

2024학년도 광주과학고등학교 입학전형 2단계 영재기초소양평가

1교시

수학 영역 문제지

성명		수험번호					
----	--	------	--	--	--	--	--

※ 다음 <유의 사항>을 반드시 숙지하기 바랍니다.

<유의 사항>

1. 문제지와 답안지에 성명과 수험번호를 쓰시오.
2. 문제지와 답안지의 총 쪽(면)수와 인쇄 상태를 확인하십시오.
3. 답은 답안지의 답란 안에 바르게 쓰시오.
4. **제공된 검정색 볼펜**으로만 답안을 작성하십시오.
5. 답을 수정할 때 수정테이프나 수정액은 사용할 수 없으며, 두 줄(=)을 긋고 다시 작성하십시오.
6. **답안지는 교체할 수 없습니다.**

※ 감독관의 안내가 있을 때까지 표지를 넘기지 마시오.

- 시험 시간은 13:30 ~ 15:10으로 100분입니다.
- 문제지는 총 8쪽(면)입니다.
- 문항은 서술형 문항으로 총 8문항입니다.

※ 다음 물음을 읽고 답안지에 답을 작성하시오. (1~8번)

1. 다음은 300 이하의 소수를 나열한 것이다.

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29
31	37	41	43	47	53	59	61	67	71
73	79	83	89	97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223	227	229
233	239	241	251	257	263	269	271	277	281
283	293								

세 소수 p, q, r ($p \leq q \leq r$)에 대하여 자연수 N 을 $N = p \times q \times r$ 라 하자.
 $N \leq 1000$ 일 때, 다음 물문에 답하시오. [총 12점]

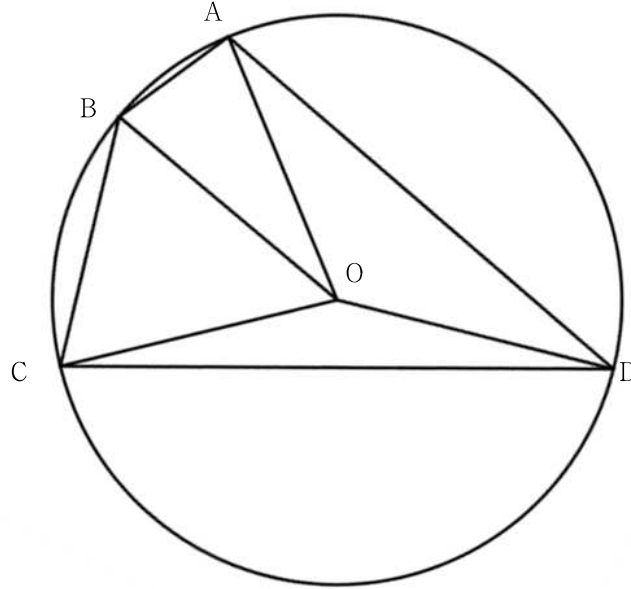
(1) $p+q+r$ 의 값이 최대가 되도록 하는 N 의 값을 구하시오. [3점]

(2) $r-p \leq 4$ 를 만족시키는 N 의 값 중 가장 큰 수를 구하시오. [4점]

(3) $p \geq 5$ 인 N 의 개수를 구하고 그 과정을 설명하시오. [5점]

2. 중심이 O인 원에 내접하는 사각형 ABCD에서 $\angle AOB + \angle COD = 180^\circ$ 이다. 다음 물음에 답하시오. [총 10점]

(1) $\overline{AC} = 2$, $\overline{BD} = 3$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하고 그 과정을 설명하시오. [4점]

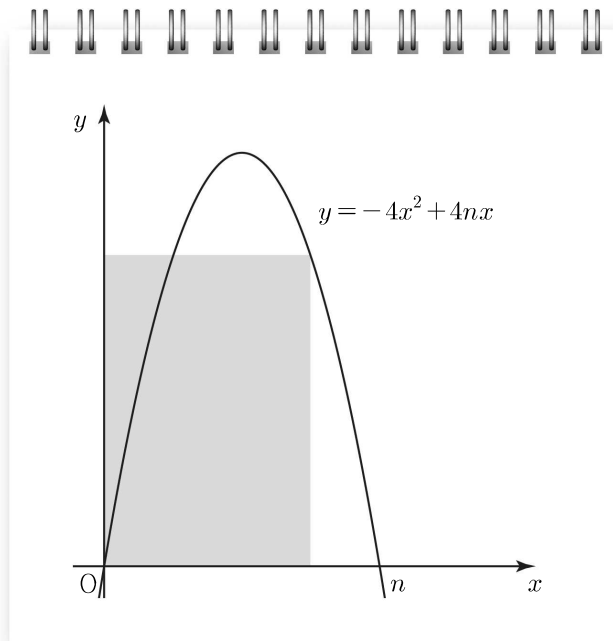


(2) 두 선분 AB, CD의 길이가 모두 자연수이고 $\overline{BC}^2 + \overline{DA}^2 = 65$ 일 때, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 가 될 수 있는 값들을 모두 구하고 그 과정을 설명하시오. [6점]

3. 좌표평면 위에 이차함수 $y = -4x^2 + 4nx$ ($n \geq 2$ 인 자연수)의 그래프가 그려진 활동지가 있고, 각 변의 길이가 모두 자연수인 직사각형 모양의 색종이가 다양하게 있다. 그림과 같이 다음 조건을 만족시키도록 놓을 수 있는 색종이를 ‘맞춤 색종이’라고 하자.

- (가) 색종이는 제1사분면 위에 있다.
 (나) 색종이의 두 변은 x 축, y 축 위에 있다.
 (다) 색종이의 꼭짓점 중 좌표축 위에 있지 않은 꼭짓점은 이차함수 $y = -4x^2 + 4nx$ 의 그래프 위에 있다.

다음 물음에 답하시오. (단, 이차함수 $y = -4x^2 + 4nx$ 의 그래프와 x 축의 양의 부분과 만나는 점의 좌표는 $(n, 0)$ 이다.) [총 15점]



- (1) $n=5$ 일 때, ‘맞춤 색종이’를 모두 찾고, 각각의 둘레의 길이를 구하시오. [4점]
- (2) $n=k$ 일 때, 어떤 한 변의 길이가 17인 ‘맞춤 색종이’와 18인 ‘맞춤 색종이’가 있다. 어떤 한 변의 길이가 17인 ‘맞춤 색종이’의 둘레의 길이가 어떤 한 변의 길이가 18인 ‘맞춤 색종이’의 둘레의 길이보다 크도록 하는 k 의 값의 개수를 구하고 그 과정을 설명하시오. [5점]
- (3) 어떤 한 변의 길이가 16인 ‘맞춤 색종이’가 있다. 이 색종이의 둘레의 길이가 1000 이하가 될 때, 둘레의 길이 중 가장 작은 값과 가장 큰 값을 각각 구하고 그 과정을 설명하시오. [6점]

4. 10 이하의 자연수가 각각 하나씩 적힌 버튼 10개가 있다. 그 중 6개를 선택하여 작은 수가 적힌 버튼부터 순서대로 이어 붙인 숫자 버튼판을 만들어 <직선 그리기>를 실행하려고 한다.

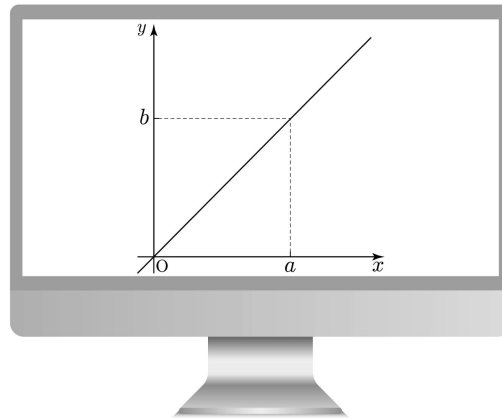


<직선 그리기>

[단계 1] 숫자 버튼판에서 버튼을 두 번 누른다. 같은 버튼을 두 번 누를 수도 있다.

[단계 2] 처음 누른 버튼의 숫자를 a , 두 번째 누른 버튼의 숫자를 b 라 할 때,

좌표평면 위의 두 점 $(0, 0)$, (a, b) 를 지나는 직선이 화면에 그려진다.



다음 물음에 답하시오. [총 12점]

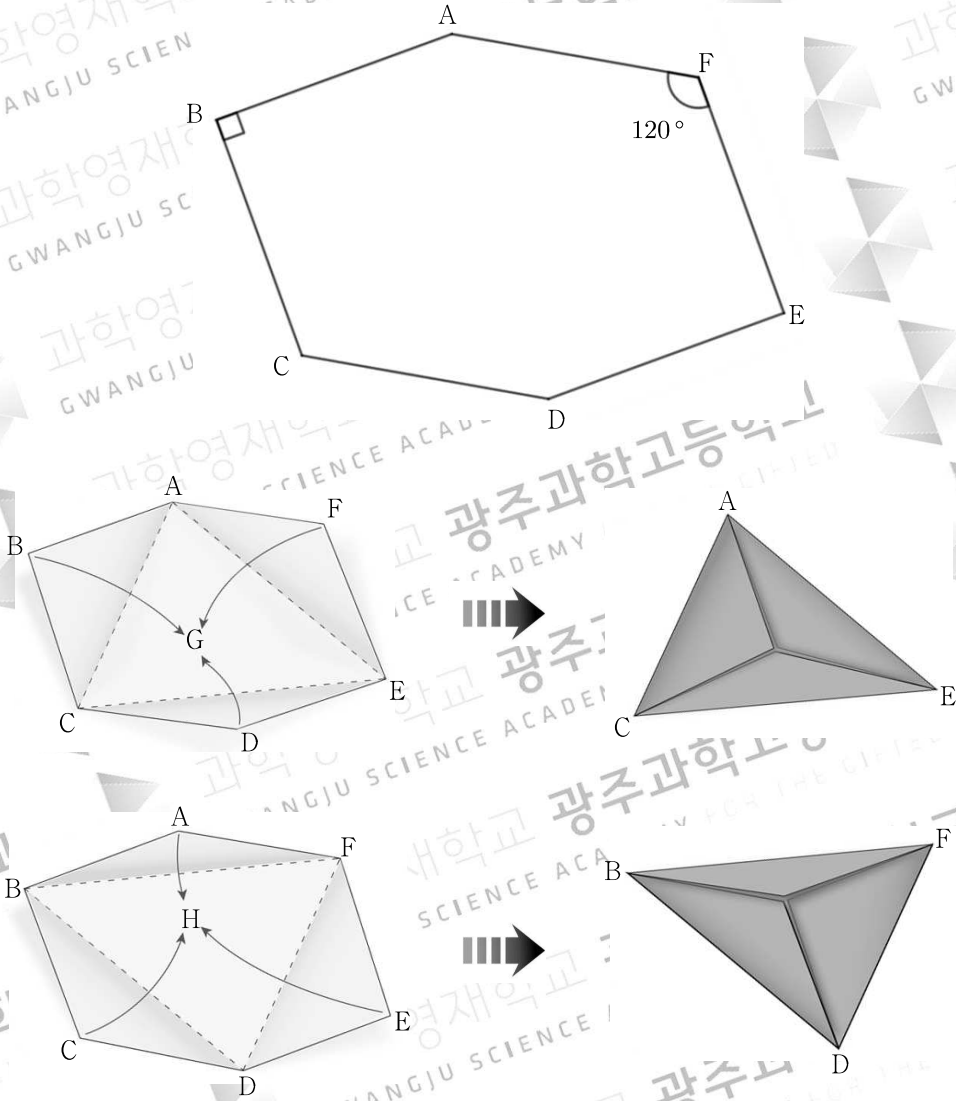
- (1) 숫자 버튼판이

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

 일 때, 좌표평면 위에 그릴 수 있는 서로 다른 직선의 개수를 구하시오. [5점]

- (2) 좌표평면 위에 그릴 수 있는 서로 다른 직선의 개수가 최소가 되는 숫자 버튼판을 모두 구하고 그 과정을 설명하시오. [7점]

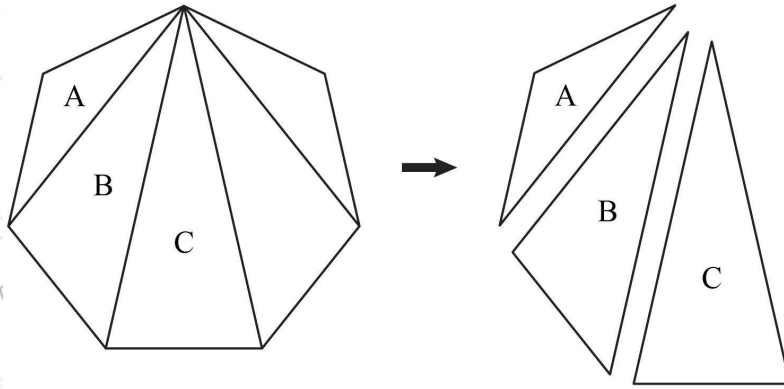
5. 그림과 같이 모든 변의 길이가 1이고 $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle AFE = 120^\circ$ 인 육각형 ABCDEF 모양의 색종이가 있다. $\overline{AC}$, $\overline{CE}$, $\overline{EA}$ 를 접는 선으로 하여 육각형 ABCDEF를 각각 접으면 세 점 B, D, F는 한 점 G에서 만나고 $\overline{BD}$, $\overline{DF}$, $\overline{FB}$ 를 접는 선으로 하여 육각형 ABCDEF를 각각 접으면 세 점 A, C, E는 한 점 H에서 만난다. 접힌 색종이를 다시 펴 육각형 ABCDEF를 만들었을 때, 다음 물음에 답하시오. [총 15점]



- (1) 육각형 ABCDEF의 넓이를 구하고 그 과정을 설명하시오. [3점]
- (2) $\angle GCH$ 의 크기를 구하고 그 과정을 설명하시오. [5점]
- (3) 두 선분 HD, CE가 만나는 점을 M, 직선 GM과 선분 CD가 만나는 점을 N이라 할 때, 삼각형 EDN의 넓이를 구하고 그 과정을 설명하시오. [7점]

6. 그림과 같이 정칠각형의 한 꼭짓점에서 네 개의 대각선을 그으면 세 삼각형 A, B, C를 얻을 수 있다.

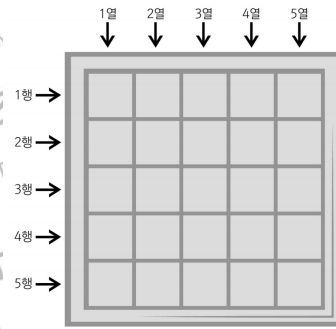
이 삼각형들을 뒤집거나 회전하여 겹치지 않게 빈틈없이 이어 붙여서 등변사다리꼴을 만들려고 한다. 등변사다리꼴이란 평행한 변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴이다. 다음 물음에 답하시오. [총 12점]



(1) 세 삼각형 A, B, C 중 두 개의 삼각형만 사용하여 등변사다리꼴을 만들려고 한다. 가능한 등변사다리꼴을 모두 그리고, 어떤 삼각형을 사용하였는지 각 삼각형 위에 표시하시오. [5점]

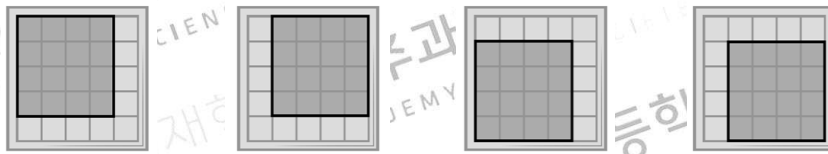
(2) 삼각형 A, B, C는 충분히 많이 있다. 삼각형 A, B, C를 각각 한 개 이상 사용하여 등변사다리꼴을 만들려고 한다. 서로 닮음이 아닌 두 개의 등변사다리꼴을 그리고, 어떤 종류의 삼각형을 사용하였는지 각 삼각형 위에 표시하시오. [7점]

7. [그림1]과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 25개로 구성된 격자판이 있다. 다음 물음에 답하시오. [총 12점]



[그림1]

(1) [그림1]의 격자판에는 [그림2]와 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형이 4개 존재한다. 한 변의 길이가 1인 모든 정사각형 각각에 바둑돌을 1개 또는 2개씩 놓으려고 한다.



[그림2]

[그림2]에 있는 한 변의 길이가 4인 정사각형에 놓인 바둑돌의 개수는 각각 4의 배수이지만, 격자판 전체에 놓인 바둑돌의 개수는 5의 배수가 되지 않도록 바둑돌을 놓는다.

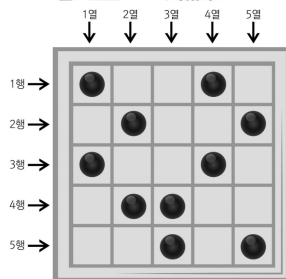
이때 격자판 전체에 놓을 수 있는 바둑돌의 최소 개수와 최대 개수를 각각 구하고 그 과정을 설명하시오. [6점]

(2) [그림1]의 격자판 1행 1열에 바둑돌이 놓여 있을 때, 추가로 9개의 바둑돌을 <규칙>에 따라 놓으려고 한다.

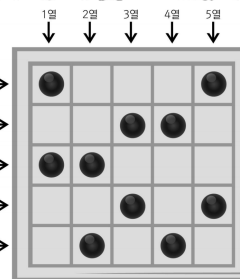
<규칙>

1. 한 변의 길이가 1인 정사각형에는 바둑돌 1개만 놓을 수 있다.
2. 각 행과 각 열에는 2개의 바둑돌을 놓는다.
3. 서로 모양이 같은 행은 존재하지 않는다.
4. 서로 모양이 같은 열은 존재하지 않는다.

예를 들어 [그림3]은 <규칙> 3, 4를 따르지 않고, [그림4]는 <규칙>을 모두 만족한다.



[그림3]

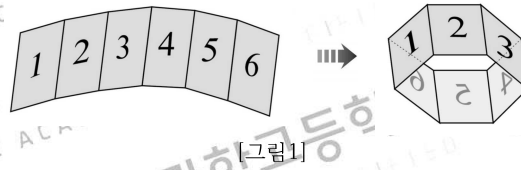


[그림4]

<규칙>에 따라 격자판에 9개의 바둑돌을 추가로 놓는 경우의 수를 구하고 그 과정을 설명하시오.

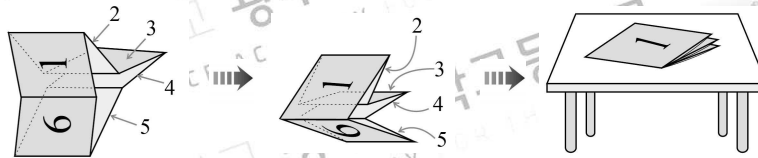
(단, 바둑돌을 놓는 순서는 고려하지 않는다.) [6점]

8. [그림1]과 같이 합동인 6개의 직사각형 종이에 1부터 6까지의 자연수를 하나씩 순서대로 적고 이 종이들을 이어 붙여 육각기둥의 두 밑면을 제거한 모양의 종이를 만든다.



[그림1]

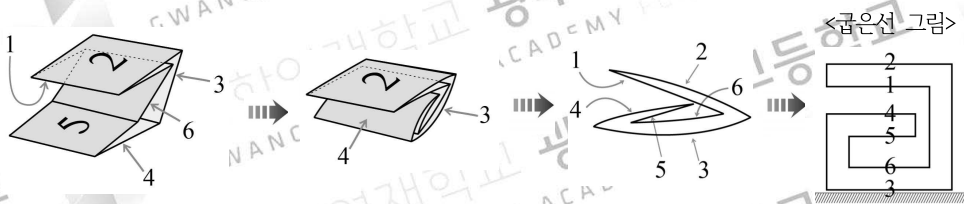
[그림2]와 같이 직사각형의 변을 따라 종이를 접어 직사각형들이 완전히 겹치도록 한 후 이를 탁자에 두었을 때, 가장 위의 직사각형에 적힌 수부터 가장 아래에 있는 직사각형에 적힌 수를 차례대로 읽어 여섯 자리 자연수를 만든다. 예를 들어 [그림2]와 같이 종이를 접어 탁자에 두면 자연수 123456을 만들 수 있다.



[그림2]

종이를 접는 방식 및 접힌 종이를 탁자에 둔 방식에 따라 만들어지는 자연수는 달라진다. 어떤 자연수를 만들 수 있는지 알아보기 위해, [그림3]과 같이 <굵은선 그림>을 이용하여 종이를 접는 방식을 나타낼 수 있다.

<굵은선 그림>에서 가로 방향 선분은 각 직사각형을 나타내고, 세로 방향 선분은 종이의 접는 선을 나타낸다.



[그림3] 214563을 만드는 접는 방법에 대한 <굵은선 그림>

다음 물음에 답하시오. [총 12점]

- (1) 143256을 만드는 접는 방법에 대한 <굵은선 그림>을 하나 그리시오. [4점]

- (2) 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중 143256과 같이, 2가 5의 왼쪽에 이웃하여 있는 수를 모두 구하고 각각의 수에 대한 <굵은선 그림>을 하나씩 그리시오. [8점]