	57.32	16.35	80.98	4.43
		2교시	39.85	11.77	65.34	4.22
	의/약학부	2교시	54.03	16.67	79.35	7.15
다빈치	자연	1교시	43.51	16.85	52.70	12.41

[그림 3-1] 논술 유형별 지원/합격자 논술성적 현황



본교 논술은 「공교육정상화법」 제10조제1항에 의거, 사교육을 최소화하고 공교육을 공고히 하기 위해 논술전형에 출제되는 제시문과 개념 모두 고교과정의 교과서에서 인용하고 있다. 따라서 고교 교육과정을 충실히 이수하고, 논술 가이드북을 활용한다면 논술시험에 충분히 대비할 수 있다.

본인이 지원하는 계열에 대한 대비가 중요하다. 인문계열은 지원하는 모집단위에 따라 인문사회논술 또는 경영경제논술을 응시하게 된다. 인문사회논술은 언어논술 3문항, 경영경제논술은 언어논술 2문항과 수리논술 1문항으로 구성된다. 인문사회논술의 합격자 평균점수는 **79.28점**, 경영경제의 합격자 평균점수는 **84.5점**이다. 경영경제논술의 경우 합격자 대부분이 수리논술에서 고득점을 받았다. 수리논술의 난도가 높지 않은 만큼 풀이 과정을 정확히 작성하는 것이 중요하며, 접근과정과 정답을 작성하되 수식을 통하여 설명하는 것이 중요하다.

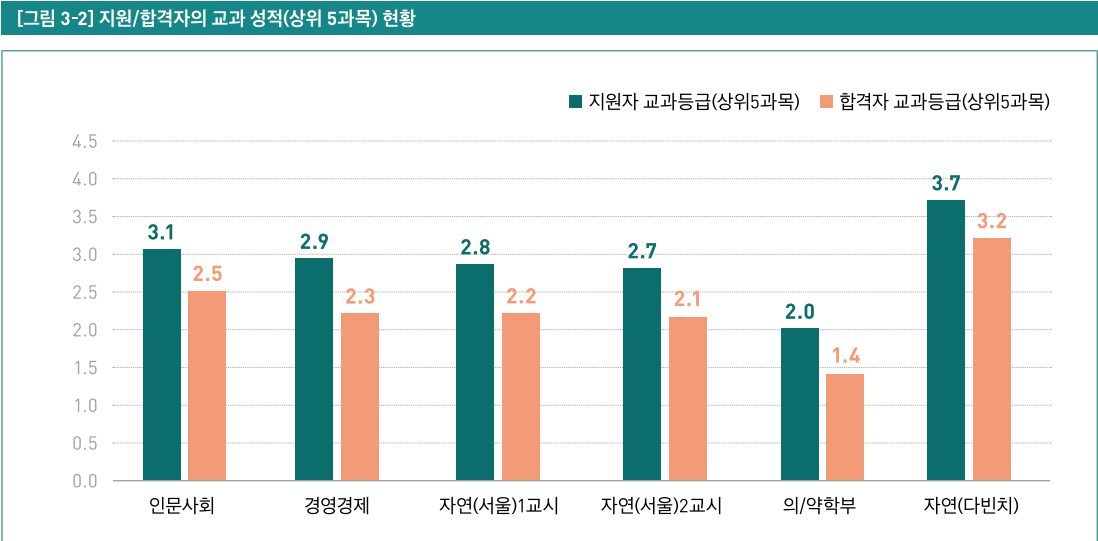
자연계열은 2024학년도 논술전형부터 과학논술이 폐지되어 기존 수학 3문항, 과학 1문항에서 수학 4문항으로 변경된 점이 가장 큰 변화다. 기존에도 과학문항보다 수학문항에서 변별력이 높았던 만큼, 지원자 평균 점수와 합격자 평균 점수의 간극이 더욱 벌어질 것으로 예상된다.

같은 자연계열 논술임에도 1교시와 2교시간 합격자 평균점수가 큰 것을 볼 수 있다. 결과만 보았을 땐 자연계열 2교시가 1교시보다 어렵게 출제된 것으로 보이며, 이 점을 참고하여 기출문항을 분석하는 것이 좋을 것이다.

다빈치캠퍼스는 합격자 평균이 52.7점, 표준편차가 12.41에 달해 수능최저학력기준을 통과한다면 합격 가능성이 매우 높다는 점을 확인할 수 있다.

2) 교과 성적 분석

[표 3-2] 지원/합격자의 교과 성적(상위 5과목) 현황						
캠퍼스	구분	교시	지원		합격	
			평균	표준편차	평균	표준편차
서울	인문사회	2교시	3.1	1.2	2.5	1.1
	경영경제	1교시	2.9	1.2	2.3	1.0
	자연 (의/약학부 제외)	1교시	2.8	1.1	2.2	0.9
		2교시	2.7	1.1	2.1	0.8
	의/약학부	2교시	2.0	1.1	1.4	0.7
다빈치	자연	1교시	3.7	1.2	3.2	1.0



교과 성적 반영방법 중 가장 큰 특징은 전체 과목을 모두 반영하는 것이 아닌, 상위 과목에 한해 교과 성적으로 반영하는 것이다. 1~3학년 반영교과(국어, 영어, 수학, 사회, 과학) 전체 이수과목 중 학년별, 과목별 가중치 없이 석차등급으로만 가장 높은 상위 5과목을 반영한다. 그렇기 때문에 실질적 교과 반영 비율은 높지 않으며, 논술 성적이 당락에 크게 좌우함을 알 수 있다. 위의 교과 성적 반영 방법은 2024년 2월 졸업예정자부터 2023년 2월 졸업자까지 적용하며, 이전 졸업자 및 해외고교 졸업자 등은 논술 성적에 의한 비교 내신을 적용한다.

III. 논술의 이해와 대비법

1. 중앙대학교 자연계열 논술은?	28
2. 자연계열 논술 문항의 구성	28
3. 논술 시험에 대한 조언과 중요한 TIP	29
4. 2023학년도 논술전형 합격자가 들려주는 논술 대비법	30





논술의 이해와 대비법

중앙대학교 자연계열 논술은?

우리 학교가 수시모집 전형에서 논술전형을 계속 유지하는 가장 큰 이유는 중앙대학교 논술전형이 미래지향적인 인재를 선발하는 효율적인 평가 방식이라고 확신하기 때문이다. 오랜 기간 논술전형의 관리 역량을 축적해 온 우리 학교는 논술전형을 통하여 우수한 학생을 성공적으로 선발해 오고 있다. 이는 논술전형을 통해 입학한 학생들의 본교 입학 후 학업 성취도에서 증명되고 있다.

중앙대학교 2024학년도 논술전형 시험의 전체적인 출제 방향 및 평가 목표는 향후 중앙대학교에 진학하여 학문을 탐구하는데 있어 부족함이 없는 인재를 합리적이고 객관적으로 선발하는 데 맞춰져 있다. 이를 위해 중앙대학교 자연계열 논술 시험에서는 수험생들이 고교과정에서 배운 수학의 기본 개념들을 잘 이해하고 있는가, 기본 개념들과 문항 또는 제시문을 통해 이해한 내용을 바탕으로 논리적 사고를 전개할 수 있는가, 문제를 창의적으로 해결할 수 있는가, 자신이 생각한 바를 언어나 수식을 통해 논리적으로 기술할 수 있는가를 중점적으로 평가할 것이다. 기본적으로 논술 문제는 수학, 수학I, 수학II, 미적분, 확률과 통계, 기하 교과서의 내용에 기초하여 출제할 것이다.

중앙대학교 자연계열 논술의 기본 성격은 2014학년도까지는 여러 교과목에 대한 제시문을 통합적으로 이해해야 풀 수 있는 통합형 논술이었다. 그러나 학교 시험, 수능준비와 함께 통합형 논술을 준비해야 하는 수험생의 부담과 논술을 지도하시는 일선 교사 선생님들의 고충을 덜어 드리기 위해 오랜 논의를 거쳐 2015학년도 논술 시험부터 과거 통합형의 틀을 벗어나 단일교과형 논술 문항을 출제하기로 하였고, 이를 2014년 봄에 시행된 모의논술부터 적용하였다.

또한 이번 2024학년도 수시 논술전형부터 자연계열 논술전형에서 과학과목을 폐지하고 수학과목에서만 논술 문제가 출제되는 변화가 발생하였다. 이는 수험생의 사교육 의존도를 낮추고, 과학과목 선택의 유불리에 대한 불안감을 해소하며, 논술 준비에 대한 부담감을 줄여주는 긍정적인 측면이 있으리라 판단한다.

중앙대학교 자연계열 논술을 준비하는 수험생들이 이렇게 변화된 포맷에 익숙해지기 위해서는 최근에 치러진 모의논술 및 본 논술 문항을 풀어보아야 하며, 매년 발행하는 논술가이드북의 내용을 적극 활용하는 것이 올해 논술에서 좋은 결과를 얻을 수 있는 필수사항이다. 전년도 발간된 2023학년도 중앙대학교 논술 가이드북은 알찬 내용과 자세한 설명으로, 중앙대학교 논술을 준비하는 수험생과 이를 활용하여 학생들을 지도하시는 선생님들께 큰 도움이 될 것이라 확신하며 정성껏 제작한 책이다.

올해 발행될 2024학년도 논술가이드북을 통하여 제시하게 될 논술 출제 형식은 본 논술에서 반드시 유지할 것이며, 이는 논술 시험에 대한 예측 가능성을 높여 수험생들이 사교육에 의존하는 것을 방지하는데 가장 큰 목적이 있다. 수험생들은 학교에서 습득한 교과목의 지식을 바탕으로 논술가이드북의 정보를 잘 활용한다면 중앙대학교의 논술전형에서 좋은 결과를 얻을 수 있을 것이다.

자연계열 논술 문항의 구성

중앙대학교 자연계열 논술 문항의 전체적인 구성은 다음과 같다.

[문제 1], [문제 2], [문제 3], [문제 4] 모두 수학과목의 문항으로서 지원자가 전부 풀어야 하는 문항이며, 배점은 각각 20점, 25점, 25점, 30점이다. [문제 1]은 상대적으로 평이한 문항으로서 확률과 통계의 범위에서 출제된다. [문제 2], [문제 3], [문제 4]는 고교 수학 전반에 기초하며, 특히 미적분과 기하에 관하여 출제되는 문항으로서 [문제 1]에 비하여 상대적으로 난도가 높은 문항이 출제된다. [문제 2], [문제 3], [문제 4]는 각각 소문항 두 개로 구성된다.

[문제 1]에서 경우의 수, 확률, 기댓값 등에 관한 문제를 출제하는 이유는, 문제에서 설명되고 주어지는 정보를 수험생들이 정확하게 이해하고 문제 풀이에 적용하는 이해력과 응용력을 측정하기 위함이다. 어려운 수학 문제를 잘 풀어내는 학생들도 이러한 유형의 문제처럼, 상황에 대한 정보를 주고 풀어야 할 목표를 제시하면 의외로 당황하여 난감해하는 경우가 많다. [문제 2], [문제 3], [문제 4]는 수험생들에게 상대적으로 익숙한 형태의 문항이 될 것이다.

논술 시험에 대한 조언과 중요한 TIP

중앙대학교 논술 시험의 시간은 두 시간, 즉 120분으로 제한되어 있으며, 자연계열 논술 시험에서는 답안 작성 시, 인문계열처럼 원고지 작성법, 맞춤법 등으로 인한 감점사항은 없다. 수험생에게 제공되는 답안지는 각 문항별로 답안을 작성해야 하는 영역이 나누어져 있으며, 수험생들은 반드시 해당 문항의 답안지 영역 내에서 자유롭게 본인의 답안을 적어 제출하면 된다.

논술 시험을 성공적으로 치르기 위해서 고려할 사항은 많이 있으나, 가장 중요한 것이 무엇인지 살펴보자.

먼저 시간을 효율적으로 활용하여야 한다. 보통 때는 두 시간이 길게 느껴질 수도 있지만, 긴장과 집중이 최고도에 달하는 논술 시험장에서의 두 시간은 상대적으로 금방 지나가는 것처럼 느껴질 것이다. 따라서 문제를 푸는 순서를 미리 정해서 시험에 임하는 것도 좋은 전략이다.

가장 좋은 문제 풀이 순서는 제일 먼저 [문제 1]을 풀이하는 것이다. 그 이유는 [문제 1]이 상대적으로 가장 쉬운 문제이기 때문이다. 즉, [문제 2], [문제 3], [문제 4]에 많은 시간이 소요될 가능성이 높아서, 이 문제들을 먼저 풀려고 하는 것은 추천하고 싶지 않은 전략이다. 왜냐하면, 어려운 문제를 먼저 대하게 되면 자신감의 상실로 이어질 가능성이 높고, 또한 특정한 문제에 지나치게 오랜 시간을 소비하는 것은 좋지 않기 때문이다. 결과적으로, 상대적으로 쉬운 문제를 가능한 한 빨리 풀어서 어려운 문제 풀이에 필요한 시간을 확보하고, 쉬운 문제에서 감점 요인을 최소화하여 고득점을 올리는 것이 합격의 가능성을 높일 수 있는 전략이라고 할 수 있다.

논술 문항을 풀다 보면 막히는 문제를 만날 수도 있다. 그런 일이 발생했을 때 스스로를 긴장시키는 실수를 범해서는 안 된다. 제한된 시간 내에 자신의 실력을 제대로 발휘하는데 가장 큰 적은 긴장하는 것이다. 내게 어려운 문제는 다른 수험생들에게도 어려울 것으로 생각하며 긴장하지 말아야 한다.

기출 문제를 반드시 풀어보아야 하는 것도 필수적이다. 앞서 언급한 바와 같이, 중앙대학교 자연계열 논술은 2024학년도 입시부터 포맷이 변경되기 때문에, 수험생들은 2023년 상반기에 치러진 모의논술의 기출문제를 비롯하여 이전 논술에서 과학 과목을 제외한 수학과목의 기출문제를 풀어보아야 한다. 논술가이드북에는 기출문제에 대한 해설, 설명, 접근 방법 등의 내용이 매우 상세하게 제시될 것이니, 이를 잘 활용하는 것도 필수사항이라 하겠다.



2023학년도 논술전형 합격자가 들려주는 논술 대비법

자연과학대학
화학과
23학번 김한준

Q. 안녕하세요? 자기소개 부탁드립니다.

A. 안녕하세요, 저는 2023학년도 논술전형으로 중앙대학교 자연과학대학 화학과에 합격한 김한준입니다.

Q. 치열한 경쟁을 이겨내고 논술전형에 합격하신 것을 축하드립니다. 김한준 학생이 생각하는 중앙대학교 논술시험의 특징은 무엇이며, 지원하게 된 자신만의 강점이 있다면 무엇인가요?

A. 중앙대학교의 논술은 문제의 난도가 높은 편이 아니기 때문에, 시간만 잘 관리한다면 누구나 문제없이 풀어낼 수 있을 것으로 생각합니다. 물론, 문제 자체의 난도가 높지 않다는 점은 그만큼 풀이 과정을 자세히 잘 기재하였는지를 중요하게 본다는 것을 의미합니다. 저는 이 풀이 과정 작성에 강점이 있다고 생각해 중앙대학교 논술전형에 지원했습니다.

Q. 논술과 수능 시험 때 많이 떨리지는 않으셨나요? 논술과 수능 시험 당일에 있었던 에피소드나 긴장을 풀 수 있는 자신만의 방법이 있다면 우리 수험생들을 위해 공유해 주세요.

A. 수능 시험의 긴장감은 말로 다 할 수가 없습니다. 수능 전날에는 걱정과 긴장감으로 공부가 손에 잡히지 않았고, 수능 당일에는 저뿐만 아니라 다른 응시생들 모두 긴장한 것이 눈에 보일 정도였습니다. 그래도 열심히 준비해 온 만큼 1교시를 응시하고 나니 긴장감이 많이 해소되었고, 오히려 이후 교시들은 마치 학교에서 모의고사를 보는 듯한 느낌이 들어 많이 편해졌습니다.

논술고사 당일에는 다행히 수능보단 긴장감이 덜했습니다. 이미 수능 때 겪었던 극도의 긴장감으로 인해 긴장에 살짝 무더진 것 같았습니다. 다른 분들도 수능을 경험해 보신다면 상대적으로 논술을 부담 없이 볼 수 있으리라 생각합니다.

Q. 논술시험을 준비하고 합격할 수 있었던 나만의 팁이 있다면? 논술가이드북을 활용했다면 활용 방법도 공유해 주세요.

A. 저는 따로 논술학원에 다니진 않았고 기출문제와 논술가이드북을 중심으로 공부했습니다. 문제를 풀고 해설을 보면서 제가 쓴 답안 중 어느 부분이 부족했고 어떠한 내용이 포함되어야 했는지를 중점적으로 점검하였습니다. 또한 기출문제를 풀어보며 중앙대학교만의 출제 경향과 스타일을 찾아내어 어떻게 답안을 작성해 나가야 할지 고민하였고, 이는 합격에 많은 도움이 되었습니다.

Q. 현재 중앙대학교 논술을 준비하는 학생들에게 해 주고 싶은 말은 무엇인가요?

A. 논술전형은 타 전형 대비 경쟁률이 높은 전형입니다. 현재 대학에 다니고 있는 저도 가끔 “내가 이 경쟁률을 뚫고 합격했다니?”라는 생각이 들기도 합니다.

제가 드리고 싶은 말은 표면적으로 보이는 경쟁률에 너무 겁먹지 말라는 것입니다. 수능최저학력기준을 만족하고, 논술 시험을 본 후 ‘준비한 대로 잘 보았다’라는 느낌만 든다면 충분히 합격할 수 있을 것입니다.

논술 문제를 푸는 데 계산과정이 복잡하더라도 너무 걱정하지 않으셔도 됩니다. 논술 문제는 충분히 그려할 수 있으니 다시 검토하는 데 시간을 쏟기보단 계속 문제를 풀어나가시면 좋을 것 같습니다.

소프트웨어대학
소프트웨어학부
23학번 김서연

Q. 안녕하세요? 자기소개 부탁드립니다.

A. 안녕하세요, 저는 2023학년도 논술전형으로 중앙대학교 소프트웨어학부에 합격한 김서연입니다.

Q. 치열한 경쟁을 이겨내고 논술전형에 합격하신 것을 축하드립니다. 김서연 학생이 생각하는 중앙대학교 논술시험의 특징은 무엇이며, 지원하게 된 자신만의 강점이 있다면?

A. 중앙대학교의 논술시험의 특징은 수능시험과 굉장히 유사하게 출제된다는 것으로, 타 학교 논술시험과 다른 모습을 보입니다. 시험장에서 떠올리기 힘든 높은 수준의 사고력과 창의력을 필요로 하는 시험이 아닌, 평소 수능 기출이나 수능 모의고사를 풀면서 쓰이는 지식을 바탕으로 출제되어 일반적인 공교육을 잘 이수하셨다면 충분히 풀어낼 수 있습니다. 저는 평소 수학 문제를 풀 때 항상 풀이 과정을 꼼꼼하게 쓰고, 안 풀리는 문제가 있다면 계속 고민하였습니다. 이러한 습관이 정교한 서술을 요구하는 논술시험에서 좋은 결과를 얻을 수 있도록 한 것 같습니다.

Q. 논술과 수능 시험 때 많이 떨리지는 않으셨나요? 논술과 수능 시험 당일에 있었던 에피소드나 긴장을 풀 수 있는 자신만의 방법이 있다면 우리 수험생들을 위해 공유해 주세요.

A. 저는 해당 연도의 중앙대학교 모의논술 기출문제와 전년도 중앙대학교 기출문제를 기반으로 시험 직전까지 직접 작성한 답안과 서술 과정, 문제 형식 등을 비교 분석하였습니다. 이렇게 시험문제와 풀이과정을 시험 직전까지 살펴보니 막상 시험을 볼 때는 떨리지 않았습니다. 그리고 논술 시험은 다른 시험과 달리 시간이 넉넉하게 주어진다는 것이 특징입니다. 때문에 너무 긴장이 된다면 잠시 문제 푸는 것을 멈추고 긴장을 풀 시간을 가지는 것도 좋다고 생각합니다.

Q. 논술시험을 준비하고 합격할 수 있었던 나만의 팁이 있다면? 논술가이드북을 활용했다면 활용 방법도 공유해 주세요.

A. 저는 정시를 위주로 공부했지만 4월부터 중앙대학교의 모의논술과 기출문제들을 풀며 논술시험 공부도 병행했습니다. 논술 문제를 풀 때 처음엔 실제 시험과 동일하게 시간을 재고 풀었고, 채점을 마친 후에는 답안을 보지 않고 문제가 풀릴 때까지 끝까지 고민했습니다. 이후 논술가이드북을 참고하여 예시답안, 채점 기준 등을 토대로 문제를 더 쉽게 푸는 방법은 없었는지, 나의 논리 전개 과정 중 틀린 것이 없었는지 등을 확인하였습니다.

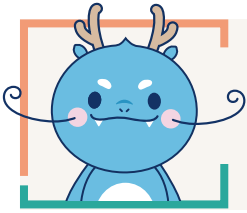
Q. 현재 중앙대학교 논술을 준비하는 학생들에게 해 주고 싶은 말은 무엇인가요?

A. 논술시험은 대학마다 출제 경향이 뚜렷하게 다릅니다. 그렇기에 중앙대학교만의 출제 경향을 파악하고 채점 기준과 선호하는 답안 스타일을 파악하기 위해 기출문제와 모의논술 문제를 적극 활용하시길 추천드립니다. 중앙대학교 논술은 수능과 같은 범위에서 유사한 방식으로 출제되는 편이기에 수능 공부를 중심으로 시간을 조금만 더 할애하신다면 중앙대학교 논술에 대한 부담 없이 준비하고 합격할 수 있을 것입니다.

IV. 실전 대비 모의논술 문제풀이

- | | |
|--------------------|----|
| 1. 2024학년도 모의논술 문제 | 33 |
| 2. 2024학년도 모의논술 해설 | 37 |





2024학년도 모의논술 문제

수학

[문제 1] 검은 공 4개와 흰 공 2개가 들어있는 주머니가 있다. 이때, 원점에 놓여있는 점 P 를 다음 규칙에 따라 좌표평면 위에서 이동시키는 시행을 한다.

- 주머니에서 1개의 공을 꺼낸 후, 이 공이 검은 공일 경우 점 P 를 (x, y) 에서 $(2x+2, y)$ 로 이동시키고, 흰 공일 경우 (x, y) 에서 $(x, 3y-3)$ 으로 이동시킨다.
- 점 P 를 이동시킨 후 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣는다.

이와 같은 시행을 4번 반복한 후, 점 P 의 x 좌표와 y 좌표의 합의 기댓값을 구하시오. [20점]

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하고 $x=a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$ 이다.
- 모든 실수 α, β 에 대하여 $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$ 가 성립한다.
- 탄젠트 함수의 덧셈정리는 다음과 같다.

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta} \qquad \tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$$

[문제 2-1] 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = x - 3\sin x + \sin(2x)$ 가 $x=a$ 에서 최댓값을 가질 때, $\sin a$ 의 값을 구하시오. [10점]

[문제 2-2] 좌표평면 위의 점 $A(0, 1)$, $B(2, 1)$ 과 직선 $x+y=0$ 위의 점 P 에 대하여 $\angle APB = \theta$ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 최댓값을 구하시오. (단, $0 \leq x \leq 2$ 이다.) [15점]

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 미분가능한 함수 $g(x)$ 의 도함수 $g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $g(a) = \alpha$, $g(b) = \beta$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 α 와 β 를 양끝으로 하는 닫힌구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(g(x)) g'(x) dx = \int_\alpha^\beta f(t) dt$$

- 양의 실수 x, y 에 대하여 $\ln(xy) = \ln x + \ln y$ 가 성립한다.

- 모든 자연수 n 에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$(1) \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \quad (2) \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

- a 에 가까운 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ 이고 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$ 이면 $\lim_{x \rightarrow a} h(x) = L$ 이다. [단, L 은 실수이다.]

[문제 3-1] 일반항이 $a_n = \frac{2^n}{n^2}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 정적분 $I_n = \int_{\frac{1}{a_n}}^{a_n} \frac{1}{nx(1+x^n)} dx$ 의 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ 을 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가) 모든 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) = f(x) + f(y) + xy(x+y+1) + 1$ 이다.

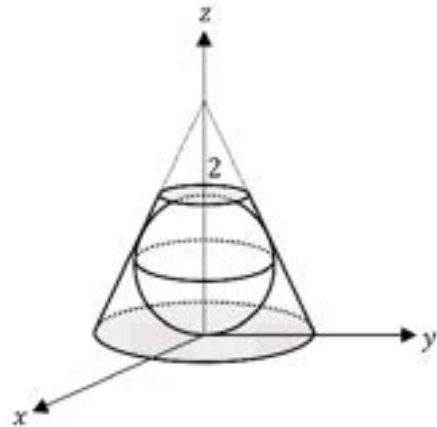
(나) 0에 가까운 모든 실수 x 에 대하여 $|f(x) + 1| \leq x^2$ 이다.

$\sum_{k=1}^{10} f'(k)$ 를 구하시오. [15점]

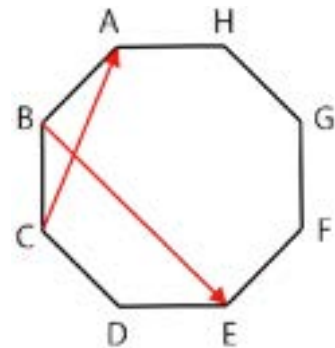
[문제 4] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

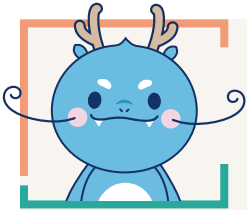
- 중심이 점 (a, b, c) 이고 반지름이 r 인 구의 방정식은 $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$ 이고 그 부피는 $\frac{4}{3}\pi r^3$ 이다. 밑면의 반지름이 s 이고 높이가 h 인 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\pi s^2 h$ 이다.
- 벡터 $\vec{a}$ 의 크기는 $|\vec{a}|$ 로 나타내고 $|\vec{a}|^2 = \vec{a} \cdot \vec{a}$ 를 만족한다.
- 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{b}, \vec{c}$ 가 수직일 조건은 $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$ 이다.

[문제 4-1] 다음 그림과 같이 xy 평면에 넓이가 A 인 밑면을 가지고 양의 z 축에 꼭짓점을 가지는 원뿔이 방정식 $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ 로 정의된 구 S 에 외접한다. 점 $(0, 0, 2)$ 를 지나고 xy 평면에 평행한 평면으로 이 원뿔을 잘라 얻은 원뿔대의 부피가 구 S 의 부피의 3배이고 잘린 단면의 넓이를 B 라 할 때, $\frac{A}{B}$ 를 구하시오. [15점]



[문제 4-2] 정팔각형 ABCDEFGH에서 $|\vec{CA} - \vec{BE}| = 2$ 일 때, 이 정팔각형의 넓이를 구하시오. [15점]





2024학년도 모의논술 해설

수학

1. 출전 및 출제의도

제시문 출전

[문제 1]	제시문	수학 I, 권오남 외, 교학사, 2020, p.152
		수학 I, 류희찬 외, 천재교과서, 2020, p.152
		수학 I, 황선욱 외, 미래엔, 2020, p.155
		수학 I, 이준열 외, 천재교육, 2019, p.156
		수학 I, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2018, p.144
		확률과 통계, 이준열 외, 천재교육, 2022, p.91, 98
		확률과 통계, 박교식 외, 동아출판, 2022, p.87, 93
		확률과 통계, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2020, p.84, 91
		확률과 통계, 황선욱 외, 미래엔, 2020, p.86, 92
		확률과 통계, 권오남 외, 교학사, 2020, p.89, 96
		확률과 통계, 배종숙 외, 금성출판사, 2019, p.99, 107

[문제 2]	첫 번째 제시문	- 수학 II, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2020, p.84
		- 수학 II, 배종숙 외, 금성출판사, 2020, p.88
		- 수학 II, 권오남 외, 교학사, 2020, p.92
		- 수학 II, 박교식 외, 동아출판, 2020, p.86

두 번째 제시문	- 미적분, 이준열 외, 천재교육, 2021, p.66
	- 미적분, 김원경 외, 비상, 2020, p.59
	- 미적분, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2020, p.62
	- 미적분, 류희찬 외, 천재교과서, 2020, p.69

세 번째 제시문	- 미적분, 이준열 외, 천재교육, 2021, p.68
	- 미적분, 김원경 외, 비상, 2020, p.59
	- 미적분, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2020, p.62
	- 미적분, 류희찬 외, 천재교과서, 2020, p.72

[문제 3]

- 네 번째 제시문 - 수학 II, 황선옥 외, 미래, 2019, p.23
- 수학 II, 이준열 외, 천재교육, 2019, p.26
- 수학 II, 김원경 외, 비상, 2019, p.25

[문제 4]

- 세 번째 제시문**
- 기하, 황선욱 외, 미래엔, 2020, p.101
 - 기하, 권오남 외, 교학사, 2022, p.96
 - 기하, 이준열 외, 천재교육, 2019, p.93
 - 기하, 고성은 외, 좋은책 신사고, 2020, p.90

출제의도

- [문제 1]** 다양한 상황에서 발생하는 확률적 사건과 이와 관련된 확률 및 기댓값의 개념은 논리적 사고 및 의사결정에서 중요한 부분이다. 본 문제는 이산확률변수의 기댓값을 구하는 문제로, 수열의 귀납적 정의를 통해 확률변수를 정의하고, 이항분포를 이용하여 확률 및 기댓값을 정확하게 찾아낼 수 있는지를 평가한다. 특히 독립시행에서 일어날 수 있는 경우와 첫째항과 이웃하는 두 항 사이의 관계를 통하여 점의 최종위치를 찾아내어야 한다.
- [문제 2-1]** 도함수를 이용하여 함수의 최댓값과 최솟값을 찾는 과정을 이해하는지를 묻는 문제이다. 이 과정에서 삼각함수의 성질을 이용하여 함수를 간단한 형태로 정리하고 방정식의 해를 구할 수 있는지도 평가한다.
- [문제 2-2]** 고정된 두 점과 주어진 직선 위의 점이 이루는 각이 어디에서 최대가 되는지 묻는 문제이다. 탄젠트 함수의 덧셈을 이용하여 함수를 구성하고 미분을 이용하여 최댓값을 구한다. θ 에 대한 탄젠트 함수를 구성할 수 있는지 평가한다. 구성한 함수의 최댓값을 미분을 이용하여 계산할 수 있는지 평가한다.
- [문제 3-1]** 정적분을 구할 때 적분을 하는 함수를 적절한 형태로 변형을 한 후 치환적분을 계산할 수 있는지를 평가하는 문제이다. 그리고 이렇게 얻은 정적분 값에 대한 수열의 극한을 구할 수 있는지도 평가한다.
- [문제 3-2]** 함수의 특성과 극한의 성질을 활용하여 미분계수를 정확하게 찾아낼 수 있는지를 묻는 문제이다. 특히 함수의 극한의 대소 관계를 이용하여 극한을 구할 수 있는지 평가한다.
- [문제 4-1]** 공간좌표는 공간도형을 대수적 방법으로 학습할 수 있게 하는 도구이다. 공간좌표에서 표현되는 공간도형의 특성을 잘 파악하고 있는지 평가한다. 중심의 좌표와 반지름으로 표현되는 구는 대표적인 공간도형이다. 구에 외접하는 원뿔대를, 그 중심축을 지나는 평면으로 절단하여 얻은 단면을 이용하여 3차원의 문제를 2차원 문제로 변환하여 해결하는 능력을 평가한다. 피타고라스 정리와 삼각형의 닮음을 상황에 맞게 적용할 수 있는 능력을 평가한다.
- [문제 4-2]** 벡터는 크기와 방향을 갖는 양을 표현하는 도구이다. 벡터를 다양한 방법으로 다룸으로써 도형을 식으로 표현하고 이해할 수 있다. 벡터의 길이와 내적과의 관계, 두 벡터의 수직 조건을 이용하여 문제를 해결할 수 있는 능력을 평가한다.

2. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] 예시답안

- ▶ 주머니에서 검은 공 1개를 꺼낼 확률은 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, 흰 공 1개를 꺼낼 확률은 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 이다. 이와 같은 상황에서 주어진 시행을 4번 반복할 때, 검은 공이 나오는 횟수를 m , 흰 공이 나오는 횟수를 n 이라 하자. 이때, $m+n=4$ 를 만족하고, 검은 공이 m 번과 흰 공이 n 번 나오는 확률은 ${}_4C_m \left(\frac{2}{3}\right)^m \left(\frac{1}{3}\right)^n$ 이다.
- ▶ 이동한 점 P의 x 좌표와 y 좌표를 구하면 다음과 같다.

[방법 1]

4번의 시행에서 검은 공이 m 번, 흰 공이 n 번 나왔을 때, 이동한 점 P의 x 좌표를 a_m , y 좌표를 b_n 이라 하면, 수열의 귀납적 정의를 통해 각 수열은 다음과 같이 표현된다.

$$a_0 = 0, a_{m+1} = 2a_m + 2, m = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$b_0 = 0, b_{n+1} = 3b_n - 3, n = 0, 1, 2, 3, 4$$

[방법 2]

점 P가 (x, y) 에서 출발한다고 하자. 검은 공이 m 번, 흰 공이 n 번 나왔을 때, 이동한 점 P의 x 좌표와 y 좌표는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} -x \text{ 좌표: } 2^m x + 2^m + 2^{m-1} + \dots + 2 &= 2^m x + \frac{2(2^m - 1)}{2 - 1} \\ &= 2^m x + 2^{m+1} - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -y \text{ 좌표: } 3^n y - 3^n - 3^{n-1} - \dots - 3 &= 3^n y - \frac{3(3^n - 1)}{3 - 1} \\ &= 3^n y - \frac{3^{n+1} - 3}{2} \end{aligned}$$

- 점 P는 원점에서 출발하였으므로, 위 식에 $x = 0$, $y = 0$ 을 대입하면, 이동한 점 P의 x 좌표는 $2^{m+1} - 2$,

y 좌표는 $-\frac{3^{n+1} - 3}{2}$ 이 된다.

- ▶ 따라서, 점 P의 x 좌표와 y 좌표의 합을 확률변수 X 라고 정의하면, X 의 확률분포는 다음 표와 같다.

조합	m	n	x 좌표	y 좌표	X	$P(X=x)$
I	0	4	0	-120	-120	${}_4C_0 \left(\frac{2}{3}\right)^0 \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$
II	1	3	2	-39	-37	${}_4C_1 \left(\frac{2}{3}\right)^1 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{8}{81}$
III	2	2	6	-12	-6	${}_4C_2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{24}{81}$
IV	3	1	14	-3	11	${}_4C_3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{32}{81}$
V	4	0	30	0	30	${}_4C_4 \left(\frac{2}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{3}\right)^0 = \frac{16}{81}$

- ▶ 확률변수 X 의 기댓값은 $-120 \times \frac{1}{81} - 37 \times \frac{8}{81} - 6 \times \frac{24}{81} + 11 \times \frac{32}{81} + 30 \times \frac{16}{81} = \frac{272}{81}$ 이다.

[문제 1]**채점기준**

- 검은 공 또는 흰 공의 개수에 대한 이항분포를 올바르게 찾은 경우: **+3점**
- 검은 공과 흰 공 개수의 조합에 따라 이동 후 점 P의 x 좌표와 y 좌표를 올바르게 찾은 경우: **+12점**
- 점 P의 x 좌표와 y 좌표의 합의 기댓값을 정확히 계산한 경우: **+5점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±1점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 2-1]**예시답안**

삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 함수 $f(x)$ 를 미분한 후, 식을 다음과 같이 정리한다.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 - 3\cos x + (2\sin x \cos x)' = 1 - 3\cos x + 2(\cos^2 x - \sin^2 x) \\ &= 4\cos^2 x - 3\cos x - 1 = (\cos x - 1)(4\cos x + 1) \end{aligned}$$

여기서 $x = 0, x_1, x_2, 2\pi$ 일 때, $f'(x) = 0$ 을 만족하므로 $(\cos x_1 = \cos x_2 = -\frac{1}{4})$ 이고 $x_1 < x_2$ 라 한다.)

$f(x)$ 의 최댓값은 $f(0) = 0$, $f(x_1) = x_1 - \frac{7}{8}\sqrt{15}$, $f(x_2) = x_2 + \frac{7}{8}\sqrt{15}$, $f(2\pi) = 2\pi$ 중 가장 큰 수이다.

$\cos x$ 함수의 그래프로부터 적어도 $x_2 > \frac{5\pi}{4}$ 를 만족함을 알 수 있는데, 이를 이용하여 $f(x_2)$ 와 $f(2\pi)$ 를 비교하면

$a = x_2$ 임을 알 수 있다. 따라서 정답은 $\sin a = -\frac{\sqrt{15}}{4}$ 이다.

채점기준

- $f'(x) = 1 - 3\cos x + 2\cos(2x)$ 를 구하고, 이를 이용하여 극값을 구하는 시도를 하면 **+2점**
- 삼각함수의 성질을 이용하여 $f'(x)$ 를 정리한 후, $\cos x = 1, -\frac{1}{4}$ 일 때 $f(x)$ 가 극값을 가진다는 것을 보이면 **+4점**
- $f(x_2)$ 와 $f(2\pi)$ 를 비교하여 정답을 구하면 **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2] 예시답안

$P(t, -t)$ ($0 \leq t \leq 2$)라 하자. AP와 직선 $x=0$ 사이의 각을 α , BP와 직선 $x=2$ 사이의 각을 β 라 하면

$\tan \alpha = \frac{t}{t+1}$, $\tan \beta = \frac{2-t}{t+1}$ 이다. 덧셈 정리를 이용하여 $\tan \theta = \tan(\alpha + \beta) = \frac{2t+2}{2t^2+1}$ 을 얻고,

t 에 대하여 미분하면 $\frac{2(1-4t-2t^2)}{(2t^2+1)^2}$ 을 구한다. $\tan \theta = \frac{2t+2}{2t^2+1}$ 는 $t = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1$ ($0 < \frac{\sqrt{6}}{2} - 1 < 2$)에서

극대이고 최댓값을 갖는다. $t = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1$ 을 $\tan \theta = \frac{2t+2}{2t^2+1}$ 에 대입하여 최댓값 $\frac{\sqrt{6}}{6-2\sqrt{6}} = \frac{2+\sqrt{6}}{2}$ 을 구한다.

채점기준

- $\tan \theta = \frac{2t+2}{2t^2+1}$ 를 얻으면 **+7점**
- 미분하여 $t = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1$ 에서 최댓값을 갖는다는 것을 보이면 **+5점**
- 최댓값 $\frac{2+\sqrt{6}}{2}$ 을 구하면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-1] 예시답안

$u = x^n$ (즉, $x = u^{1/n}$)으로 치환을 하면

$$\int \frac{dx}{x(1+x^n)} = \int \frac{1}{u^{1/n}(1+u)} \frac{1}{n} u^{\frac{1}{n}-1} du = \frac{1}{n} \int \frac{1}{u(u+1)} du$$

이므로, 적분함수를 다음과 같이 정리하여 적분을 구할 수 있다.

$$\frac{1}{n} \int \frac{du}{u(u+1)} = \frac{1}{n} \int \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{u+1} \right) du = \frac{1}{n} (\ln |u| - \ln |u+1|) = \ln |x| - \frac{1}{n} \ln |1+x^n|$$

따라서,

$$\begin{aligned} I_n &= \int_{\frac{1}{a_n}}^{a_n} \frac{dx}{nx(1+x^n)} = \frac{1}{n} \left(\ln \frac{a_n}{1/a_n} - \frac{1}{n} \ln \left| \frac{1+(a_n)^n}{1+(1/a_n)^n} \right| \right) \\ &= \frac{1}{n} \left(\ln (a_n)^2 - \frac{1}{n} \ln (a_n)^n \right) = \frac{\ln a_n}{n} = \ln 2 - \frac{2 \ln n}{n} \end{aligned}$$

이므로 $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = \ln 2$ 이다.

채점기준

- 치환하여 계산을 시도하면 **+2점**
- 치환적분을 계산하여 $\ln |x| - \frac{1}{n} \ln |1+x^n|$ 를 얻으면 **+4점**
- 정적분의 값을 계산하여 $I_n = \frac{\ln a_n}{n}$ 를 구하면 **+2점**
- I_n 의 극한을 구하면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-1] 별해

우선 적분을 다음과 같이 정리한 후

$$\int \frac{dx}{x(1+x^n)} = \int \frac{dx}{x} - \int \frac{x^{n-1}}{1+x^n} dx,$$

두 번째 적분에 대하여 $u = 1 + x^n$ 로 치환하면,

$$\int \frac{dx}{x(1+x^n)} = \ln|x| - \frac{1}{n} \ln|1+x^n|$$

를 얻을 수 있다. 따라서

$$\begin{aligned} I_n &= \int_{\frac{1}{a_n}}^{a_n} \frac{dx}{nx(1+x^n)} = \frac{1}{n} \left(\ln \frac{a_n}{1/a_n} - \frac{1}{n} \ln \left| \frac{1+(a_n)^n}{1+(1/a_n)^n} \right| \right) \\ &= \frac{1}{n} \left(\ln(a_n)^2 - \frac{1}{n} \ln(a_n)^n \right) = \frac{\ln a_n}{n} = \ln 2 - \frac{2 \ln n}{n} \end{aligned}$$

이므로 $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = \ln 2$ 이다.

채점기준

- 함수를 $\frac{1}{x(1+x^n)} = \frac{1}{x} - \frac{x^{n-1}}{1+x^n}$ 로 분해하여 적분을 시도하면 **+4점**
- 정적분을 계산하여 $I_n = \frac{\ln a_n}{n}$ 를 구하면 **+3점**
- I_n 의 극한을 구하면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-2] 예시답안

- ▶ 0에 가까운 모든 실수 x 에 대하여, $|f(x)+1| \leq x^2$ 이므로 $|f(x)+1| \leq |x|^2$ 이고

$$\left| \frac{f(x)+1}{x} \right| \leq |x| \text{을 만족한다. 따라서 } -|x| \leq \frac{f(x)+1}{x} \leq |x| \text{이고}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} -|x| = \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0 \text{이므로 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+1}{x} = 0 \text{이다.}$$

- ▶ 자연수 k 에 대해서

$$\frac{f(k+h)-f(k)}{h} = \frac{f(k)+f(h)+kh(k+h+1)+1-f(k)}{h} = \frac{f(h)+1}{h} + k^2 + kh + k \text{이므로}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(k+h)-f(k)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)+1}{h} + k^2 + kh + k = k^2 + k = f'(k)$$

- ▶ $\sum_{k=1}^{10} f'(k) = \sum_{k=1}^{10} k^2 + \sum_{k=1}^{10} k = \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} + \left(\frac{10 \cdot 11}{2} \right) = 440$

채점기준

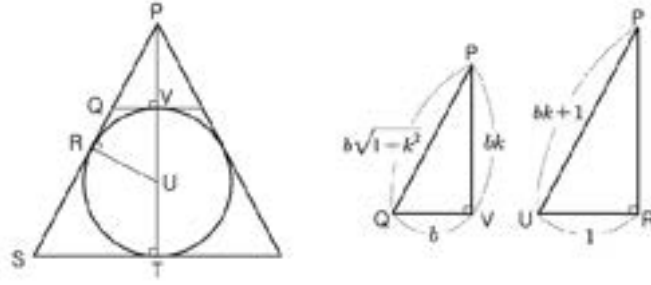
- $-|x| \leq \frac{f(x)+1}{x} \leq |x|$ 을 이용하여 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+1}{x} = 0$ 을 올바르게 계산한 경우 **+5점**
- $f'(k)$ 를 올바르게 계산한 경우 **+5점**
- $\sum_{k=1}^{10} f'(k)$ 를 올바르게 계산한 경우 **+5점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±1점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 4-1] 예시답안

아래의 그림과 같이 원뿔과 구를 yz -평면으로 잘라 얻은 단면에 7개의 점 P, Q, R, S, T, U, V를 잡고 $a = \overline{ST}$, $b = \overline{QV}$ 라 하자.



두 직각삼각형 PST와 PQV의 닮음비가 $a:b$ 이므로 $\overline{PT} = ak$, $\overline{PV} = bk$ 라고 놓을 수 있다.

원의 반지름이 1이므로 $ak = bk + 2$ 이다. 두 직각삼각형 PQV와 PUR이 닮은 것을 이용하여

비례식 $b\sqrt{1+k^2}:b = bk+1:1$ 으로부터 $b = \frac{\sqrt{1+k^2}-1}{k}$ 를 얻는다.

$ak = bk + 2$ 이므로 $a = \frac{\sqrt{1+k^2}+1}{k}$ 이다. $a+b = \frac{2\sqrt{1+k^2}}{k}$, $ab = 1$ 이므로 원뿔대의 부피 V 는

$$V = \frac{1}{3}\pi(a^3 - b^3)k = \frac{1}{3}\pi(ak - bk)((a+b)^2 - ab) = \frac{2\pi}{3}((a+b)^2 - ab) = \frac{2\pi}{3}\left(\frac{4(1+k^2)}{k^2} - 1\right)$$

V 가 구의 부피 $\frac{4\pi}{3}$ 의 3배이므로 $V = \frac{2\pi}{3}\left(\frac{4(1+k^2)}{k^2} - 1\right) = 4\pi$ 에서 $k^2 = \frac{4}{3}$ 를 얻는다.

$$\therefore \frac{A}{B} = \frac{\pi a^2}{\pi b^2} = \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{\sqrt{1+k^2}+1}{\sqrt{1+k^2}-1}\right)^2 = \frac{5+\sqrt{21}}{5-\sqrt{21}} = \frac{23+5\sqrt{21}}{2}$$

채점기준

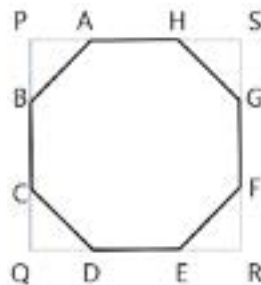
- 닮음 상수 k 를 이용하여 $a = \overline{ST}$, $b = \overline{QV}$ 를 표현하면 **+5점**
- 닮음 상수 k 를 이용하여 원뿔대의 부피를 표현하면 **+5점**
- $\frac{A}{B}$ 의 값 $\frac{5+\sqrt{21}}{5-\sqrt{21}} = \frac{23+5\sqrt{21}}{2}$ 을 얻으면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

[문제 4-2] 예시답안

정팔각형의 한 변의 길이를 d 라 하고 정팔각형을 포함하는 정사각형 PQRS를 아래의 그림과 같이 잡으면, 정팔각형의 넓이는 정사각형의 넓이에서 네 개의 직각이등변삼각형의 넓이를 빼면 되므로 $2(1+\sqrt{2})d^2$ 이다.



$\vec{a} = \overrightarrow{DE}$, $\vec{b} = \overrightarrow{CB}$ 라 하면,

$\overrightarrow{CA} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{a} + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{b}$ 이고 $\overrightarrow{BE} = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{a} - \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{b}$ 이다. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 이므로

$$4 = |\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BE}|^2 = |-\vec{a} + (2 + \sqrt{2})\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + (2 + \sqrt{2})^2|\vec{b}|^2 = (7 + 4\sqrt{2})d^2$$

따라서 정팔각형의 넓이 A 는

$$A = 2(1 + \sqrt{2}) \cdot \frac{4}{7 + 4\sqrt{2}} = \frac{8(3\sqrt{2} - 1)}{17}$$

채점기준

- 정팔각형 ABCDEFGH의 넓이를 정팔각형의 한 변의 길이 d 로 표현하면 **+5점**
- $4 = (7 + 4\sqrt{2})d^2$ 를 얻으면 **+5점**
- 정팔각형 ABCDEFGH의 넓이를 구하면 **+5점**

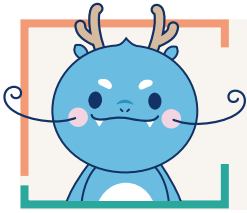
※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

V. 2023학년도 수시모집 논술시험 기출문제 및 해설

- | | |
|-----------------------|----|
| 1. 자연계열 I (1교시) 문제 | 47 |
| 2. 자연계열 I (1교시) 문제해설 | 50 |
| 3. 자연계열 II (2교시) 문제 | 54 |
| 4. 자연계열 II (2교시) 문제해설 | 57 |





자연계열 I (1교시) 문제

수학

[문제 1] 세 사람 A, B, C 의 이름이 각각 적힌 서로 다른 3장의 이름표가 들어 있는 상자가 있다. 다음과 같은 규칙의 게임을 고려하자.

- 1라운드: A, B, C 가 상자에서 임의로 각각 한 장씩 이름표를 뽑은 다음, 자신의 이름표를 뽑은 사람을 제외하고 다른 사람의 이름표를 뽑은 사람만 이름표를 상자에 다시 넣는다.
- n 라운드 ($n \geq 2$): 아직 자신의 이름표를 뽑지 못한 사람만 $(n-1)$ 라운드 직후의 상자에서 임의로 각각 한 장씩 이름표를 뽑는다. 이때 자신의 이름표를 뽑은 사람을 제외하고 다른 사람의 이름표를 뽑은 사람만 이름표를 상자에 다시 넣는다.
- 각 라운드 직후 상자에 남은 이름표가 없으면 게임은 종료된다.

위와 같은 규칙으로 게임이 종료되지 않고 6라운드까지 진행된다고 할 때, 오직 한 사람만 자신의 이름표를 뽑는 경우의 수를 구하시오. (단, 각 라운드에서 이름표를 뽑는 순서는 고려하지 않는다.) [20점]

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 미분가능할 때 $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ 이다.
- 미분가능한 두 함수 $y = f(u)$, $u = g(x)$ 에 대하여 합성함수 $y = f(g(x))$ 의 도함수는 $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$ 이다.
- 함수 $f(x)$ 가 임의의 세 실수 a, b, c 를 포함하는 열린구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

- 미분가능한 함수 $g(x)$ 의 도함수 $g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $g(a) = \alpha$, $g(b) = \beta$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 α 와 β 를 양끝으로 하는 닫힌구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(g(x))g'(x) dx = \int_\alpha^\beta f(t) dt$$

[문제 2-1] 양의 실수 α 에 대하여, 곡선

$$y = \sqrt[3]{\alpha + \frac{x}{1 \cdot 2 \cdot 3}} \cdot \sqrt[3]{\left(\alpha + \frac{x}{2 \cdot 3 \cdot 4}\right)^2} \cdot \left(\alpha + \frac{x}{3 \cdot 4 \cdot 5}\right)$$

위의 점 $(0, \alpha^2)$ 에서의 접선이 점 $(5, 1)$ 을 지난다고 할 때, α 의 값을 구하시오. [10점]

[문제 2-2] 주기가 2π 인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) + 2f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 15 \cdot \frac{|\sin x|}{2 + \cos x}$$

을 만족할 때, 정적분 $\int_0^\pi f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [15점]

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

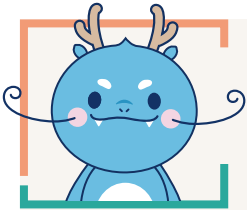
- 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(\alpha, f(\alpha))$ 에서 접하는 접선의 방정식은 $y - f(\alpha) = f'(\alpha)(x - \alpha)$ 이다.
- 미분가능한 두 함수 $y = f(u)$, $u = g(x)$ 에 대하여 합성함수 $y = f(g(x))$ 의 도함수는 $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$ 이다.
- 미분가능한 함수 $g(x)$ 의 도함수 $g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $g(a) = \alpha$, $g(b) = \beta$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 α 와 β 를 양끝으로 하는 닫힌구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)dx = \int_\alpha^\beta f(t)dt$$

[문제 3-1] $x \geq 1$ 에서 정의된, 좌표평면 위의 곡선 $y = \sin(\ln x)$ 가 있다. 좌표평면의 원점에서 곡선 $y = \sin(\ln x)$ 에 그은 가능한 모든 접선의 접점들을 $(a_n, \sin(\ln a_n))$ 으로 나타내자. 이때, x 좌표가 가장 작은 접점의 x 좌표가 a_1 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n < a_{n+1}$ 이 성립한다. $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{(\ln a_n)(\ln a_{n+1})}$ 의 값을 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 함수 $y = 2e^{3x} - 3\alpha e^{2x} + 8$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나게 하는 실수 α 의 값을 α_0 이라 하고, 이때 x 축과의 교점을 $(x_0, 0)$ 이라 하자. 다음 정적분의 값을 구하시오. [15점]

$$\int_0^{x_0} (2e^{3x} - 3\alpha_0 e^{2x} + 8) dx$$



자연계열 I (1교시) 문제해설

1. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] 예시답안

우선, n 라운드에서만 1명이 자신의 이름표를 뽑을 조건을 고려하자. 이를 위해서는,

- ① 이전 라운드까지는 모든 사람이 다른 사람의 이름표를 뽑아야 하고
- ② n 라운드에서 세 사람 중 한 명이 자신의 이름표를 뽑고
- ③ $(n+1)$ 라운드부터는 나머지 사람이 모두 다른 사람의 이름표를 계속 뽑아야 한다.

단, $n=1$ 인 경우는 이전 라운드가 없기 때문에 ①의 과정이 없고, $n=6$ 인 경우는 6라운드까지 고려하므로 ③의 과정이 없다.

편의상, 세 사람 A, B, C의 이름표를 각각 a, b, c라고 하자. ①의 경우는 A, B, C가 (b, c, a) 또는 (c, a, b)를 고르는 경우이므로 2가지가 있다. ②의 경우는 A, B, C 중 한 사람이 자신의 이름표를 뽑고 나머지 두 사람은 이름표를 엇갈리게 뽑는 경우이다.

따라서, 자신의 이름표를 뽑는 사람이 세 사람 중 한 명이므로 3가지가 있다. ③의 경우는 두 사람이 서로 이름표를 엇갈리게 뽑는 경우이므로 1가지 경우이다. 따라서, 6라운드까지 진행에서 n 라운드에서만 1명이 자신의 이름표를 뽑는 경우의 수를 M_n 이라고 하면 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$M_1 = 3 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 3;$$

예: A만 이름표를 뽑는 경우 $(a, c, b) \rightarrow (\cdot, c, b) \rightarrow \dots \rightarrow (\cdot, c, b)$

$$M_2 = 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 3 \times 2^1;$$

예: A만 이름표를 뽑는 경우 (b, c, a) or $(c, a, b) \rightarrow (a, c, b) \rightarrow (\cdot, c, b) \rightarrow \dots \rightarrow (\cdot, c, b)$

$$M_3 = 2 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 1 = 3 \times 2^2;$$

예: A만 이름표를 뽑는 경우

(b, c, a) or $(c, a, b) \rightarrow (b, c, a)$ or $(c, a, b) \rightarrow (a, c, b) \rightarrow (\cdot, c, b) \rightarrow \dots \rightarrow (\cdot, c, b)$

...

$$M_6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 3 \times 2^5;$$

예: A만 이름표를 뽑는 경우

(b, c, a) or $(c, a, b) \rightarrow \dots \rightarrow (b, c, a)$ or $(c, a, b) \rightarrow (a, c, b)$

위의 계산에 의하여, 문제에서 요구하는 경우의 수는 다음과 같다.

$$\sum_{n=1}^6 M_n = 3 \times \left(\frac{2^6 - 1}{2 - 1} \right) = 3 \times 63 = 189$$

[문제 1] 채점기준

- M_n ($n=1, 2, \dots, 6$) 한 개당 **+3점**
 - ✓ 각 경우에 대한 순서를 이해하고 있으면 **+1점**
 - ✓ 경우의 수 계산을 정확하게 한다면 **+2점**
- 모든 경우의 수를 합하여 최종 답인 '189'를 계산했다면 **+2점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 1 점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 2-1] 예시답안

주어진 함수를 미분하면,

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left(\alpha + \frac{x}{1 \cdot 2 \cdot 3} \right)^{-\frac{2}{3}} \left(\alpha + \frac{x}{2 \cdot 3 \cdot 4} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\alpha + \frac{x}{3 \cdot 4 \cdot 5} \right) \\ &\quad + \left(\alpha + \frac{x}{1 \cdot 2 \cdot 3} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} \left(\alpha + \frac{x}{2 \cdot 3 \cdot 4} \right)^{-\frac{1}{3}} \left(\alpha + \frac{x}{3 \cdot 4 \cdot 5} \right) \\ &\quad + \left(\alpha + \frac{x}{1 \cdot 2 \cdot 3} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\alpha + \frac{x}{2 \cdot 3 \cdot 4} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} \end{aligned}$$

이므로

$$y'(0) = \frac{\alpha}{3} \left(\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} \right) = \frac{\alpha}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) = \frac{\alpha}{10}$$

이다. (채점용: 주어진 함수에 로그를 취하여 $\ln y = \sum_{k=1}^3 \frac{k}{3} \ln \left(\alpha + \frac{x}{k(k+1)(k+2)} \right)$ 를 미분하면

$$\frac{y'}{y} = \sum_{k=1}^3 \frac{k}{3} \cdot \frac{1}{k(k+1)(k+2)} \frac{1}{\alpha + \frac{x}{k(k+1)(k+2)}}$$

이므로 $y'(0) = \frac{y(0)}{3\alpha} \sum_{k=1}^3 \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \dots = \frac{\alpha}{10}$ 를 얻을 수 있다.) 따라서 $(0, \alpha^2)$ 에서의 접선은 $y = \frac{\alpha}{10}x + \alpha^2$ 이다.

이 직선이 $(5, 1)$ 을 지나기 위해서는 $\alpha^2 + \frac{\alpha}{2} - 1 = 0$ 을 만족해야 하므로 $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$ 이다.

채점기준

- 미분하여 $y'(0) = \frac{\alpha}{10}$ 를 구하면 **+6점**
- α 에 대한 방정식을 풀어 답을 구하면 **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2] 예시답안

편의상 $g(x) = 15 \cdot \frac{|\sin x|}{2 + \cos x}$ 라 하자. 주어진 식 $f(x) = g(x) - 2f\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 를 반복해서 적용하면

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) - 2f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = g(x) - 2g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 4f(x + \pi) \\ &= g(x) - 2g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 4g(x + \pi) - 8f\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) \\ &= g(x) - 2g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 4g(x + \pi) - 8g\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + 16f(x + 2\pi) \end{aligned}$$

를 얻는다. 그런데 $f(x)$ 의 주기가 2π 이므로,

$$f(x) = -\frac{1}{15} \left\{ g(x) - 2g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 4g(x + \pi) - 8g\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) \right\}$$

이다. 따라서

$$\int_0^\pi f(x) dx = -\frac{1}{15} \left\{ \int_0^\pi g(x) dx - 2 \int_0^\pi g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) dx + 4 \int_0^\pi g(x + \pi) dx - 8 \int_0^\pi g\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) dx \right\}$$

이다. 우변의 첫 번째 적분은 $u = 2 + \cos x$ 로 치환하여 값을 구하고

$$\int_0^\pi g(x) dx = 15 \int_0^\pi \frac{\sin x}{2 + \cos x} dx = -15 \int_3^1 \frac{1}{u} du = 15 \ln 3$$

를 얻고, 두 번째 적분은 구간을 나눈 다음 $u = 2 + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 로 치환하여 값을 구한다.

$$\begin{aligned} \int_0^\pi g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) dx &= 15 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}{2 + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)} dx - 15 \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}{2 + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)} dx \\ &= -15 \int_2^1 \frac{1}{u} du + 15 \int_1^2 \frac{1}{u} du = 30 \ln 2 \end{aligned}$$

같은 방식으로 세 번째, 네 번째 적분도 값을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\int_0^\pi g(x+\pi)dx &= -15 \int_0^\pi \frac{\sin(x+\pi)}{2+\cos(x+\pi)}dx = 15 \int_1^3 \frac{1}{u}du = 15\ln 3, \\ \int_0^\pi g\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)dx &= -15 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)}{2+\cos\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)}dx + 15 \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi \frac{\sin\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)}{2+\cos\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)}dx \\ &= -15 \int_2^3 \frac{1}{u}du + 15 \int_3^2 \frac{1}{u}du = 30(\ln 3 - \ln 2).\end{aligned}$$

따라서

$$\int_0^\pi f(x)dx = -\ln 3 + 4\ln 2 - 4\ln 3 + 16(\ln 3 - \ln 2) = 11\ln 3 - 12\ln 2 \text{ 이다.}$$

채점기준

- $f(x) = -\frac{1}{15} \left\{ g(x) - 2g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 4g(x+\pi) - 8g\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) \right\}$ 를 유도하면 **+8점**
(귀납적으로 식을 정리할 시도를 하면 4~5점 부여)
- $\int_0^\pi g\left(x + \frac{k\pi}{4}\right)dx$ ($k = 0, 1, 2, 3$)의 값을 구하면 **+5점** (치환적분을 일부지만 올바르게 수행하면 2~3점 부여)
- 합을 계산하여 정답을 얻으면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2] 별해

편의상 $g(x) = 15 \cdot \frac{|\sin x|}{2+\cos x}$ 라 하자. 정적분 $\int_0^\pi f(x)dx$ 에 주어진 식 $f(x) = g(x) - 2f\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 를 반복해서 적용하면,

$$\begin{aligned}\int_0^\pi f(x)dx &= -2 \int_0^\pi f\left(x + \frac{\pi}{2}\right)dx + \int_0^\pi g(x)dx \\ &= 4 \int_0^\pi f(x+\pi)dx - 2 \int_0^\pi g\left(x + \frac{\pi}{2}\right)dx + \int_0^\pi g(x)dx \\ &= -8 \int_0^\pi f\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)dx + 4 \int_0^\pi g(x+\pi)dx - 2 \int_0^\pi g\left(x + \frac{\pi}{2}\right)dx + \int_0^\pi g(x)dx \\ &= 16 \int_0^\pi f(x+2\pi)dx - 8 \int_0^\pi g\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)dx + 4 \int_0^\pi g(x+\pi)dx - 2 \int_0^\pi g\left(x + \frac{\pi}{2}\right)dx + \int_0^\pi g(x)dx\end{aligned}$$

그런데 $f(x)$ 의 주기가 2π 이므로,

$$\int_0^\pi f(x)dx = -\frac{1}{15} \left\{ \int_0^\pi g(x)dx - 2 \int_0^\pi g\left(x + \frac{\pi}{2}\right)dx + 4 \int_0^\pi g(x+\pi)dx - 8 \int_0^\pi g\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)dx \right\}$$

를 얻을 수 있다. 이후 과정은 이전 예시답안과 같다.

채점기준

- $\int_0^\pi f(x)dx = -\frac{1}{15} \left\{ \int_0^\pi g(x)dx - 2 \int_0^\pi g\left(x + \frac{\pi}{2}\right)dx + 4 \int_0^\pi g(x+\pi)dx - 8 \int_0^\pi g\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)dx \right\}$ 를 유도하면 **+8점**
(귀납적으로 식을 정리할 시도를 하면 4~5점 부여)
- $\int_0^\pi g\left(x + \frac{k\pi}{4}\right)dx$ ($k = 0, 1, 2, 3$)의 값을 구하면 **+5점** (치환적분을 일부지만 올바르게 수행하면 2~3점 부여)
- 합을 계산하여 정답을 얻으면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-1] 예시답안

곡선 위의 점 $(t, \cos(\ln t))$ 에서 접선의 방정식은 $y - \sin(\ln t) = \frac{\cos(\ln t)}{t}(x - t)$ 이다. 원점을 지나므로 $(x, y) = (0, 0)$ 을 대입하면 $\sin(\ln t) = \cos(\ln t)$ 가 된다. $t \geq 1$ 이므로 $\ln t \geq 0$ 이고 $\ln t = \frac{\pi}{4}, \pi + \frac{\pi}{4}, 2\pi + \frac{\pi}{4}, \dots$ 이다. 따라서 $a_n = e^{\pi(n-1) + \frac{\pi}{4}}$ 이다. 등식 $\frac{1}{(n - \frac{3}{4})(n + \frac{1}{4})} = \frac{1}{n - \frac{3}{4}} - \frac{1}{n + \frac{1}{4}}$ 을 이용하면 구하는 값은 아래와 같다.

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{(\ln a_n)(\ln a_{n+1})} = \frac{1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{10} \left(\frac{1}{n - \frac{3}{4}} - \frac{1}{n + \frac{1}{4}} \right) = \frac{1}{\pi^2} \left(4 - \frac{4}{41} \right) = \frac{160}{41\pi^2}$$

채점기준

- $y - \sin(\ln t) = \frac{\cos(\ln t)}{t}(x - t)$ 를 얻으면 **+3점**
- $a_n = e^{\pi(n-1) + \frac{\pi}{4}}$ 을 얻으면 **+3점**
- 계산하여 $\frac{160}{41\pi^2}$ 을 얻으면 **+4점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-2] 예시답안

$\alpha \leq 0$ 일 때, $2e^{3x} - 3\alpha e^{2x} + 8 \geq 8$ 이므로 x 축과 만나지 않는다. $\frac{dy}{dx} = 6e^{2x}(e^x - \alpha)$ 이므로 $\alpha > 0$ 인 경우에 $e^x = \alpha$ 에서 극솟값을 갖는다. x 축과 한점에서 만나기 위하여 $e^x = \alpha$ 을 함수에 대입하면 $2\alpha^3 - 3\alpha^3 + 8 = 0$ 이 되어야 한다. 따라서, $\alpha_0 = 2$ 일 때 x 축과 한점에서 만나고 $x_0 = \ln \alpha_0 = \ln 2$ 이다. 주어진 정적분의 값은 아래와 같다.

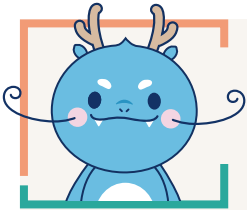
$$\int_0^{x_0} (2e^{3x} - 3\alpha_0 e^{2x} + 8) dx = \left[\frac{2}{3} e^{3x} - \frac{3\alpha_0}{2} e^{2x} + 8x \right]_0^{x_0} = 8 \ln 2 - \frac{13}{3}$$

채점기준

- 함수의 그래프를 이해하고 $e^x = \alpha$ 에서 극솟값을 가진다는 것을 확인하면 **+5점**
- $\alpha_0 = 2, x_0 = \ln \alpha_0 = \ln 2$ 를 확인하면 **+5점**
- 적분하여 $8 \ln 2 - \frac{13}{3}$ 을 구하면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

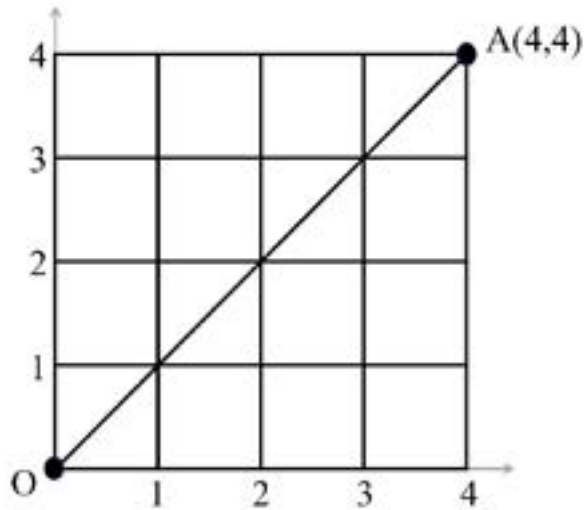
※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.



자연계열 II (2교시) 문제

수학

[문제 1] 다음의 그림과 같은 도로망이 있다. (i, j) 좌표에서 $(i+1, j)$ 또는 $(i, j+1)$ 좌표로의 이동 비용은 1000원이고 소요 시간은 1시간이다. (i, i) 좌표에서 $(i+1, i+1)$ 좌표로의 이동 비용은 2400원이며 소요 시간은 30분이다. 원점 O 지점에서 출발하여 A(4, 4) 지점까지 도로를 따라갈 때, 9000원 이하의 비용으로 7시간 이내에 도착하기 위한 모든 경로의 수를 구하시오. (단, 왼쪽($\leftarrow$) 또는 아래($\downarrow$) 방향과 왼쪽 아래로의 대각선($\swarrow$) 방향으로 이동할 수 없다.) [20점]



[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$ 가 임의의 세 실수 a, b, c 를 포함하는 열린구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

- 모든 실수 x 에 대하여 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 이 성립한다.
- 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f'(x), g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x) g'(x) dx = [f(x) g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x) g(x) dx$$

- 미분가능한 두 함수 $y = f(u), u = g(x)$ 에 대하여 합성함수 $y = f(g(x))$ 의 도함수는 $\{f(g(x))\}' = f'(g(x)) g'(x)$ 이다.
- 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 이다.

[문제 2-1] 다음 정적분의 값을 구하시오. [10점]

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{|x|}{1 - \sin x} dx$$

[문제 2-2] 좌표평면 위의 곡선 $y = 4 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{x^2}{36}\right)^3}$ 에서 점 $P(0, 109)$ 에 이르는 거리가 최소인 두 점을

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 라 하자. 이때, $x = x_1$ 에서 $x = x_2$ 까지의 곡선 $y = 4 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{x^2}{36}\right)^3}$ 의 길이를 구하시오.
(단, $x_1 < x_2$ 이다.) [15점]

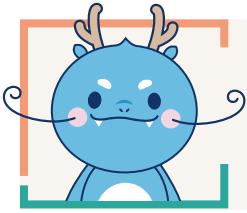
[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 이다.
- 모든 실수 x 에 대하여 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 이 성립한다.
- 미분가능한 두 함수 $y = f(u)$, $u = g(x)$ 에 대하여 합성함수 $y = f(g(x))$ 의 도함수는 $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$ 이다.
- x 의 함수 y 가 음함수의 꼴 $f(x, y) = 0$ 으로 주어질 때, $f(x, y) = 0$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하여 $\frac{dy}{dx}$ 를 구한다.

[문제 3-1] 조건 $a \geq 0$, $0 < 2b < \left(a + \frac{3}{2}\right)^2$ 을 만족하는 실수 a, b 가 있다. 주어진 a 에 대하여 곡선 $y = \left(a + \frac{3}{2}\right)^2 - (a+1)^2 x^2$ 과 원 $x^2 + (y-b)^2 = b^2$ 이 서로 다른 두 점에서 만나게 하는 b 의 값을 $f(a)$ 라 할 때, $f(a)$ 의 최댓값을 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 좌표평면 위를 움직이는 점 $A(\cos t, \sin t)$ 와 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 $B(x, y)$ 가 거리 1을 유지하며 연속적으로 움직인다. $t = 0$ 일 때, 점 $B(x, y)$ 는 제1사분면의 한 점에서 출발한다. $t = \frac{\pi}{2}$ 일 때, $\frac{dx}{dt}$ 의 값을 구하시오. 또한, 점 $B(x, y)$ 의 x 좌표의 최댓값을 구하시오. (단, $0 \leq t \leq \pi$ 이다.) [15점]

[2024학년도 자연계열 논술전형]에서 과목과목이 폐지됨에 따라, 4번 과학문항은 본 가이드북에서 제외되었습니다. 과학 문항을 확인하고 싶은 경우 중앙대학교 입학처 홈페이지(<http://admission.cau.ac.kr>)에서 받아보실 수 있습니다.



자연계열 II (2교시) 문제해설

1. 예시답안 및 채점기준

[문제 1] 예시답안

한 단위의 가로, 세로, 대각선 방향으로 이동 횟수를 각각 x , y , z 이라고 하자. 원점 O에서 A로 이동하기 위해서 다음의 관계식이 만족되어야 한다.

$$x = y, x + y + 2z = 8$$

왜냐하면, 한 단위 가로 또는 세로 방향으로만 갈 때는 총 8번의 이동이 필요하지만, 한 단위 대각선 방향으로 갈 때는 가로와 세로 방향을 한 번만에 간 효과가 있기 때문이다. 위의 관계식을 만족시키는 (x, y, z) 의 조합 및 그에 따른 경로의 비용 및 소요 시간은 다음 표와 같다.

조합	$x = y$	z	비용 (원)	소요 시간 (시간)
I	0	4	$4 \times 2400 = 9600$	$4 \times 0.5 = 2$
II	1	3	$(2 \times 1000) + (3 \times 2400) = 9200$	$(2 \times 1) + (3 \times 0.5) = 3.5$
III	2	2	$(4 \times 1000) + (2 \times 2400) = 8800$	$(4 \times 1) + (2 \times 0.5) = 5$
IV	3	1	$(6 \times 1000) + (1 \times 2400) = 8400$	$(6 \times 1) + (1 \times 0.5) = 6.5$
V	4	0	$8 \times 1000 = 8000$	$8 \times 1 = 8$

따라서, 9000원 이하 비용과 7시간 이내 소요 시간 조건을 만족시키는 조합은 III과 IV이다.

조합 III에 따른 경로는 아래와 같은 $6(= {}_4C_2)$ 가지 종류가 있을 수 있다. 따라서, 총 $30(= 18+12)$ 가지 경로가 있다.

조합 III에 따른 경로

$\frac{4!}{2!2!} \times 3 = 6 \times 3 = 18$			$(2 \times 2) \times 3 = 4 \times 3 = 12$		

조합 IV에 따른 경로는 아래와 같은 $4(= {}_4C_1)$ 가지 종류가 있을 수 있다. 따라서, 총 $64(= 40+24)$ 가지 경로가 있다.

조합 IV에 따른 경로

$\frac{6!}{3!3!} \times 2 = 20 \times 2 = 40$		$\left(2 \times \frac{4!}{2!2!}\right) \times 2 = 12 \times 2 = 24$	

따라서, 총 $94(= 30 + 64)$ 가지의 경로가 있다.

[문제 1]

채점기준

- 각 경로 조합(총 10가지)에 대하여 비용과 소요 시간 및 경로의 수를 바르게 계산하면: 각 경로당 **+2점**
 - ✓ 비용과 소요 시간을 정확하게 이해하면: 각 경로당 **+1점**
 - 또는 비용과 소요 시간 각각에 +0.5점씩 부여 가능
 - 단, 총점에 소수점 점수가 나올 경우, 답안의 완성도에 따라 +0.5점 또는 -0.5점 부여 가능
 - ✓ 경로의 수를 정확하게 계산하면: 각 경로당 **+1점**
- 모든 경로 조합에 대하여 비용과 소요 시간 및 경로의 수를 바르게 계산하였으나 총 경우의 수인 '94'를 계산하지 못한 경우: **-2점**

※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±1점 추가 점수 부여 가능함.

[문제 2-1]

예시답안

다음과 같이 정적분의 적분 구간 나눈 후, 첫 번째 적분에 대하여 $u = -x$ 로 치환하여 식을 정리한다.

$$\begin{aligned}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{|x|}{1-\sin x} dx &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{-x}{1-\sin x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1-\sin x} dx \\&= -\int_{\frac{\pi}{4}}^0 \frac{u}{1+\sin u} du + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1-\sin x} dx \\&= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1+\sin x} + \frac{x}{1-\sin x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2x}{1-\sin^2 x} dx\end{aligned}$$

그리고 삼각함수의 관계식 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\sec x = \frac{1}{\cos x}$, $(\tan x)' = \sec^2 x$ 과 부분적분을 적용하여

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{|x|}{1-\sin x} dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sec^2 x dx = \frac{\pi}{2} \tan \frac{\pi}{4} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$$

를 얻는다. 마지막으로 치환적분 ($u = \cos x$)으로 정적분

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x} dx = \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 \frac{1}{u} du = \ln 1 - \ln \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{\ln 2}{2}$$

를 계산하여 답 $\frac{\pi}{2} - \ln 2$ 를 구한다.

채점기준

- 정적분을 정리하여 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2x}{1-\sin^2 x} dx$ 를 얻으면 **+4점**
- $2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sec^2 x dx$ 로 적은 후, 부분적분을 적용하여 계산을 시도하면 **+4점**
- 정답을 얻으면 **+2점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2] 예시답안

점 P와 주어진 곡선 위의 점 사이 거리의 제곱의 함수를 $f(x) = x^2 + \left\{4\left(1 + \frac{x^2}{36}\right)^{\frac{3}{2}} - 109\right\}^2$ 라 하자.
 $f(x)$ 의 미분

$$f'(x) = \frac{2x}{3} \left\{4\left(1 + \frac{x^2}{36}\right)^{\frac{3}{2}} - 109\sqrt{1 + \frac{x^2}{36}} + 3\right\}$$

를 계산한 다음, $t = \sqrt{1 + \frac{x^2}{36}}$ 로 치환하여 인수분해 하면

$$f'(x) = \frac{2x}{3}(t-3)(4t^3 + 12t^2 + 36t - 1)$$

을 얻는다. 이때, $g(t) = 4t^3 + 12t^2 + 36t - 1$ 라 하면 $g(1) = 51 > 0$ 이고

$g'(t) = 12(t+1)^2 + 24 > 0$ 이므로, $t \geq 1$ 일 때 $g(t) > 0$ 라는 것을 알 수 있다.

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x = 0$, $t = 3$ (즉, $x = \pm 12\sqrt{2}$)에서 극값을 가진다.

여기서 $f(\pm 12\sqrt{2}) = (12\sqrt{2})^2 + 1 < 105^2 = f(0)$ 이므로 $x_1 = -12\sqrt{2}$, $x_2 = 12\sqrt{2}$ 임을 알 수 있다.

곡선의 길이를 구하기 위해 적분 $\int_{-12\sqrt{2}}^{12\sqrt{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$ 를 계산해야 하는데, 적분 함수를

$$\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \sqrt{1 + \left(6\sqrt{1 + \frac{x^2}{36}} \cdot \frac{x}{18}\right)^2} = 1 + \frac{x^2}{18}$$

로 정리한 후 계산하면 정답 $152\sqrt{2}$ 를 얻을 수 있다.

채점기준

- 거리의 제곱 함수를 미분한 후 인수분해하여 $f'(x) = \frac{2x}{3}(t-3)(4t^3 + 12t^2 + 36t - 1)$ 를 얻으면 **+6점**
- $4t^3 + 12t^2 + 36t - 1$ 가 주어진 조건 ($t \geq 1$)에서 항상 양수라는 것을 확인하면 **+2점**
- 극소점 $x = \pm 12\sqrt{2}$ 를 구하면 **+2점**
- 곡선의 길이를 구하여 정답을 얻으면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 2-2] 별해

점 P (0, 109)와 $Q\left(\alpha, 4\left(1 + \frac{\alpha^2}{36}\right)^{\frac{3}{2}}\right)$ 와의 거리가 최소이기 위해서는 주어진 곡선 위의 점 Q에서 접선

$$y = -\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{36}} \cdot \frac{\alpha}{3}(x - \alpha) + 4\left(1 + \frac{\alpha^2}{36}\right)^{\frac{3}{2}}$$

과 선분 PQ가 수직이어야 한다. 따라서, 직선

$$y = -\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{36}} \cdot \frac{\alpha}{3}}(x - \alpha) + 4\left(1 + \frac{\alpha^2}{36}\right)^{\frac{3}{2}}$$

이 점 P를 지나야 한다. 이때, $t = \sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{36}}$ 라 하면

$$109 = -\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{36}} \cdot \frac{\alpha}{3}}(-\alpha) + 4\left(1 + \frac{\alpha^2}{36}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{t} + 4t^3$$

이므로 $4t^4 - 109t + 3 = 0$ 를 만족해야 한다.

이후 과정은 앞의 예시답안과 같은 방식으로 인수분해하여 $t = 3$ (즉, $x = \pm 12\sqrt{2}$)를 구한 후, 곡선의 길이 $152\sqrt{2}$ 를 구하면 된다.

채점기준

- 점 Q에서의 접선과 수직이고 점 Q를 지나는 직선이 점 P도 지나간다는 것을 이용하여 $4t^4 - 109t + 3 = 0$ 를 얻으면 **+6점**
- $4t^3 + 12t^2 + 36t - 1$ 가 주어진 조건 ($t \geq 1$)에서 항상 양수라는 것을 확인하면 **+2점**
- $x_1 = -12\sqrt{2}$, $x_2 = 12\sqrt{2}$ 를 구하면 **+2점**
- 곡선의 길이를 구하여 정답을 얻으면 **+5점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-1] 예시답안

$(a+1)^2x^2 = \left(a + \frac{3}{2}\right)^2 - y$ 를 $x^2 + (y-b)^2 = b^2$ 에 대입하여 정리하면 아래와 같다.

$$(a+1)^2y^2 - (2b(a+1)^2 + 1)y + \left(a + \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

이차함수와 원이 두 점에서 만나려면 y 가 중근이어야 하고 판별식을 쓰면 다음을 얻는다.

$$(2b(a+1)^2 + 1)^2 = 4(a+1)^2\left(a + \frac{3}{2}\right)^2$$

정리하면 $2b(a+1)^2 + 1 = 2(a+1)\left(a + \frac{3}{2}\right)$ 이고 $b = f(a) = \frac{2a^2 + 5a + 2}{2a^2 + 4a + 2}$ 이다.

$a \geq 0$ 이고 $f'(a) = \frac{1-a}{2(a+1)^3}$ 이므로 $a=1$ 에서 최댓값 $f(1) = \frac{9}{8}$ 를 갖는다.

채점기준

- $(a+1)^2y^2 - (2b(a+1)^2 + 1)y + \left(a + \frac{3}{2}\right)^2 = 0$ 을 구하면 **+3점**
- $b = f(a) = \frac{2a^2 + 5a + 2}{2a^2 + 4a + 2}$ 를 구하면 **+4점**
- 미분을 하여 최댓값 $f(1) = \frac{9}{8}$ 를 구하면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-1] 별해

b 를 구하는 과정은 예시답안과 같다.

$$b = \frac{2a^2 + 5a + 2}{2a^2 + 4a + 2} = 1 + \frac{a}{2(a^2 + 2a + 1)} = 1 + \frac{1}{2\left(a + \frac{1}{a} + 2\right)} \text{이다. } a + \frac{1}{a} \geq 2 \text{이므로 } b \leq \frac{9}{8} \text{이다.}$$

실제로 $a=1$ 에서 $a + \frac{1}{a} = 2$ 이고 b 의 최댓값은 $\frac{9}{8}$ 이다.

채점기준

- $(a+1)^2y^2 - (2b(a+1)^2 + 1)y + \left(a + \frac{3}{2}\right)^2 = 0$ 을 구하면 **+3점**
- $b = f(a) = \frac{2a^2 + 5a + 2}{2a^2 + 4a + 2}$ 를 구하면 **+4점**
- $a + \frac{1}{a} \geq 2$ 을 이용하여 $f(1) = \frac{9}{8}$ 를 구하면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

[문제 3-2] 예시답안

문제의 조건에서 다음을 얻을 수 있다.

$$(x - \cos t)^2 + (\sqrt{x} - \sin t)^2 = 1 \quad (*)$$

음함수 미분하여 다음을 얻는다.

$$(x - \cos t)(x' + \sin t) + (\sqrt{x} - \sin t)\left(\frac{x'}{2\sqrt{x}} - \cos t\right) = 0$$

1) $t = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 대응하는 점은 B(1, 1) 이다. $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 1$ 대입하면 $\frac{dx}{dt} = -1$ 이다.

2) x 가 $t = \alpha$ 에서 최댓값을 가질 때 $x'(\alpha) = 0$ 임을 고려하면, $\sqrt{x} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ 이다.

식(*)을 정리하면 $x^2 - 2x \cos t + x - 2\sqrt{x} \sin t = 0$ 이다. $\sqrt{x} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ 를 대입하면

$$\cos \alpha - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 2\sin^4 \alpha$$

이 된다. $\sin^2 t = 1 - \cos^2 t$ 을 이용하여 정리하면 $2\cos^2 \alpha + \cos \alpha - 2 = 0$ 이 되고

$$\cos \alpha = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \text{ 이다. } x \text{ 값을 구하면 } x = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{9 - \sqrt{17}}{\sqrt{17} - 1} = \frac{\sqrt{17} - 1}{2} \text{ 이다.}$$

구간 $0 \leq t \leq \pi$ 의 양 끝점에서 함수 값을 확인하자. $t = 0$ 일 때, 대응하는 B는 (1, 1)이고,

$t = \pi$ 일 때, 대응하는 B는 (0, 0)이다. $1 < \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$ 이므로 최댓값은 $x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$ 이다.

채점기준

- 음함수 미분을 통하여 $\frac{dx}{dt} = -1$ 구하면 **+5점**
- $\sqrt{x} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ 를 유도하면 **+3점**
- $2\cos^2 \alpha + \cos \alpha - 2 = 0$ 을 얻어 $\cos \alpha = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$ 를 얻으면 **+4점**
- $x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$ 을 얻고 양 끝점에서의 값과 비교하여 최댓값임을 보이면 **+3점**

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 1점을 부여할 수 있습니다.

미래를 움직일 인재를
양성하기 위한
혁신 교육과 첨단 인프라

오늘도 중앙대학교의 캠퍼스에서
우리의 꿈이 한 뼘 더 자라고 있습니다





2024 중앙대학교 논술가이드북 자연계열

