

KOREA
UNIVERSITY
SEJONG CAMPUS



2023

고려대학교 세종캠퍼스
논술가이드북

자 연 계

CONTENTS

2023학년도 고려대학교 세종캠퍼스

논술 가이드북

I. 2023학년도 고려대학교 세종캠퍼스 신입학 주요사항 안내.....	1
II. 2023학년도 고려대학교 세종캠퍼스 논술전형 안내.....	2
III. 고려대학교 세종캠퍼스 논술고사 특징 및 유의사항.....	5
IV. 2022학년도 논술고사 기출문제(자연계열 I).....	9
V. 2022학년도 논술고사 기출문제(자연계열 I) 문항해설 및 예시답안.....	15

2023학년도 고려대학교 세종캠퍼스 신입학 주요사항 안내

1. 전형별 모집인원 및 전형요소

모집시기	전형유형	전형명	모집인원	전형요소	수능최저
수시모집	논술	논술전형	404	■ 논술 70 + 학생부(교과) 30	○
		지역인재전형	6	■ 약학과: 논술 70 + 학생부(교과) 30	○
	학생부교과	학생부교과전형	169	■ 전 모집단위(약학과 제외): 학생부(교과) 100	○
		지역인재전형	71	■ 약학과 1단계: 학생부(교과) 100	○
		농어촌학생전형	(34)	2단계: 1단계 성적 70 + 면접 30	△
		지역인재-교육기회균등전형	1	■ 약학과: 학생부(교과) 100	○
		사회공헌자전형	27	■ 학생부(교과) 100	×
	실기 / 실적	미래인재전형	140	■ 1단계: 서류 100	×
		글로벌스포츠인재전형	20	■ 2단계: 1단계 성적 70 + 면접 30	×
		체육인재전형	10	■ 1단계: 서류(경기실적) 70 + 학생부 30(교과 25, 출결 5) ■ 2단계: 1단계 성적 80 + 면접 20	×
정시모집	수능	일반전형	596	■ 인문계, 자연계: 수능 100 ■ 체능계: 수능 60 + 실기 40	×
		지역인재전형	5	■ 약학과: 수능 100	×
		교육기회균등전형	(27)	■ 수능 100	×
		특성화고교졸업자전형	(12)	■ 수능 100	×
		특수교육대상자전형	(22)	■ 수능 100	×
총 모집인원			1,449(95)		

- 1) ()는 정원외 인원임
 2) 수능최저학력기준: ○ 적용, △ 약학과만 적용, X 미적용

2. 수능최저학력기준

모집단위	수능 최저학력기준	한국사
인문계·체능계 모집단위	국어, 수학, 탐구(사회/과학) 중 1개 영역 3등급 이내 또는 영어 2등급 이내	응시
자연계 모집단위(약학과 제외)	국어, 수학, 과학탐구 중 1개 영역 3등급 이내 또는 영어 2등급 이내	응시
약학과	국어, 수학(미적분/기하 중 택1), 영어, 과학탐구 중 3개 영역 등급의 합이 5 이내	응시

- 1) 계열은 본 대학교 모집단위 기준임
 2) 탐구영역은 별도 지정과목이 없으나, 반드시 2개 과목에 응시해야 하며 2개 과목 평균등급을 반영함
 3) 자연계 모집단위 중 빅데이터사이언스학부, 자유공학부는 사회탐구도 인정함
 4) 제2외국어/한문/직업탐구는 인정하지 않음

2023학년도 고려대학교 세종캠퍼스 논술전형 안내

1. 모집단위 및 모집인원

대학(학부)	계열	모집단위	학과(전공)	전형구분	
				논술전형	지역인재전형
과학기술대학	자연	응용수리과학부	데이터계산과학전공 [교직]	8	-
		인공지능사이버보안학과		11	-
		디스플레이·반도체물리학부	디스플레이융합전공	8	-
			반도체물리전공	8	-
		신소재화학과		12	-
		컴퓨터융합소프트웨어학과		18	-
		전자및정보공학과		33	-
		생명정보공학과		14	-
		식품생명공학과		15	-
		전자·기계융합공학과		18	-
		환경시스템공학과		15	-
		자유공학부		12	-
		미래모빌리티학과		9	-
		지능형반도체공학과		7	-
약학대학	자연	약학과		5	6
글로벌비즈니스대학	인문	글로벌학부	한국학전공 [교직]	9	-
			중국학전공 [교직]	14	-
			영미학전공 [교직]	15	-
		융합경영학부	글로벌경영전공	35	-
			디지털경영전공	10	-
		표준·지식학과		7	-
공공정책대학	인문	정부행정학부		16	-
		공공사회·통일외교학부	공공사회학전공	11	-
			통일외교안보전공	8	-
		경제통계학부	경제정책학전공	16	-
	자연	빅데이터사이언스학부	빅데이터사이언스학부	17	-
문화스포츠대학	체능	국제스포츠학부	스포츠과학전공	8	-
			스포츠비즈니스전공	8	-
	인문	문화유산융합학부	문화유산융합학부	12	-
		문화창의학부	미디어문예창작전공	5	-
			문화콘텐츠전공	8	-
스마트도시학부	자연	스마트도시학부	스마트도시학부	12	-
계				404	6

- 1) 지역인재전형은 약학과만 선발함
- 2) 자유공학부는 2학년 진급 시 약학과를 제외한 모든 학과(전공) 중 학생이 희망하는 학과(전공)에 배정함
- 3) [교직] 표시가 된 학과(전공)는 교직과정이 설치되어 있음. 한국학전공은 국립국어원 인증 한국어교원 자격 취득 과정도 함께 설치되어 있음

2. 지원자격

구분	지원자격
논술전형	국내·외 정규 고등학교 졸업(예정)자 또는 관련 법령에 의하여 이와 동등 이상의 학력이 있다고 인정된 자 ※ 외국에서 고등학교를 졸업한 경우 학력 인정 여부는 해당 국가별 학제 및 학기를 고려하여 판단함
지역인재 전형	세종특별자치시, 대전광역시, 충청남도, 충청북도 소재 고등학교에 입학하여 전 교육과정을 이수한 졸업(예정)자 ※ 고등학교는 「초·중등교육법」 제2조에 따른 고등학교에 한함

3. 전형방법

가. 전형요소별 반영비율

구분	전형요소별 반영비율(배점)
일괄전형	논술 70% (350점) + 학생부(교과) 30% (150점) = 계 100% (500점)

- 수능지정응시영역 및 최저학력기준 미충족자, 논술고사 결시자는 선발하지 않음
- 동점자는 아래의 성적순으로 선발하며, 아래의 성적도 모두 동점인 경우는 해당자를 모두 선발함
 - 논술고사 성적
 - 논술고사 문항 중 배점이 높은 문항의 성적
 - 학교생활기록부(교과) 성적(총점)

나. 학생부(교과) 반영교과(군) 및 교과 구분별 반영비율

계열	반영교과(군)	공통과목	선택과목	
			일반선택	진로선택
인문계·체능계	국어, 수학, 영어, 사회, 한국사 교과(군)	90%		10%
자연계	국어, 수학, 영어, 과학 교과(군)			

- 반영교과(군)에 해당하는 전 과목을 반영하며, 학년별 가중치는 없음
- 재학생은 3학년 1학기까지, 졸업생은 3학년 2학기까지 성적을 반영함
- 공통과목 및 일반선택과목은 '원점수, 평균, 표준편차, 석차등급'이 기재된 교과목만 반영함
- 반영교과(군)의 진로선택과목으로 편성된 전문교과는 진로선택과목으로 포함하여 반영함
- 과학계열 전문교과 I 은 과학 교과(군) 진로선택과목으로 반영하며, 외국어계열 전문교과 I 의 영어 교과는 영어 교과(군) 진로선택과목으로 반영함

다. 학생부(교과) 영역 성적산출 방법

1) 산출식

$$\frac{\sum(\text{반영과목별 석차등급 환산점수} \times \text{이수단위})}{\sum(\text{반영과목 이수단위})} \times 0.9 + \frac{\sum(\text{반영과목별 성취도 환산점수} \times \text{이수단위})}{\sum(\text{반영과목 이수단위})} \times 0.1$$

※ 공통과목/일반선택과목은 석차등급별 환산점수를 적용하고, 진로선택과목(전문교과 포함)은 성취도별 환산점수를 적용함

2) 공통과목/일반선택과목 석차등급 환산점수표

등급	1등급	2등급	3등급	4등급	5등급	6등급	7등급	8등급	9등급
환산점수	150	149	148	147	146	145	144	140	0

3) 진로선택과목(전문교과 포함) 성취도 환산점수표

성취도	A	B	C
환산점수	150	148	146

※ 성취도 5단계 평가의 경우 A/B → A, C/D → B, E → C로 계산함

※ 석차등급만 기재된 경우 석차등급을 성취도 점수로 변환하여 반영함(1~3등급 → A, 4~6등급 → B, 7~9등급 → C)

4) 비교내신

① 2021년 2월 28일 이전 졸업자, ② 고등학교 졸업학력 검정고시 합격자, ③ 외국고등학교 졸업(예정)자, ④ 국내 고등학교 1, 2, 3학년 성적 중 1개 학년 성적만 있는 자, ⑤ 교과별 석차등급/성취도가 표기되지 않은 자, ⑥ 기타 학교생활기록부가 없거나 학교생활기록부 반영교과 점수를 산출할 수 없는 자는 비교내신을 적용하며, 논술고사의 각 모집단위별 석차백분위를 산출하여 비교내신 대상자를 제외한 교과점수를 기준으로 지원자의 석차백분위에 해당하는 점수를 부여함

4. 수능 최저학력기준

모집단위	수능 최저학력기준	한국사
인문계·체능계 모집단위	국어, 수학, 탐구(사회/과학) 중 1개 영역 3등급 이내 또는 영어 2등급 이내	응시
자연계 모집단위(약학과 제외)	국어, 수학, 과학탐구 중 1개 영역 3등급 이내 또는 영어 2등급 이내	응시
약학과	국어, 수학(미적분/기하 중 택1), 영어, 과학탐구 중 3개 영역 등급의 합이 5 이내	응시

1) 계열은 본 대학교 모집단위 기준임

2) 탐구영역은 별도 지정과목이 없으나, 반드시 2개 과목에 응시해야 하며 2개 과목 평균등급을 반영함

3) 자연계 모집단위 중 빅데이터사이언스학부, 자유공학부는 사회탐구도 인정함

4) 제2외국어/한문/직업탐구는 인정하지 않음

5. 논술고사 개요

가. 고사시간 및 장소

고사일	모집단위	시간	응시계열	고사시간	고사장소
11. 26. (토)	인문·체능계 전 모집단위	11:00~12:30	인문계열	90분	세종캠퍼스
	자연계 전 모집단위(약학과 제외)		자연계열 I		
	약학과	15:00~16:30	자연계열 II		

나. 출제유형 및 범위

응시계열	모집단위	출제유형	출제범위	문제 수	배점
인문계열	인문·체능계 전 모집단위	교과 통합형 논술	교과목 통합 (국어, 사회, 도덕 등)	4문제 내외 (문제별 소문항 있음)	350점
자연계열 I	자연계 전 모집단위 (약학과 제외)	수리논술 I	수학, 수학 I, 수학 II, 미적분	8문제 내외	
자연계열 II	약학과	수리논술 II	수학, 수학 I, 수학 II, 확률과통계, 미적분, 기하	3문제 내외 (문제별 소문항 있음)	

1) 자연계열은 2023학년도 대학수학능력시험의 수학 영역 출제범위에 따라 출제(하위과목 간접 출제 가능)

2) 수리논술은 모집단위에 따라 수리논술 I 과 수리논술 II로 분류되며, 출제범위와 난이도가 상이함

고려대학교 세종캠퍼스 논술고사 특징 및 유의사항

고려대학교 세종캠퍼스 자연계열 논술고사는 고등학교 교육과정의 범위와 수준 내에서 출제되며, 교육과정의 내용을 활용하여 논리적 사고력과 문제해결력을 평가하는 시험입니다. 자연계열 논술고사는 문제를 해결하는 과정을 논리적으로 서술하거나 증명하는 수리논술이며, 모집단위에 따라 수리논술Ⅰ과 수리논술Ⅱ로 분류됩니다. 약학과를 제외한 자연계열 모집단위에 지원하는 학생들은 수리논술Ⅰ에, 약학과에 지원하는 학생들은 수리논술Ⅱ에 응시하게 됩니다. 수리논술Ⅰ과 수리논술Ⅱ는 출제범위와 난이도가 상이하지만, 모두 고등학교 수준에서 출제되므로, 고등학교 교육과정을 충실히 이수하고 수능 준비를 열심히 한 학생이라면 충분히 문제를 해결할 수 있을 것입니다.

개요

모집단위	출제유형	출제범위	문제 수	고사시간	총점
자연계 전 모집단위 (약학과 제외)	수리논술Ⅰ	수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 미적분	8문제 내외	90분	350점

주요 특징

수리논술Ⅰ은 약학과를 제외한 자연계열 전 모집단위에 해당하며, 출제범위는 ‘수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 미적분’입니다. 8문제 내외의 문제가 출제되며, 문제의 유형은 주어진 수학적 개념이나 조건을 바탕으로 답안을 도출하거나 특정 수식을 증명하는 형식으로 수능 수학 영역의 문제와 유사합니다.

유의사항

✓ 풀이과정을 반드시 작성해주세요.

수리논술에서 가장 중요한 것은 주어진 제시문(개념)을 바탕으로, 문제를 해결하는 과정을 체계적이고 논리적으로 서술하는 것입니다. 객관식 시험이 아니므로 **정확한 풀이과정 없이 정답만 작성하는 경우 높은 점수를 받기 어렵습니다.** 풀이과정을 작성할 때에는 문제 해결에 필요한 내용이 논리적으로 잘 작성되었는지, 필요한 부분이 생략되지는 않았는지, 정확한 기호를 사용했는지 등을 꼭 확인하도록 합니다. 특히, 문제의 해결 단계를 논리적으로 구성해보고 각 단계를 명료하게 식으로 전개하는 것이 좋습니다. 제시문에 주어지지 않은 개념이나 용어를 사용하는 경우 그 정의나 내용을 서술하고, 각 풀이 단계에 번호를 부여하거나, 풀이 중 도출한 식에 ①, ②와 같이 번호를 부여하는 등의 방법도 답안을 효과적으로 작성하는 방법입니다.

✓ 정해진 답안 분량을 지켜주세요.

답안의 분량을 준수하는 것 또한 매우 중요합니다. 수험생은 주어진 답안지의 범위 내에서만 답안을 작성해야 하며, 범위에서 벗어난 부분은 평가 대상에 포함되지 않습니다. 따라서 답안을 작성하기 전에 답안 작성 범위를 확인하고, 문제에서 요구하는 내용을 작성 범위 내에 모두 담을 수 있도록 유의해야 합니다.

✓ 부분점수가 있다는 것을 잊지마세요.

논술고사의 총점은 350점으로, 답안을 쓰지 않거나 풀이과정 및 답안을 잘못 서술한 경우는 점수를 얻지 못하게 됩니다. 그러나, 비록 문제를 끝까지 풀어내지 못하더라도 문제를 해결하기 위한 각 단계까지 답안을 작성한 경우는 해당 단계에 부여된 부분점수를 얻을 수 있습니다. 따라서 문제의 최종 답안을 구하지 못하더라도 포기하지 말고 본인이 서술할 수 있는 최대한의 답안을 작성해서 부분점수를 많이 획득하는 것도 고득점으로 가는 좋은 전략이 될 수 있습니다.

✓ **난이도에 유의하며, 시간을 적절히 안배하세요.**

논술고사의 고사 시간은 90분입니다. 서술형의 답안을 작성해야 하므로 모든 문제를 해결하기에는 시간이 부족할 수 있습니다. 따라서 본인이 해결할 수 있는 문제와 그렇지 않은 문제를 잘 구분하고, 해결할 수 있는 문제에 시간을 적절히 안배하는 것이 좋은 점수를 얻는 전략이 될 수 있습니다. 또한, 난이도에 따라 문제별 배점이 다르기 때문에 이 점을 감안하여 시간을 배분하는 것이 필요합니다.

✓ **답안은 알아볼 수 있도록 작성해주세요.**

답안 작성 시에는 반드시 **검정색 필기구(볼펜, 샤프, 연필)**를 사용해야 합니다. 또한 풀이 과정을 명확하게 작성해야 채점이 가능하므로 답안을 알아볼 수 있도록 깔끔하게 작성하도록 합니다. 연습지는 별도로 제공되지 않지만, 연습이 필요한 경우 문제지의 여백을 이용하여 답안을 미리 작성해 볼 수 있습니다. 답안을 수정해야 하는 경우, 연필로 작성한 내용은 지우개로 지운 후 다시 작성하도록 하고, 볼펜으로 작성한 경우에는 줄을 그어 잘못되었음을 표시하고 다시 작성하도록 합니다. 수정해야 할 부분이 너무 많거나, 수정한 부분이 너무 많아 답안이 알아볼 수 없을 정도가 되었다면 새로운 답안지로 교체하여 작성할 수도 있습니다.

준비 Tip

1. 개념에 대한 정의와 문제 풀이과정을 전개하는 연습하기.

자연계열 논술고사의 난이도 및 유형은 수능 수학 영역과 유사하고, 문제에 접근하는 방식도 크게 다르지 않습니다. 따라서 평소 수학 문제를 풀면서 교과서 및 참고서에 제시된 개념이나 정의를 정리해 보고, 해설지 등을 참고하여 풀이 과정을 단계별로 적어보는 연습을 꾸준히 하면 큰 도움이 될 것입니다.

2. 기출문제를 통해 출제유형을 파악하기.

가장 좋은 참고서는 전년도 기출문제입니다. 2022학년도 기출문제 및 모의논술 문제를 반드시 풀어보고, 이를 바탕으로 출제유형을 파악하는 것이 중요합니다. ‘어떤 출제범위에서 어떤 문제가 출제되었는가’를 비롯하여 ‘어떤 유형의 문제가 출제되는지’, ‘난이도와 답안의 작성분량은 어느 정도인지’, ‘단계별 배점과 부분점수 기준은 어떠한지’ 등을 중심으로 기출문제를 분석해 보시기 바랍니다.



고려대학교 세종캠퍼스
KOREA UNIVERSITY SEJONG CAMPUS

2022학년도 고려대학교 세종캠퍼스 수시 논술고사 자연계열 I

시험시간		모집단위	
수험번호		성명	

※ 감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

[수험생 유의사항]

- 본인이 응시하는 계열의 문제지와 답안지가 맞는지 반드시 확인하십시오.
- 문제지 및 답안지에 수험번호, 성명을 정확히 기재하십시오.
- 고사 종료 후 답안지, 문제지를 모두 함께 제출하십시오.
- 답안은 **검정색 필기구(연필, 샤프, 볼펜)**으로만 작성하십시오.
(※ 빨간색, 파란색 등 사용 금지)
- 답안 수정 시 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나, 가로줄을 긋고 재작성하십시오.
(※ 수정액, 수정테이프 사용 금지)
- 답안지에 기재된 문제 번호에 맞추어 답안 작성 영역 내에서 답안을 작성하십시오.
- 답안지 교체는 가능하나 교제로 인해 발생한 문제에 대한 책임(시간 부족 등)은 수험생 본인에게 있음을 유의하십시오.
- 답안 작성 영역에는 본인의 신원을 드러내거나 답안과 관련 없는 표현 또는 표기를 하지 마시오.



고려대학교
KOREA UNIVERSITY

1. 사과, 배, 감, 오렌지가 각각 3개씩 있다. 12개의 과일에는 각각 서로 다른 원산지 상표가 붙어 있다. 사과와 배 1개의 가격은 각각 2천 원이고, 감과 오렌지 1개의 가격은 각각 1천 원이다. 1만 원을 모두 사용하여 과일을 살 때, 적어도 사과 1개와 배 1개는 반드시 포함하는 경우의 수를 구하시오. [40점]

2. 함수 $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 과 함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점을 P라 하고, 곡선 $y = f^{-1}(x)$ 의 y축과의 교점을 Q라 하자. 점 Q를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 R이라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이를 구하시오. [40점]

3. 0이 아닌 두 실수 m, n 에 대하여 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 6x + 1, \quad g(x) = mx + 1 + \frac{1}{n}$$

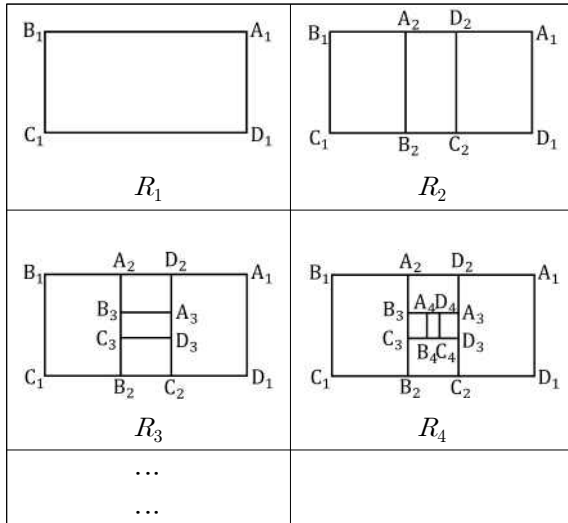
함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq g(x)) \\ g(x) & (f(x) < g(x)) \end{cases}$$

가 모든 실수 x 에서 미분가능할 때, mn 의 값을 구하시오. [45점]

4. 좌표평면에서 점 P 는 시각 $t=0$ 일 때 $(1, 0)$ 에서 출발하여 시각 t 에서 $v(t) = \alpha$ 의 속도로 x 축 위를 움직인다. 점 P 에서 곡선 $y = x^2$ 에 그은 접선의 기울기가 양수일 때, 이 접선과 y 축이 만나는 점을 Q 라 하자. y 축 위를 움직이는 점 Q 의 시각 $t=2$ 에서의 속도가 -48 일 때, α 의 값을 구하시오. (단, α 는 양의 실수) [40점]

5. 아래 그림과 같이 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 은 가로
의 길이가 2이고, 세로의 길이가 1인 직사각형
이다. 이 직사각형을 R_1 이라 하자. R_1 에 왼쪽
부터 넓이의 비가 $3:2:3$ 이 되도록 선분 A_1B_1
에 수직인 두 선분 A_2B_2 와 C_2D_2 를 추가하고,
 R_1 의 모든 선분과 추가된 두 선분 A_2B_2 와
 C_2D_2 를 포함하는 도형을 R_2 라 하자. R_2 중앙
의 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 위로부터 넓이의 비
가 $3:2:3$ 이 되도록 선분 A_2B_2 에 수직인 두
선분 A_3B_3 과 C_3D_3 을 추가하고, R_2 의 모든 선
분과 추가된 두 선분 A_3B_3 과 C_3D_3 을 포함하는
도형을 R_3 이라 하자. R_3 중앙의 직사각형
 $A_3B_3C_3D_3$ 에 왼쪽부터 넓이의 비가 $3:2:3$ 이
되도록 선분 A_3B_3 에 수직인 두 선분 A_4B_4 와
 C_4D_4 를 추가하고, R_3 의 모든 선분과 추가된 두
선분 A_4B_4 와 C_4D_4 를 포함하는 도형을 R_4 라
하자. 이 과정을 반복하여 R_n 을 만든다. R_n 의
모든 선분의 길이의 합을 S_n 이라 할 때,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값을 구하시오. [40점]



6. 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연
속이고 열린구간 $(0, 1)$ 에서 미분가능하며
 $f(0) = 0, f(1) = 2, g(1) = 2$
를 만족한다. 이때 $f'(c) = g(c) + cg'(c)$ 를
만족하는 실수 c 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재
함을 논술하시오. [45점]

7. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x) = e^{2x} - e^x + x + k$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 함수 $h(x) = x^2 + 3x + 2$ 에 대하여 방정식

$$(h \circ g)(x) = 2xg(x) - x^2 + 3x$$

가 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 실근을 갖기 위한 k 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 할 때, $m + M$ 의 값을 구하시오. [50점]

8. 음이 아닌 실수에서 정의된 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족한다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x \geq 0$ 에서 연속인 증가 함수이고, $x > 0$ 에서 미분가능하다.

(나) 함수 $f(x)$ 는 원점 O 와 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

(다) 양수 t 에 대하여 원점 O 와 세 점 $A(0, f(t))$, $B(t, f(t))$, $C(t, 0)$ 으로 만들어진 사각형 $OABC$ 의 넓이를 $A(t)$ 라 할 때,

$$\int_0^t f(x)dx = \frac{1}{4}A(t)$$

를 만족한다.

$x \geq \frac{1}{8}$ 에서 두 곡선 $y = f(x)$, $y = f^{-1}(x)$ 와 두 직선 $y = -x + 10$, $y = -x + \frac{5}{8}$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. [50점]

2022학년도 고려대학교 세종캠퍼스 수시 논술고사

자연계열 I 문항해설 및 예시답안

[문제 1]

1. 일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학
	핵심개념 및 용어	경우의 수
예상 소요 시간	8분	

2. 출제 의도

1. 경우의 수를 이해하는지를 확인한다.
2. 조합의 의미를 이해하는지를 확인한다.

3. 문항 해설

실생활에서 경우의 수를 이해하고 계산할 수 있는지 확인하는 문제이다.

4. 채점 기준

채점 기준	배점
경우를 정확히 나누어 서술	15점
경우의 수를 조합으로 계산	10점
정답 510 을 계산	15점

5. 예시 답안

사과 1 개와 배 1 개를 포함하여 1 만원으로 과일을 사는 경우는 다음과 같다.

- 1) 사과 1 개, 배 1 개 + 1,000원짜리 6 개
- 2) 사과 1 개, 배 2 개 + 1,000원짜리 4 개
- 3) 사과 2 개, 배 1 개 + 1,000원짜리 4 개
- 4) 사과 1 개, 배 3 개 + 1,000원짜리 2 개
- 5) 사과 2 개, 배 2 개 + 1,000원짜리 2 개
- 6) 사과 3 개, 배 1 개 + 1,000원짜리 2 개
- 7) 사과 3 개, 배 2 개
- 8) 사과 2 개, 배 3 개

1) 의 경우의 수는 ${}_3C_1 \times {}_3C_1 \times {}_6C_6 = 9$

2) 의 경우의 수는 ${}_3C_1 \times {}_3C_2 \times {}_6C_4 = 3 \times 3 \times 15 = 135$

3) 의 경우의 수는 ${}_3C_1 \times {}_3C_2 \times {}_6C_4 = 3 \times 3 \times 15 = 135$

4) 의 경우의 수는 ${}_3C_1 \times {}_3C_3 \times {}_6C_2 = 3 \times 15 = 45$

5) 의 경우의 수는 ${}_3C_2 \times {}_3C_2 \times {}_6C_2 = 3 \times 3 \times 15 = 135$

6) 의 경우의 수는 ${}_3C_1 \times {}_3C_3 \times {}_6C_2 = 3 \times 15 = 45$

7) 의 경우의 수는 ${}_3C_3 \times {}_3C_2 = 3$

8) 의 경우의 수는 ${}_3C_3 \times {}_3C_2 = 3$

그러므로 합의 법칙에 의해 경우의 수는 510 가지이다.

[문제 2]

1. 일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학
	핵심개념 및 용어	무리함수, 역함수, 점과 직선 사이의 거리
예상 소요 시간	8분	

2. 출제 의도

1. 무리함수의 그래프를 이해하는지를 확인한다.
2. 함수와 그의 역함수의 그래프 관계를 이해하는지를 확인한다.

3. 문항 해설

무리함수와 역함수의 관계를 이해하여 조건에 맞는 세 점을 찾고 세 점으로 이루어진 삼각형의 넓이를 구하는 문제이다.

4. 채점 기준

채점 기준	배점
함수 $y = f(x)$ 와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점으로 계산하는 과정을 서술	10점
무리함수와 직선 $y = x$ 의 교점이 P(1,1)임을 도출	10점
두 점 P, Q의 좌표가 Q(0, -2), R(-2, 0)임을 도출	10점
삼각형 PQR의 넓이가 4임을 도출	10점

5. 예시 답안

함수 $y = f(x)$ 와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같다. 따라서 교점 P의 x 좌표는 $\sqrt{x+3}-1 = x$ 의 실근이므로,

$$\begin{aligned} x+3 &= (x+1)^2 = x^2+2x+1 \Rightarrow x^2+x-2=0 \\ &\Rightarrow (x+2)(x-1)=0 \\ &\Rightarrow x=1 \text{ 또는 } x=-2 \end{aligned}$$

그런데 $\sqrt{x+3}-1 \geq -1$ 이므로, $x \geq -1$ 이다. 따라서 $x=1$ 이다. 따라서 교점은 P(1,1)이다.

$y = f^{-1}(x)$ 의 y 절편은 Q(0, $f^{-1}(0)$)이므로, R($f^{-1}(0)$, 0)이다. 이때 $f^{-1}(0) = a$ 라 하면, $f(a) = 0$ 이므로, $a = -2$ 이다. 따라서 Q(0, -2), R(-2, 0)이다.

Q와 R를 지나는 직선의 방정식은 $y = -x - 2$ 이다. 점 P와 이 직선 사이의 거리는 $d = \frac{|1+1+2|}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}}$ 이고,

$\overline{PQ} = 2\sqrt{2}$ 이므로, 삼각형 PQR의 넓이는 $2\sqrt{2} \times \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} = 4$ 이다.

[문제 3]

1. 일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	연속성, 미분가능성, 도함수
예상 소요 시간	12분	

2. 출제 의도

1. 미분가능성과 연속성의 관계를 이해하는지 확인한다.
2. 다항함수의 도함수를 구할 수 있는지 확인한다.

3. 문항 해설

함수의 미분가능성과 연속성 사이의 관계와 다항함수의 도함수 계산법을 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 채점 기준

채점 기준	배점
$f(x)$ 와 $g(x)$ 가 일치하는 점이 반드시 존재함을 확인	10점
$f(x) = g(x)$ 임을 확인하거나 변곡점이 $(-1, 9)$ 임을 도출	5점
$f(x) - g(x) = 0$ 의 해가 $f'(x) - g'(x) = 0$ 의 해를 포함함을 확인하거나 $f''(x) = 6x + 6$ 임을 도출	5점
$m = -9$ 를 도출	10점
$n = -1$ 을 도출	10점
$mn = 9$ 를 바르게 계산	5점

5. 예시 답안

$f(x)$ 와 $g(x)$ 는 다항함수이므로 모든 점에서 미분 가능한 함수이다. 따라서 $h(x)$ 가 모든 점에서 미분 가능하기 위해서는 다음 두 가지의 경우를 생각해 볼 수 있다.

- (1) $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 대소 관계가 바뀌지 않는다. 즉, $f(x)$ 가 $g(x)$ 보다 항상 크거나 $g(x)$ 가 $f(x)$ 보다 항상 커야하므로 삼차함수

$$y = k(x) = f(x) - g(x) = x^3 + 3x^2 - (6 + m)x - \frac{1}{n}$$

의 그래프가 x 축과 만나는 점이 없어야 한다. 삼차항의 계수가 양수이므로 삼차함수 그래프의 개형에 의하여 이러한 경우는 존재하지 않는다.

(2) $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 대소 관계가 바뀌는 순간에 두 함수의 함숫값과 도함수 값이 동일하여 각 점에서 연속이며 미분가능하다.

〈 계산 〉

즉, 삼차방정식 $f(x) - g(x) = 0$ 의 세 실근을 α, β, γ 라고 하면

$$f(x) - g(x) = x^3 + 3x^2 - (6+m)x - \frac{1}{n} = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = 0$$

이 되고 $f'(\alpha) - g'(\alpha) = 0, f'(\beta) - g'(\beta) = 0, f'(\gamma) - g'(\gamma) = 0$ 를 만족한다. 이차방정식 $f'(x) - g'(x) = 0$ 은 근이 최대 2개이므로 $\beta = \gamma$ 를 삼차방정식의 중근이라고 가정하고 이차방정식 $f'(x) - g'(x) = 0$ 의 두 실근을 α, β 라고 하자. 그러면

$$f'(x) - g'(x) = 3x^2 + 6x - (6+m) = 3(x - \alpha)(x - \beta) = 0$$

이 성립한다. 따라서 이는

$$f(x) - g(x) = (x - \gamma)\left(x^2 + 2x - 2 - \frac{m}{3}\right) = 0$$

와 동치이다. 따라서

$$x^3 + (2 - \gamma)x^2 - \left(2 + \frac{m}{3} + 2\gamma\right)x + \gamma\left(2 + \frac{m}{3}\right) = x^3 + 3x^2 - (6+m)x - \frac{1}{n}$$

이고, $2 - \gamma = 3, 2 + \frac{m}{3} + 2\gamma = 6 + m, \gamma\left(2 + \frac{m}{3}\right) = -\frac{1}{n}$ 이다. 그러므로 $d = -1, m = -9, n = -1$ 이므로 $mn = 9$ 이다.

아래 [별해]를 이용하여 (2)의 〈계산〉을 대체할 수 있음.

한편, 두 함수의 함숫값과 도함수 값이 동일하다는 것은 각 점에서 삼차방정식 $f(x) = g(x)$ 과 이차방정식 $f'(x) = g'(x)$ 이 동시에 성립한다는 것이므로 함수 $y = f(x)$ 와 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 점들에서의 접선의 기울기가 모두 같거나 만나는 점이 하나라는 것을 의미한다. 전자의 경우는 존재하지 않으며, 후자의 경우는 두 함수가 $y = f(x)$ 의 변곡점에서 접하는 것을 의미한다. 따라서 변곡점과 그 점에서의 접선을 구하여 해결하자. $f'(x) = 3x^2 + 6x - 6, f''(x) = 6x + 6$ 이므로 변곡점은 $(-1, 9)$ 이고, 변곡점에서 접선은 $y = -9(x + 1) + 9 = -9x$ 이다. 따라서 $m = -9, n = -1$ 이므로 $mn = 9$ 이다.

[문제 4]

1. 일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II, 미적분
	핵심개념 및 용어	속도, 거리
예상 소요 시간	8분	

2. 출제 의도

1. 접선의 방정식을 구할 수 있는지를 확인한다.
2. 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있는지를 확인한다.

3. 문항 해설

속도와 미분의 관계를 이해하는지를 평가하는 문제이다.

4. 채점 기준

채점 기준	배점
$x = a$ 에서의 접선의 방정식이 $y - a^2 = 2a(x - a)$ 임을 도출	5점
$a = 2(\alpha t + 1)$ 을 도출	5점
접선의 방정식이 $y = 4(\alpha t + 1)x - 4(\alpha t + 1)^2$ 임을 도출	5점
$Q(0, -4(\alpha t + 1)^2)$ 을 도출	5점
$v(t) = -8t(\alpha t + 1)$ 을 도출	10점
$\alpha = \frac{3}{2}$ 를 도출	10점

5. 예시 답안

점 P에서 곡선 $y = x^2$ 에 그 접선의 접점의 좌표를 (a, a^2) 이라 하면 접선의 기울기는 $f'(a) = 2a$ 이므로 접선의 방정식은 $y - a^2 = 2a(x - a)$, 즉, $y = 2ax - 2a^2 + a^2 = 2ax - a^2$ 이다. 이 직선이 $(\alpha t + 1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 2a(\alpha t + 1) - a^2 = a(2\alpha t + 2 - a)$$

인데 $a \neq 0$ 이므로, $2\alpha t + 2 - a = 0$ 이다. 따라서 $a = 2(\alpha t + 1)$ 이다. 따라서 접선의 방정식은

$$y = 4(\alpha t + 1)x - 4(\alpha t + 1)^2$$

이다. 이 접선의 y 절편은 $-4(\alpha t + 1)^2$ 이므로, $Q(0, -4(\alpha t + 1)^2)$ 이다. Q가 y 축 위를 움직이는 속도를 $v(t)$ 라 하면, $v(t) = (-4(\alpha t + 1)^2)' = -8\alpha(\alpha t + 1) = -8\alpha^2 t - 8\alpha$.

이때 $v(2) = -16\alpha^2 - 8\alpha = -48$ 이므로, $2\alpha^2 + \alpha - 6 = 0 \Rightarrow (2\alpha - 3)(\alpha + 2) = 0$ 이고, $\alpha > 0$ 이므로 $\alpha = \frac{3}{2}$ 이다.

[문제 5]

1. 일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I, 미적분
	핵심개념 및 용어	등비수열, 등비급수, 수열의 극한
예상 소요 시간	8분	

2. 출제 의도

1. 넓이의 비를 이해하고, 이를 활용해 반복적으로 생기는 도형의 규칙성을 확인할 수 있는지를 평가한다.
2. 확인된 규칙성을 이용하여 등비수열의 합의 형태로 넓이의 합을 나타내는 식을 구할 수 있는지 평가한다.
3. 등비급수의 합을 구할 수 있는지를 평가한다.

3. 문항 해설

넓이의 비를 이용하여 규칙성 있게 그려지는 변들의 길이가 등비수열을 이룸을 알고 있는지를 확인하고, 등비수열을 이용하여 변의 길이의 합의 극한을 구할 수 있는지 알아보는 문제이다.

4. 채점 기준

채점 기준	배점
$S_1 = 2 + 2 + 1 + 1 = 6$ 을 도출	4점
$S_2 = (2 + 2 + 1 + 1) + (1 + 1) = 8$ 을 도출	4점
$S_3 = (2 + 2 + 1 + 1) + (1 + 1) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = 9$ 을 도출	4점
$S_4 = (2 + 2 + 1 + 1) + (1 + 1) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{19}{2}$ 을 도출	4점
$S_1 = 6, S_n = 6 + 2 \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} \quad (n \geq 2)$ 을 도출	8점
등비수열의 합 공식을 활용하여 $S_n = 10 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$ 으로 간단히 표현	6점
$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 10 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3} \right\} = 10$ 을 바르게 계산	10점

5. 예시 답안

S_1 은 R_1 의 둘레의 길이이므로 $S_1 = 2 + 2 + 1 + 1 = 6$ 이다.

A_2 와 D_2 는 선분 A_1B_1 을 $3:2:3$ 으로 내분하는 점이고, 각각 A_2 와 D_2 에서 선분 C_1D_1 에 내린 수선의 발을 각각 B_2 와 C_2 라 하자. 이때 $\overline{A_2D_2} = 1$ 이고, $S_2 = 6 + (1 + 1) = 6 + 2$ 이다. 마찬가지로 A_3 와 D_3 는 선분 C_2D_2 를 $3:2:3$ 으로 내분하는 점이고, 각각 A_3 와 B_3 에서 선분 A_2B_2 에 내린 수선의 발을 각각 B_3 와 C_3 라 하자. 이때 $\overline{A_3B_3} = \frac{1}{2}$ 이고,

$S_3 = 6 + 2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)$ 이다. 이와 같은 방법으로 $n = 1$ 일 때부터 S_n 의 값을 나열해 보면

$$S_1 = 2 + 2 + 1 + 1$$

$$S_2 = (2 + 2 + 1 + 1) + (1 + 1)$$

$$S_3 = (2 + 2 + 1 + 1) + (1 + 1) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)$$

$$S_4 = (2 + 2 + 1 + 1) + (1 + 1) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)$$

$$S_5 = (2 + 2 + 1 + 1) + (1 + 1) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right)$$

...

이므로

$$S_n = 6 + 2 \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{k-1} = 6 + 2 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1 - \frac{1}{2}} \right) = 10 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$$

이다.

따라서 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 10 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-3} \right\} = 10$

[문제 6]

1. 일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	롤의 정리, 미분
예상 소요 시간	12분	

2. 출제 의도

롤의 정리를 활용하여 주어진 방정식을 만족하는 근의 존재성을 논술할 수 있는가를 평가한다.

3. 문항 해설

닫힌구간에서 연속이고 열린구간에서 미분가능한 두 함수와 구간의 끝점에서의 함수값이 주어졌을 때 두 함수에 의해서 생성되는 방정식을 롤의 정리를 활용하여 해결한다.

4. 채점 기준

채점 기준	배점
$h(x) = f(x) - xg(x)$ h 는 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속이고 열린구간 $(0, 1)$ 에서 미분가능한 함수 서술	25점
$h(0) = h(1) = 0$ 롤의 정리에 의해서 $h'(c) = 0$ 을 만족하는 c 가 열린구간에 존재 서술	10점
$h'(c) = f'(c) - cg'(c) - g(c) = 0$ 즉 $f'(c) = cg'(c) + g(c)$ 를 만족하는 실수 c 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재 서술	10점

5. 예시 답안

$h(x) = f(x) - xg(x)$ 로 놓으면 함수 h 는 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속이고 열린구간 $(0, 1)$ 에서 미분가능한 함수이고, $h(0) = h(1) = 0$ 을 만족한다. 롤의 정리에 의해서 $h'(c) = 0$ 을 만족하는 c 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다. 그러므로 $h'(c) = f'(c) - cg'(c) - g(c) = 0$, 즉 $f'(c) = cg'(c) + g(c)$ 를 만족하는 실수 c 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

[문제 7]

1. 일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학II
	핵심개념 및 용어	합성함수, 역함수, 함수의 증가와 감소
예상 소요 시간	17분	

2. 출제 의도

1. 합성함수와 역함수의 의미를 알고 있는지 확인한다.
2. 함수의 증가와 감소를 이해하고 있는지 확인한다.

3. 문항 해설

합성함수와 역함수의 성질을 이용하여 두 함수의 교점이 주어진 구간에 있을 조건을 찾는 문제이다.

4. 채점 기준

채점 기준	배점
$f(x-1) = x$ 가 $0 \leq x \leq 2$ 에서 실근을 가져야 한다는 것 유도	10점
위에서 $-e^2 + e + 1 \leq k \leq \frac{5}{4}$ 유도	10점
$f(x-2) = x$ 가 $0 \leq x \leq 2$ 에서 실근을 가져야 한다는 것 유도	10점
위에서 $2 \leq k \leq \frac{9}{4}$ 유도	10점
$m + M = -e^2 + e + \frac{13}{4}$ 도출	10점

5. 예시 답안

$\{g(x)\}^2 + 3g(x) + 2 = 2xg(x) - x^2 + 3x$ 이므로 $\{g(x) - (x-1)\}\{g(x) - (x-2)\} = 0$
따라서 $g(x) = x-1$ 또는 $g(x) = x-2$ 이다.

i) 방정식 $g(x) = x-1$, 즉 $f(x-1) = x$ 가 $0 \leq x \leq 2$ 에서 실근을 가져야 한다.

$$e^{2(x-1)} - e^{x-1} + x - 1 + k = x \Rightarrow k = -t^2 + t + 1 = -\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4} \quad (\text{단, } t = e^{x-1})$$

$$0 \leq x \leq 2 \text{이므로 } \frac{1}{e} \leq t \leq e \text{이고 } -e^2 + e + 1 \leq k \leq \frac{5}{4}.$$

ii) 방정식 $g(x) = x - 2$, 즉 $f(x - 2) = x$ 가 $0 \leq x \leq 2$ 에서 실근을 가져야 한다.

$$e^{2(x-2)} - e^{x-2} + x - 2 + k = x \Rightarrow k = -t^2 + t + 2 = -\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \quad (\text{단, } t = e^{x-2})$$

$$0 \leq x \leq 2 \text{ 이므로, } \frac{1}{e^2} \leq t \leq 1 \text{ 이고 } 2 \leq k \leq \frac{9}{4}$$

$$\text{최솟값 } m = -e^2 + e + 1 \text{ 이고 최댓값 } M = \frac{9}{4} \text{ 이므로 } m + M = -e^2 + e + \frac{13}{4}$$

[문제 8]

1. 일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	미적분
	핵심개념 및 용어	치환적분, 도형의 넓이
예상 소요 시간	17분	

2. 출제 의도

1. 치환적분법을 이해하고 이를 활용할 수 있는지 확인한다.
2. 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지 확인한다.

3. 문항 해설

치환적분법을 통해 주어진 함수를 찾고, 그 함수를 포함한 여러 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 문제이다.

4. 채점 기준

채점 기준	배점
$\frac{3}{t} = \frac{f'(t)}{f(t)}$ 유도	10점
$f(t) = t^3$ 유도	15점
도형의 넓이 $= 2 \left(\triangle OAB \text{ 넓이} + \square ABCD \text{ 넓이} - \triangle OA'B' \text{ 넓이} \right) - \square A'B'C'D' \text{ 넓이} - \int_{1/2}^1 f(t)dt - \int_1^8 f^{-1}(t)dt$ 유도	15점
도형의 넓이 $= \frac{2925}{128} = 22 + \frac{109}{128}$ 도출	10점

5. 예시 답안

$$A(t) = tf(t) \text{이므로 } \int_0^t f(x)dx = \frac{1}{4}tf(t) \text{이다.}$$

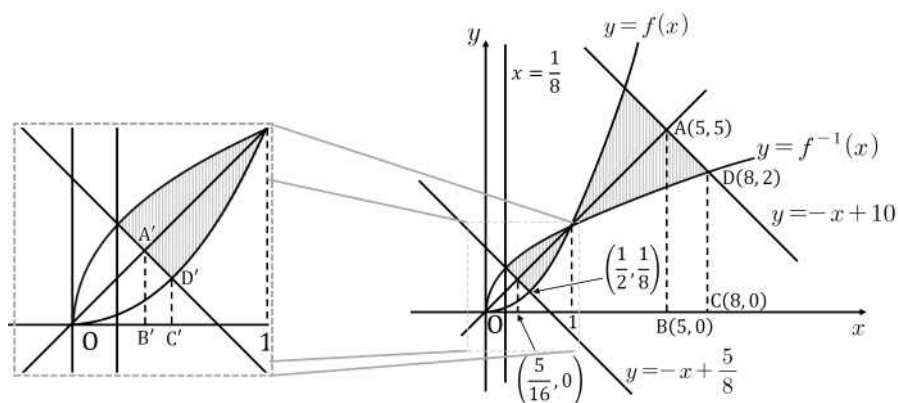
이때 양변을 미분하여 정리하면 $\frac{3}{t} = \frac{f'(t)}{f(t)}$ 을 얻고, $f(1) = 1$ 이므로 치환적분법에 의하여 $f(t) = t^3$ 을

얻는다. 따라서 $f^{-1}(t) = t^{\frac{1}{3}}$ 이다. 그러므로

도형의 넓이

$$= 2 \left(\triangle OAB \text{ 넓이} + \square ABCD \text{ 넓이} - \triangle OA'B' \text{ 넓이} - \square A'B'C'D' \text{ 넓이} - \int_{\frac{1}{2}}^1 f(t) dt - \int_1^8 f^{-1}(t) dt \right)$$

$$= \frac{2925}{128} = 22 + \frac{109}{128}$$



MEMO



고려대학교 세종캠퍼스
KOREA UNIVERSITY SEJONG CAMPUS



미래
가치를
만드는
힘

KOREA UNIVERSITY
SEJONG CAMPUS

고려대학교 세종캠퍼스

세종캠퍼스

30019 세종특별자치시 세종로 2511
Tel. 044-860-1900

oku.korea.ac.kr

