oku.korea.ac.kr

KOREA UNIVERSITY SEJONG CAMPUS

약 학 과

2023

고려대학교 세종캠퍼스

논술가이드북

CONTENTS

2023학년도 고려대학교 세종캠퍼스

논술 가이드북

I. 2023학년도 고려대학교 세종캠퍼스 신입학 주요사항 안내 1

II. 2023학년도 고려대학교 세종캠퍼스 논술전형 안내 2

III. 고려대학교 세종캠퍼스 논술고사 특징 및 유의사항 5

IV. 2022학년도 논술고사 기출문제(자연계열 II) 9

V. 2022학년도 논술고사 기출문제(자연계열 II) 문항해설 및 예시답안 19

2023학년도 고려대학교 세종캠퍼스 신입학 주요사항 안내

1. 전형별 모집인원 및 전형요소

<table>
<tr><th>모집
시기</th><th>전형
유형</th><th>전형명</th><th>모집
인원</th><th>전형요소</th><th>수능
최저</th></tr>
<tr><td rowspan="10">수시모집</td><td rowspan="2">논술</td><td>논술전형</td><td>404</td><td>■ 논술 70 + 학생부(교과) 30</td><td>○</td></tr>
<tr><td>지역인재전형</td><td>6</td><td>■ 약학과: 논술 70 + 학생부(교과) 30</td><td>○</td></tr>
<tr><td rowspan="5">학생부교과</td><td>학생부교과전형</td><td>169</td><td rowspan="3">■ 전 모집단위(약학과 제외): 학생부(교과) 100
■ 약학과
1단계: 학생부(교과) 100
2단계: 1단계 성적 70 + 면접 30</td><td>○</td></tr>
<tr><td>지역인재전형</td><td>71</td><td>○</td></tr>
<tr><td>농어촌학생전형</td><td>(34)</td><td>△</td></tr>
<tr><td>지역인재-교육기회균등전형</td><td>1</td><td>■ 약학과: 학생부(교과) 100</td><td>○</td></tr>
<tr><td>사회공헌자전형</td><td>27</td><td>■ 학생부(교과) 100</td><td>×</td></tr>
<tr><td rowspan="3">실기/실적</td><td>미래인재전형</td><td>140</td><td rowspan="2">■ 1단계: 서류 100
■ 2단계: 1단계 성적 70 + 면접 30</td><td>×</td></tr>
<tr><td>글로벌스포츠인재전형</td><td>20</td><td>×</td></tr>
<tr><td>체육인재전형</td><td>10</td><td>■ 1단계: 서류(경기실적) 70 + 학생부 30(교과 25, 출결 5)
■ 2단계: 1단계 성적 80 + 면접 20</td><td>×</td></tr>
<tr><td rowspan="5">정시모집</td><td rowspan="5">수능</td><td>일반전형</td><td>596</td><td>■ 인문계, 자연계: 수능 100
■ 체능계: 수능 60 + 실기 40</td><td>×</td></tr>
<tr><td>지역인재전형</td><td>5</td><td>■ 약학과: 수능 100</td><td>×</td></tr>
<tr><td>교육기회균등전형</td><td>(27)</td><td>■ 수능 100</td><td>×</td></tr>
<tr><td>특성화고교졸업자전형</td><td>(12)</td><td>■ 수능 100</td><td>×</td></tr>
<tr><td>특수교육대상자전형</td><td>(22)</td><td>■ 수능 100</td><td>×</td></tr>
<tr><td colspan="3">총 모집인원</td><td colspan="3">1,449(95)</td></tr>
</table>

1) ( )는 정원외 인원임
2) 수능최저학력기준: ○ 적용, △ 약학과만 적용, X 미적용

2. 수능최저학력기준

모집단위	수능 최저학력기준	한국사
인문계·체능계 모집단위	국어, 수학, 탐구(사회/과학) 중 1개 영역 3등급 이내 또는 영어 2등급 이내	응시
자연계 모집단위(약학과 제외)	국어, 수학, 과학탐구 중 1개 영역 3등급 이내 또는 영어 2등급 이내	응시
약학과	국어, 수학(미적분/기하 중 택1), 영어, 과학탐구 중 3개 영역 등급의 합이 5 이내	응시

1) 계열은 본 대학교 모집단위 기준임
2) 탐구영역은 별도 지정과목이 없으나, 반드시 2개 과목에 응시해야 하며 2개 과목 평균등급을 반영함
3) 자연계 모집단위 중 빅데이터사이언스학부, 자유공학부는 사회탐구도 인정함
4) 제2외국어/한문/직업탐구는 인정하지 않음

2023학년도 고려대학교 세종캠퍼스 논술전형 안내

1. 모집단위 및 모집인원

대학(학부)	계열	모집단위	학과(전공)	전형구분	
				논술전형	지역인재전형
과학기술대학	자연	응용수리과학부	데이터계산과학전공 [교직]	8	-
		인공지능사이버보안학과		11	-
		디스플레이·반도체물리학부	디스플레이융합전공	8	-
			반도체물리전공	8	-
		신소재화학과		12	-
		컴퓨터융합소프트웨어학과		18	-
		전자및정보공학과		33	-
		생명정보공학과		14	-
		식품생명공학과		15	-
		전자·기계융합공학과		18	-
		환경시스템공학과		15	-
		자유공학부		12	-
		미래모빌리티학과		9	-
		지능형반도체공학과		7	-
약학대학	자연	약학과		5	6
글로벌비즈니스대학	인문	글로벌학부	한국학전공 [교직]	9	-
			중국학전공 [교직]	14	-
			영미학전공 [교직]	15	-
		융합경영학부	글로벌경영전공	35	-
			디지털경영전공	10	-
		표준·지식학과		7	-
공공정책대학	인문	정부행정학부		16	-
		공공사회·통일외교학부	공공사회학전공	11	-
			통일외교안보전공	8	-
		경제통계학부	경제정책학전공	16	-
	자연	빅데이터사이언스학부	빅데이터사이언스학부	17	-
문화스포츠대학	체능	국제스포츠학부	스포츠과학전공	8	-
			스포츠비즈니스전공	8	-
	인문	문화유산융합학부	문화유산융합학부	12	-
		문화창의학부	미디어문예창작전공	5	-
			문화콘텐츠전공	8	-
스마트도시학부	자연	스마트도시학부	스마트도시학부	12	-
계				**404**	**6**

1) 지역인재전형은 약학과만 선발함
2) 자유공학부는 2학년 진급 시 약학과를 제외한 모든 학과(전공) 중 학생이 희망하는 학과(전공)에 배정함
3) [교직] 표시가 된 학과(전공)는 교직과정이 설치되어 있음. 한국학전공은 국립국어원 인증 한국어교원 자격 취득 과정도 함께 설치되어 있음

2. 지원자격

구분	지원자격
논술전형	국내·외 정규 고등학교 졸업(예정)자 또는 관련 법령에 의하여 이와 동등 이상의 학력이 있다고 인정된 자 ※ 외국에서 고등학교를 졸업한 경우 학력 인정 여부는 해당 국가별 학제 및 학기를 고려하여 판단함
지역인재 전형	세종특별자치시, 대전광역시, 충청남도, 충청북도 소재 고등학교에 입학하여 전 교육과정을 이수한 졸업(예정)자 ※ 고등학교는 「초·중등교육법」 제2조에 따른 고등학교에 한함

3. 전형방법

가. 전형요소별 반영비율

구분	전형요소별 반영비율(배점)				
일괄전형	논술 70% (350점)	+	학생부(교과) 30% (150점)	=	계 100% (500점)

1) 수능지정응시영역 및 최저학력기준 미충족자, 논술고사 결시자는 선발하지 않음
2) 동점자는 아래의 성적순으로 선발하며, 아래의 성적도 모두 동점인 경우는 해당자를 모두 선발함
   ① 논술고사 성적
   ② 논술고사 문항 중 배점이 높은 문항의 성적
   ③ 학교생활기록부(교과) 성적(총점)

나. 학생부(교과) 반영교과(군) 및 교과 구분별 반영비율

계열	반영교과(군)	공통과목	선택과목	
			일반선택	진로선택
인문계·체능계	국어, 수학, 영어, 사회, 한국사 교과(군)	90%		10%
자연계	국어, 수학, 영어, 과학 교과(군)			

1) 반영교과(군)에 해당하는 전 과목을 반영하며, 학년별 가중치는 없음
2) 재학생은 3학년 1학기까지, 졸업생은 3학년 2학기까지 성적을 반영함
3) 공통과목 및 일반선택과목은 '원점수, 평균, 표준편차, 석차등급'이 기재된 교과목만 반영함
4) 반영교과(군)의 진로선택과목으로 편성된 전문교과는 진로선택과목으로 포함하여 반영함
5) 과학계열 전문교과Ⅰ은 과학 교과(군) 진로선택과목으로 반영하며, 외국어계열 전문교과Ⅰ의 영어 교과는 영어 교과(군) 진로선택과목으로 반영함

다. 학생부(교과) 영역 성적산출 방법

1) 산출식

$$\frac{\sum(\text{반영과목별 석차등급 환산점수}\times\text{이수단위})}{\sum(\text{반영과목 이수단위})}\times 0.9+\frac{\sum(\text{반영과목별 성취도 환산점수}\times\text{이수단위})}{\sum(\text{반영과목 이수단위})}\times 0.1$$

※ 공통과목/일반선택과목은 석차등급별 환산점수를 적용하고, 진로선택과목(전문교과 포함)은 성취도별 환산점수를 적용함

2) 공통과목/일반선택과목 석차등급 환산점수표

등급	1등급	2등급	3등급	4등급	5등급	6등급	7등급	8등급	9등급
환산점수	150	149	148	147	146	145	144	140	0

3) 진로선택과목(전문교과 포함) 성취도 환산점수표

성취도	A	B	C
환산점수	150	148	146

※ 성취도 5단계 평가의 경우 A/B → A, C/D → B, E → C로 계산함
※ 석차등급만 기재된 경우 석차등급을 성취도 점수로 변환하여 반영함(1~3등급 → A, 4~6등급 → B, 7~9등급 → C)

4) 비교내신

① 2021년 2월 28일 이전 졸업자, ② 고등학교 졸업학력 검정고시 합격자, ③ 외국고등학교 졸업(예정)자, ④ 국내 고등학교 1, 2, 3학년 성적 중 1개 학년 성적만 있는 자, ⑤ 교과별 석차등급/성취도가 표기되지 않은 자, ⑥ 기타 학교생활기록부가 없거나 학교생활기록부 반영교과 점수를 산출할 수 없는 자는 비교내신을 적용하며, 논술고사의 각 모집단위별 석차백분위를 산출하여 비교내신 대상자를 제외한 교과점수를 기준으로 지원자의 석차백분위에 해당하는 점수를 부여함

4. 수능 최저학력기준

모집단위	수능 최저학력기준	한국사
인문계·체능계 모집단위	국어, 수학, 탐구(사회/과학) 중 1개 영역 3등급 이내 또는 영어 2등급 이내	응시
자연계 모집단위(약학과 제외)	국어, 수학, 과학탐구 중 1개 영역 3등급 이내 또는 영어 2등급 이내	응시
약학과	국어, 수학(미적분/기하 중 택1), 영어, 과학탐구 중 3개 영역 등급의 합이 5 이내	응시

1) 계열은 본 대학교 모집단위 기준임
2) 탐구영역은 별도 지정과목이 없으나, 반드시 2개 과목에 응시해야 하며 2개 과목 평균등급을 반영함
3) 자연계 모집단위 중 빅데이터사이언스학부, 자유공학부는 사회탐구도 인정함
4) 제2외국어/한문/직업탐구는 인정하지 않음

5. 논술고사 개요

가. 고사시간 및 장소

고사일	모집단위	시간	응시계열	고사시간	고사장소
11. 26.(토)	인문·체능계 전 모집단위	11:00~12:30	인문계열	90분	세종캠퍼스
	자연계 전 모집단위(약학과 제외)		자연계열 I		
	약학과	15:00~16:30	자연계열 II		

나. 출제유형 및 범위

응시계열	모집단위	출제유형	출제범위	문제 수	배점
인문계열	인문·체능계 전 모집단위	교과 통합형 논술	교과목 통합 (국어, 사회, 도덕 등)	4문제 내외 (문제별 소문항 있음)	350점
자연계열 I	자연계 전 모집단위 (약학과 제외)	수리논술 I	수학, 수학 I , 수학 II , 미적분	8문제 내외	
자연계열 II	**약학과**	**수리논술 II**	**수학, 수학 I , 수학 II , 확률과통계, 미적분, 기하**	**3문제 내외 (문제별 소문항 있음)**	

1) 자연계열은 2023학년도 대학수학능력시험의 수학 영역 출제범위에 따라 출제(하위과목 간접 출제 가능)
2) 수리논술은 모집단위에 따라 수리논술 I 과 수리논술 II 로 분류되며, 출제범위와 난이도가 상이함

고려대학교 세종캠퍼스 논술고사 특징 및 유의사항

고려대학교 세종캠퍼스 자연계열 논술고사는 고등학교 교육과정의 범위와 수준 내에서 출제되며, 교육과정의 내용을 활용하여 논리적 사고력과 문제해결력을 평가하는 시험입니다. 자연계열 논술고사는 문제를 해결하는 과정을 논리적으로 서술하거나 증명하는 수리논술이며, 모집단위에 따라 수리논술Ⅰ과 수리논술Ⅱ로 분류됩니다. 약학과를 제외한 자연계열 모집단위에 지원하는 학생들은 수리논술Ⅰ에, 약학과에 지원하는 학생들은 수리논술Ⅱ에 응시하게 됩니다. 수리논술Ⅰ과 수리논술Ⅱ는 출제범위와 난이도가 상이하지만, 모두 고등학교 수준에서 출제되므로, 고등학교 교육과정을 충실히 이수하고 수능 준비를 열심히 한 학생이라면 충분히 문제를 해결할 수 있을 것입니다.

개요

모집단위	출제유형	출제범위	문제 수	고사시간	총점
약학과	수리논술Ⅱ	수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 확률과통계, 미적분, 기하	3문제 내외 (문제별 소문항 있음)	90분	350점

주요 특징

약학과에 해당하는 수리논술Ⅱ의 출제범위는 **'수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분, 기하'**입니다. 수리논술Ⅱ는 3문제 내외의 문제가 출제되며, 문제별로 2개~5개의 소문항이 출제됩니다. 각 문제에는 수학적 개념이나 문제를 푸는 조건이 제시문으로 주어지는데, 이를 활용하여 각 문항에서 요구하는 바를 서술해야 합니다. 특히 각 문제의 소문항들은 수학적 기본 개념을 바탕으로 단계를 밟아가는 형태로 출제될 수 있으므로 제시문 및 질문에 대한 정확한 이해를 바탕으로 문제풀이 과정을 논리적으로 전개해 나가는 능력이 요구됩니다.

유의사항

✓ 풀이과정을 반드시 작성해주세요.

수리논술에서 가장 중요한 것은 주어진 제시문(개념)을 바탕으로, 문제를 해결하는 과정을 체계적이고 논리적으로 서술하는 것입니다. 객관식 시험이 아니므로 **정확한 풀이과정 없이 정답만 작성하는 경우 높은 점수를 받기 어렵습니다.** 풀이과정을 작성할 때에는 문제 해결에 필요한 내용이 논리적으로 잘 작성되었는지, 필요한 부분이 생략되지는 않았는지, 정확한 기호를 사용했는지 등을 꼭 확인하도록 합니다. 특히, 문제의 해결 단계를 논리적으로 구성해보고 각 단계를 명료하게 식으로 전개하는 것이 좋습니다. 제시문에 주어지지 않은 개념이나 용어를 사용하는 경우 그 정의나 내용을 서술하고, 각 풀이 단계에 번호를 부여하거나, 풀이 중 도출한 식에 ①, ②와 같이 번호를 부여하는 등의 방법도 답안을 효과적으로 작성하는 방법입니다.

✓ 정해진 답안 분량을 지켜주세요.

답안의 분량을 준수하는 것 또한 매우 중요합니다. 수험생은 주어진 답안지의 범위 내에서만 답안을 작성해야 하며, 범위에서 벗어난 부분은 평가 대상에 포함되지 않습니다. 따라서 답안을 작성하기 전에 답안 작성 범위를 확인하고, 문제에서 요구하는 내용을 작성 범위 내에 모두 담을 수 있도록 유의해야 합니다.

✓ 부분점수가 있다는 것을 잊지마세요.

논술고사의 총점은 350점으로, 답안을 쓰지 않거나 풀이과정 및 답안을 잘못 서술한 경우는 점수를 얻지 못하게 됩니다. 그러나, 비록 문제를 끝까지 풀어내지 못하더라도 문제를 해결하기 위한 각 단계까지 답안을 작성한 경우는 해당 단계에 부여된 부분점수를 얻을 수 있습니다. 따라서 문제의 최종 답안을 구하지 못하더라도 포기하지 말고 본인이 서술할 수 있는 최대한의 답안을 작성해서 부분점수를 많이 획득하는 것도 고득

점으로 가는 좋은 전략이 될 수 있습니다.

✓ 난이도에 유의하며, 시간을 적절히 안배하세요.

논술고사의 고사 시간은 90분입니다. 서술형의 답안을 작성해야 하므로 모든 문제를 해결하기에는 시간이 부족할 수 있습니다. 따라서 본인이 해결할 수 있는 문제와 그렇지 않은 문제를 잘 구분하고, 해결할 수 있는 문제에 시간을 적절히 안배하는 것이 좋은 점수를 얻는 전략이 될 수 있습니다. 또한, 난이도에 따라 문제별 배점이 다르기 때문에 이 점을 감안하여 시간을 배분하는 것이 필요합니다.

✓ 답안은 알아볼 수 있도록 작성해주세요.

답안 작성 시에는 반드시 **검정색 필기구(볼펜, 샤프, 연필)**를 사용해야 합니다. 또한 풀이 과정을 명확하게 작성해야 채점이 가능하므로 답안을 알아볼 수 있도록 깔끔하게 작성하도록 합니다. 연습지는 별도로 제공되지 않지만, 연습이 필요한 경우 문제지의 여백을 이용하여 답안을 미리 작성해 볼 수 있습니다. 답안을 수정해야 하는 경우, 연필로 작성한 내용은 지우개로 지운 후 다시 작성하도록 하고, 볼펜으로 작성한 경우에는 줄을 그어 잘못되었음을 표시하고 다시 작성하도록 합니다. 수정해야 할 부분이 너무 많거나, 수정한 부분이 너무 많아 답안이 알아볼 수 없을 정도가 되었다면 새로운 답안지로 교체하여 작성할 수도 있습니다.

준비 Tip

1. 개념에 대한 정의와 문제 풀이과정을 전개하는 연습하기.

자연계열 논술고사의 난이도 및 유형은 수능 수학 영역과 유사하고, 문제에 접근하는 방식도 크게 다르지 않습니다. 따라서 평소 수학 문제를 풀면서 교과서 및 참고서에 제시된 개념이나 정의를 정리해 보고, 해설지 등을 참고하여 풀이 과정을 단계별로 적어보는 연습을 꾸준히 하면 큰 도움이 될 것입니다.

2. 기출문제를 통해 출제유형을 파악하기.

가장 좋은 참고서는 전년도 기출문제입니다. 2022학년도 기출문제 및 모의논술 문제를 반드시 풀어보고, 이를 바탕으로 출제유형을 파악하는 것이 중요합니다. ‘어떤 출제범위에서 어떤 문제가 출제되었는가’를 비롯하여 ‘어떤 유형의 문제가 출제되는지’, ‘난이도와 답안의 작성분량은 어느 정도인지’, ‘단계별 배점과 부분점수 기준은 어떠한지’ 등을 중심으로 기출문제를 분석해 보시기 바랍니다.

고려대학교 세종캠퍼스
KOREA UNIVERSITY SEJONG CAMPUS

2022학년도 고려대학교 세종캠퍼스 수시 논술고사

자연계열 II (약학과)

시험시간		모집단위	약학과
수험번호		성　　명	

※ 감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

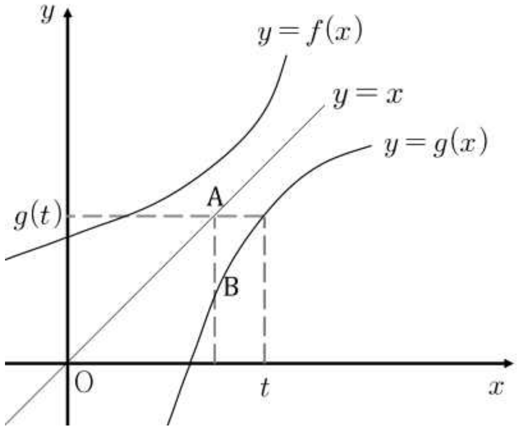
[수험생 유의사항]

○ 본인이 응시하는 계열의 문제지와 답안지가 맞는지 반드시 확인하시오.
○ 문제지 및 답안지에 수험번호, 성명을 정확히 기재하시오.
○ 고사 종료 후 답안지, 문제지를 모두 함께 제출하시오.
○ 답안은 **검정색 필기구(연필, 샤프, 볼펜)**으로만 작성하시오.
　(※ 빨간색, 파란색 등 사용 금지)
○ 답안 수정 시 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나, 가로줄을 긋고 재작성하시오.
　(※ 수정액, 수정테이프 사용 금지)
○ 답안지에 기재된 문제 번호에 맞추어 답안 작성 영역 내에서 답안을 작성하시오.
○ 답안지 교체는 가능하나 교체로 인해 발생한 문제에 대한 책임(시간 부족 등)은 수험생 본인에게 있음을 유의하시오.
○ 답안 작성 영역에는 본인의 신원을 드러내거나 답안과 관련 없는 표현 또는 표기를 하지 마시오.

고려대학교
KOREA UNIVERSITY

1. 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

<가> 함수 $g(x)$의 그래프는 함수 $f(x)=x^3+x+1$의 그래프와 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다. 두 점 $(0, g(t))$와 $(t, g(t))$를 잇는 선분과 직선 $y=x$의 교점을 A라고 하고 점 A를 지나고 y축과 평행인 직선과 곡선 $y=g(x)$의 교점을 B라고 한다.



<나> 점 P는 포물선 $sy^2=-x+3-\frac{4}{s}-\sqrt{17}$ 위를 움직인다. (단, s는 양의 실수이다)

1-1. 제시문 <가>에서 점 B의 y좌표를 $h(t)$라고 할 때, 곡선 $y=h(x)$의 $x=3$에서의 접선의 방정식을 구하시오. [35점]

1-2. 제시문 <나>의 점 P 중에서 문제 [1-1]의 접선과 가장 가까운 점 P_0을 찾고, 이때 점 P_0과 접선 사이의 거리 d를 구하시오. [20점]

1-3. 문제 [1-2]의 점 P_0이 중심이고 문제 [1-1]의 접선에 접하는 원 위를 움직이는 점 C와 문제 [1-2]의 점 P_0을 x축에 대하여 대칭이동한 점 D에 대하여, 선분 CD의 수직이등분선과 직선 P_0C의 교점을 Q라 하자. 이때 점 Q가 그리는 도형의 방정식에 대하여 논술하시오. (단, 점 C와 점 D가 일치하는 경우는 제외한다) [35점]

2. **다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.**

양의 상수 a에 대하여 다음 조건이 만족된다.

(1) 다항함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = a$$

이다.

(2) 함수 $g(x) = f(x)e^{-x}$는 $x = -a$와 $x = a$에서 극댓값을 갖고 두 극댓값은 모두 양수이다.

(3) 함수

$$h(x) = \frac{1}{2e^2}x$$

에 대하여 방정식 $(g' \circ h \circ g)(x) = 0$은 3개 이상의 서로 다른 실근을 갖고 $x = -a$가 그 실근 중 하나이다.

2-1. 제시문을 만족하는 함수 $y = g(x)$의 그래프의 개형을 그리고 제시문의 a의 값을 구하시오. [70점]

2-2. 문제 [2-1]의 a에 대하여 곡선 $y=g(x)$와 두 직선 $x=a$, $y=g(-a)$로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. [20점]

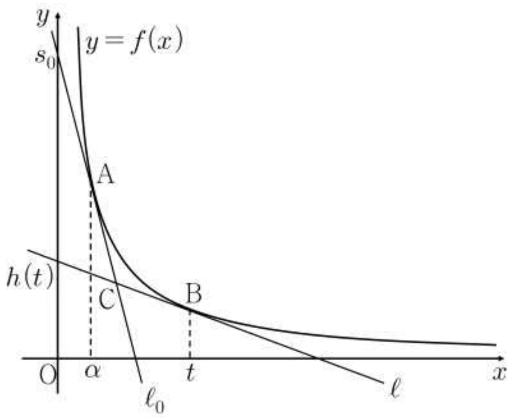
3. 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

<가> 양의 실수에서 정의되고 연속인 이계도함수를 갖는 함수 $y=f(x)$에 대하여 $f''(x)>0$이고, [그림 1]과 같이 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $\mathrm{A}(\alpha, f(\alpha))$와 $\mathrm{B}(t, f(t))$에서 접선을 그었을 때 두 접선 ℓ_0과 ℓ이 점 C에서 만난다. 접선 ℓ_0의 y절편을 s_0, 그리고 접선 ℓ의 y절편을 $h(t)$로 한다.

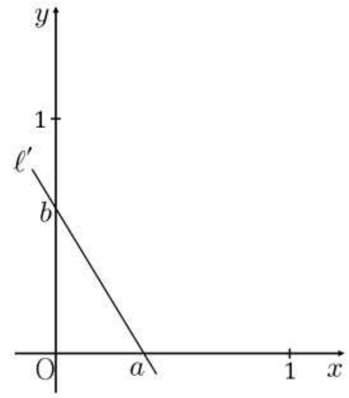
<나> [그림 2]와 같이 직선 ℓ'의 x절편과 y절편을 각각 a와 b라 하자. 이때 a와 b는 다음을 만족한다.

$$0<a<1,\ 0<b<1,\ a+b=1$$

<다> 어떤 구간에서 정의된 연속함수가 감소(또는 증가)하면 역함수가 존재하고 그 역함수도 연속함수가 된다.



[그림 1]



[그림 2]

3-1. 제시문 <가>에서 주어진 함수 $h(t)$의 연속성, 미분가능성, 도함수의 성질에 관하여 논술하고, 이를 이용하여 함수 $h(t)$의 역함수 $h^{-1}(t)$의 존재성과 극한값 $\lim_{s\to s_0} h^{-1}(s)$에 관하여 논술하시오. [30점]

3-2. 두 실수 c, d(단, $0<c<d<1$)에 대하여 제시문 <나>의 직선과 같은 성질을 갖고 x절편이 각각 c와 d인 두 직선의 방정식과 그 교점을 구하시오. [10점]

3-3. 함수 $y=g(x)$가 0과 1 사이에서 연속인 이계도함수를 갖고 $g''(x)>0$을 만족한다. 곡선 $y=g(x)\,(0<x<1)$ 위 모든 점에서의 접선이 제시문 <나>의 직선과 같은 성질을 가질 때, 함수 $y=g(x)\,(0<x<1)$를 구하시오. [30점]

3-4. 문제 [3-3]의 함수 $g(x)$가 닫힌구간 $[0,1]$에서 연속일 때 $x=0$과 $x=1$에서의 함숫값을 찾고 두 곡선 $y=g(x)$, $y=4x^2$과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [20점]

4. 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

<가> 어느 공장에서 생산되는 제품 하나의 무게는 평균이 m이고 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서는 매일 15000개의 제품을 생산하고 제품 1개의 무게가 $m-2\sigma$ 이하이거나 $m+2\sigma$ 이상인 제품은 불량품으로 판정한다. (단, 무게의 단위는 kg이다)

<나> <표준정규분포표>

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

<다> 2, 4, 8이 각각 하나씩 적힌 3장의 카드가 있다. 각각의 카드를 선택할 확률은 $\mathrm{P}(Z \le -1.5)$, $\mathrm{P}(-1.5 \le Z \le 2)$, $\mathrm{P}(Z \ge 2)$이다. 임의로 선택한 카드에서 나온 수를 a라 할 때, $f(x)=\log_8 x$, $g(x)=\log_a\left(\frac{x}{2}\right)$라 하자. (단, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다)

4-1. 제시문 <가>의 공장에서 생산되는 제품 한 개의 무게를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{P}(|X-m| \le 6)=0.96$, $\mathrm{P}(X \ge 22)=0.84$일 때 m, σ를 구하시오. [15점]

4-2. 제시문 <가>의 공장에서 하루에 생산되는 15000개의 제품 중에서 불량품의 개수가 n보다 클 확률이 0.02일 때, n을 구하시오. [25점]

4-3. 1000일 중 제시문 <가>의 공장에서 하루에 생산되는 15000개의 제품 중에서 불량품의 개수가 문제 [4-2]의 n보다 크게 되는 날짜의 수에 대하여 논술하시오. [15점]

4-4. x축에 평행한 직선 $y=t$와 제시문 <다>의 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 교점을 각각 P, Q라 할 때, $h(t)=\overline{\mathrm{PQ}}$이다. $t \geq 1$에서 함수 $h(t)$의 최솟값이 1 이상일 확률을 구하시오. [25점]

2022학년도 고려대학교 세종캠퍼스 수시 논술고사 자연계열Ⅱ 문항해설 및 예시답안

[문제 1]

1. 일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	미적분, 수학, 기하
	핵심개념 및 용어	역함수의 미분, 접선의 방정식, 점과 직선 사이의 거리, 포물선, 타원, 쌍곡선
예상 소요 시간	20분	

2. 출제 의도

[1-1] 역함수의 미분법을 이용할 수 있는지 확인한다. 접선의 방정식을 구할 수 있는지 확인한다.

[1-2] 포물선의 방정식을 이용해 접선의 방정식을 구할 수 있는지 확인한다. 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있는지 확인한다.

[1-3] 타원의 뜻을 알고 있는지 확인한다. 쌍곡선의 뜻을 알고 있는지 확인한다.

3 문항 해설

[1-1] 역함수의 개념을 파악하고 이를 이용하여 접선의 방정식을 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[1-2] 주어진 포물선 위의 점과 포물선과 만나지 않는 한 직선 사이의 최소거리는 해당 직선과 평행한 포물선의 접선 위의 점에서의 거리라는 것을 이용하여 정확한 계산을 할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[1-3] 주어진 조건으로부터 점 Q의 자취가 범위에 따라서 타원, 원, 쌍곡선의 형태를 가지게 됨을 유도할 수 있는지 평가하는 문제이다.

4. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	$h(x)=g(g(x))$임을 확인	5점
	$h'(x)=g'(g(x))g'(x)$임을 확인	5점
	$g(3)=1$을 도출	5점
	$g(1)=0$을 도출	5점
	$h(3)=0$을 도출	5점
	$h'(3)=\frac{1}{4}$를 도출	5점
	접선이 $y=\frac{1}{4}(y-3)$임을 도출	5점
1-2	최소거리가 접선의 기울기가 $\frac{1}{4}$임을 확인	5점
	점 P_0의 좌표가 $\left(3-\frac{8}{s}-\sqrt{17},\ -\frac{2}{s}\right)$임을 도출	5점
	점과 직선 사이의 거리 구하는 공식 $\frac{\lvert ax+by+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$을 서술	5점
	$d=1$임을 도출	5점
1-3	$\overline{\mathrm{P_0D}}=\frac{4}{\mathrm{s}}$임을 확인	5점
	삼각형 QCD가 이등변삼각형이 됨을 확인	5점
	$s<4$일 때, $\overline{\mathrm{P_0Q}}-\overline{\mathrm{DQ}}=1$임을 확인	5점
	$s<4$일 때, 쌍곡선 $\frac{(sx-3s+8+s\sqrt{17})^2}{16-s^2}-y^2=-\frac{1}{4}$임을 도출	5점
	$s=4$일 때, $\mathrm{Q}=\mathrm{P}_0$임을 확인	5점
	$s>4$일 때, $\overline{\mathrm{P_0Q}}+\overline{\mathrm{DQ}}=1$임을 확인	5점
	$s>4$일 때, 타원 $\frac{(sx-3s+8-s\sqrt{17})^2}{s^2-16}+y^2=\frac{1}{4}$임을 도출	5점

5. 예시 답안

1-1	문제에서 주어진 조건에 따라 B의 좌표는 $(g(x), g(g(x)))$가 되므로 $h(x)=g(g(x))$가 된다. 따라서 구하고자 하는 접선의 방정식은 점 $(3, h(3))$을 지나고 기울기가 $h'(3)$인 직선의 방정식인 $$y=h'(3)(x-3)+h(3)$$ 이 된다. 이 때, 합성함수의 미분법에 의해 $h'(x)=g'(g(x))g'(x)$로 구할 수 있다. 한편, $g(x)$는 $f(x)$의 역함수이므로 역함수의 미분법에 의하여 $$g'(x)=\frac{1}{f'(g(x))}$$ 가 된다. 먼저 $g(3)=p$이라고 가정하면 $$f(p)=3$$ $$p^3+p+1=3$$ $$(p-1)(p^2+p+2)=0$$ 이므로 $p=1$, 즉 $g(3)=1$이 된다. 다음으로 $g(1)=q$이라고 가정하면 $$f(q)=1$$ $$q^3+q+1=1$$ $$q(q^2+1)=0$$ 이므로 $q=0$, 즉 $g(1)=0$이 된다. 따라서 $h(3)=g(g(3))=g(1)=0$ $h'(3)=g'(g(3))g'(3)=g'(1)g'(3)=\frac{1}{f'(g(1))}\times\frac{1}{f'(g(3))}$ $=\frac{1}{f'(0)}\times\frac{1}{f'(1)}=1\times\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$ 이므로 구하고자 하는 방정식은 $$y=\frac{1}{4}(x-3)$$ 이 된다.
1-2	포물선의 접선 중 문제 [1-1]의 접선과 기울기가 같은 접선을 구하여, 이 때 포물선과 접선의 교점과 문제 [1-1]의 접선과의 거리를 구하면 된다. 포물선의 접선의 기울기를 $m=\frac{1}{4}$, 접하는 점을 (x_1, y_1)이라고 하면 $$2sy_1m=-1,\ y_1=-\frac{1}{2sm}=-\frac{2}{s}$$ $$x_1=-sy_1^2+3-\frac{4}{s}-\sqrt{17}=3-\frac{8}{s}-\sqrt{17}$$ 이 된다. 문제 [1-1]의 접선을 다시 적으면 $x-4y-3=0$이 되므로 점과 직선 사이의 거리의 공식을 이용하면 거리의 최솟값 d는 $$d=\frac{\left\vert 3-\frac{8}{s}-\sqrt{17}-4\left(-\frac{2}{s}\right)-3\right\vert}{\sqrt{1^2+4^2}}=\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{17}}=1$$ 이 된다.

1-3	점 P_0을 중심으로 하는 원의 반지름은 $d=1$이 된다. 또한, 점 D의 좌표는 포물선 위의 점 $\left(3-\frac{8}{s}-\sqrt{17}, \frac{2}{s}\right)$이 되므로 $\overline{P_0D} = \frac{4}{s}$가 된다. 1) $s<4$일 때 포물선 위의 점 D는 주어진 원 외부에 위치하며, 삼각형 QCD는 이등변삼각형이 되므로 $\overline{CQ}=\overline{DQ}=k$라고 하면 $$\overline{P_0Q}=\overline{P_0C}+\overline{CQ}=1+k$$ 이다. 따라서 $\left\|\overline{P_0Q}-\overline{DQ}\right\|=1$로 일정하므로 점 Q가 그리는 도형은 점 P_0과 점 D로부터의 거리의 차가 1인 쌍곡선이 된다. 따라서 쌍곡선의 방정식을 아래와 같이 구할 수 있다. $$\frac{\left(x-3+\frac{8}{s}+\sqrt{17}\right)^2}{\frac{4}{s^2}-\frac{1}{4}}-\frac{y^2}{\frac{1}{4}}=-1$$ $$\frac{(sx-3s+8+s\sqrt{17})^2}{16-s^2}-y^2=-\frac{1}{4}$$ 2) $s=4$일 때 포물선 위의 점 D는 주어진 원 위에 위치하며, 1)과 마찬가지로 삼각형 QCD은 이등변삼각형이 된다. 또한, CD의 수직이등분선이 항상 원의 중심 P_0을 지나므로 $Q=P_0$가 된다. 3) $s>4$일 때 포물선 위의 점 D는 주어진 원 내부에 위치하며, 1)과 마찬가지로 삼각형 QCD은 이등변삼각형이 되므로 $\overline{CQ}=\overline{DQ}=k$라고 하면 $$\overline{P_0Q}=\overline{P_0C}-\overline{CQ}=1-k$$ 이다. 따라서 $\overline{P_0Q}+\overline{DQ}=1$로 일정하므로 점 Q가 그리는 도형은 점 P_0과 점 D로부터의 거리의 합이 1인 타원이 된다. 따라서 타원의 방정식을 아래와 같이 구할 수 있다. $$\frac{\left(x-3+\frac{8}{s}+\sqrt{17}\right)^2}{\frac{1}{4}-\frac{4}{s^2}}+\frac{y^2}{\frac{1}{4}}=1$$ $$\frac{(sx-3s+8+s\sqrt{17})^2}{s^2-16}+y^2=\frac{1}{4}$$

[문제 2]

1. 일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II, 미적분
	핵심개념 및 용어	지수함수의 미분, 함수의 극대와 극소, 함수의 그래프, 지수함수의 적분, 도형의 넓이, 함수의 곱의 미분
예상 소요 시간	25분	

2. 출제 의도

[2-1] 지수함수를 미분할 수 있는지 확인한다.
함수의 곱을 미분할 수 있는지 확인한다.
함수의 극대와 극소를 판정할 수 있고 설명할 수 있는지 확인한다.
함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있는지 확인한다.
[2-2] 지수함수의 적분을 이해하고 이를 활용할 수 있는지 확인한다.
곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지 확인한다.

3. 문항 해설

[2-1] 함수의 극대와 극소에 대하여 주어진 조건을 적용하여 상수값을 찾고 이를 이용하여 함수의 그래프의 개형을 그리는 문제이다.

[2-2] 다항함수와 지수함수의 곱을 적분함으로써 여러 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 문제이다.

4. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	$x=-a,\ x=a,\ x=3-a$에서 $g'(x)=0$이 됨을 증명	10점
	$g(-a)>g(a)$임을 보이고 그래프에 표시	10점
	$g(-a)=2e^2(3-a)$이면 서로 다른 근이 3개가 안 됨을 증명	15점
	$g(-a)=2e^2a$로부터 $a=2$ 유도	10점
	$g(3-a)>0$을 보이고 극솟값이 1사분면에 있음을 그래프에 표시	10점
	$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$를 그래프에 표시	5점
	$\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=0$을 그래프에 표시	5점
	$x=-\sqrt{2},\ x=\sqrt{2},\ x=4$일 때 변곡점이 발생함을 유도	5점
2-2	$\int_{-2}^{2} g(x)\,dx=-62e^{-2}+6e^2$ 유도	10점
	넓이 $62e^{-2}+10e^2$를 정확히 유도	10점

5. 예시 답안

2-1

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$라 할 수 있으므로 $g(x) = (x^3 + ax^2 + bx + c)e^{-x}$
$g'(a) - g'(-a) = 2a(a^2 + b - 2a) = 0$에서 $b = -a^2 + 2a$이고 b를 $g'(a) + g'(-a) = 0$에 대입하면 $c = -a^3 + 2a^2 + 2a$가 되어 $g(x) = (x^3 + ax^2 + (-a^2 + 2a)x + (-a^3 + 2a^2 + 2a))e^{-x}$ 이고 $g'(x) = -(x-a)(x+a)(x+a-3)e^{-x}$이다. 따라서 $x = -a, a, 3-a$에서 $g'(x) = 0$이고 $g'(x)$는 $x = 3-a$에서 극솟값을 가지므로 $-a < 3-a < a$ 에서 $a > \frac{3}{2}$.

$g(a) = (4a^2 + 2a)e^{-a}$ 이고 $g(-a) = 2ae^a$이므로 $\frac{g(-a)}{g(a)} = \frac{e^{2a}}{2a+1}$. $h(x) = e^{2x} - 2x - 1$라면 $x \ge \frac{1}{2}$에서 $h'(x) > 0$이고 $h\left(\frac{1}{2}\right) > 0$이므로 $a > \frac{3}{2}$에서 $g(-a) > g(a)$이고 함수 $g(x)$는 $-a$에서 최댓값을 갖는다 (즉 $-\infty < g(x) \le g(-a)$이다)

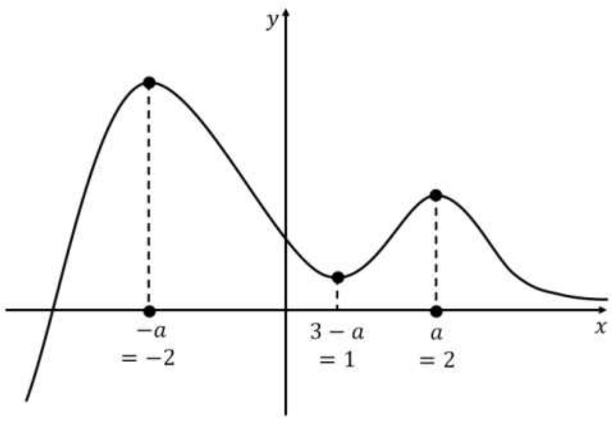
$g'(h(g(x))) = 0$의 실근의 개수가 3개 이상이려면, $g(x) = -2e^2a$, $g(x) = 2e^2a$, $g(x) = 2e^2(3-a)$의 서로 다른 실근의 개수의 합이 3 이상이어야 한다.
$g(-a) > 0$이므로 $x = -a$가 한 근이려면 $g(-a) = 2e^2a$ 또는 $g(-a) = 2e^2(3-a)$.
$g(-a) = 2e^2(3-a)$이면 모든 x에서 $g(x) \le 2e^2(3-a) < 2e^2a$이므로 $g(x) = 2e^2a$가 실근을 갖지 않고 $g(x) = -2e^2a$는 1개의 실근을 갖기 때문에 $g'(h(g(x))) = 0$는 2개의 근만 갖는다.

따라서 $g(-a) = 2e^2a$이고 $2ae^a = 2e^2a$이므로 $a = 2$.

$g(3-a) = (27-10a)e^{a-3}$이고 $a = 2$이므로 $3-a > 0$이고 $g(3-a) > 0$
$\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$
$x \ge -a$에서 $g(x) \ge 0$이고 e^{-x}로 인해 $\lim_{x \to \infty} g(x) = 0$ (즉 x축이 점근선)
$x = -\sqrt{2}$, $x = \sqrt{2}$, $x = 4$일 때 변곡점 발생

$g(x)$의 변곡점의 x좌표는 $-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, 4

따라서 그래프의 개형은 다음과 같다.



2-2	$\int_{-2}^{2} g(x)\,dx = \int_{-2}^{2}(x^3+2x^2+4)e^{-x}\,dx = -62e^{-2}+6e^2$ 문제 [2-1]에서 $a=2$ 이므로 $(-a,0)$, $(a,0)$, $(a,g(-a))$, $(-a,g(-a))$로 만든 사각형의 넓이$=2a\,g(-a)=16e^2$ $x \geq -a$에서 $g(x) \geq 0$이므로 넓이$=16e^2-(-62e^{-2}+6e^2)=62e^{-2}+10e^2$.

[문제 3]

1. 일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	미적분, 수학II, 수학
	핵심개념 및 용어	접선의 방정식, 연속성, 미분가능성, 감소함수, 역함수, 직선의 방정식, 교점, 극한, 접점, 접선, 매개변수
예상 소요 시간	25분	

2. 출제 의도

[3-1] 기본적인 미적분학의 지식을 활용해서 접선의 절편의 극한과 접점의 극한 사이의 관계를 논리적으로 설명할 수 있는가를 평가한다.
[3-2] 직선의 절편에 관한 조건이 주어졌을 때 직선의 방정식을 세우고 두 직선의 교점을 구할 수 있는가를 평가한다.
[3-3] 접선의 y 절편을 활용하여 접점을 논리적으로 유추해낼 수 있는가를 평가한다.
[3-4] 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 적분을 이용하여 구할 수 있는가를 평가한다.

3. 문항 해설

[3-1] 접선의 방정식을 세우고 이를 통해서 접선의 y 절편을 구한다. 이계도함수의 성질을 활용하여 접점의 x 좌표와 접선의 y 절편 사이의 관계에 의해서 주어진 함수의 역함수의 존재성과 연속성을 파악하고 그 극한의 개념을 이해한다.
[3-2] 기본적인 직선의 방정식을 세우고 직선 사이의 교점을 구한다.
[3-3] 절편의 극한을 통해서 교점의 극한을 이끌어내고 이를 통해서 곡선 위의 점에 대한 매개변수 방정식을 얻는다. 매개변수 방정식을 풀어서 함수의 형태를 찾아낸다.
[3-4] 문제 [3-3]의 함수 $g(x)$가 닫힌구간 $[0,\ 1]$에서 연속일 때 $x=0$과 $x=1$에서의 함숫값을 찾고 두 곡선 $y=g(x)$, $y=4x^2$과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

4. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	점 $x=t$에서 곡선 $y=f(x)$의 접선의 방정식: $y=f'(t)(x-t)+f(t)$ 도출	6점
	위 접선의 y 절편 $h(t)$: $h(t)=-tf'(t)+f(t)$ 도출	6점
	'함수 $h(t)$는 연속함수이고, 미분가능하며 도함수가 연속이라는 사실을 알 수 있다.' 서술	6점
	'$h'(t)=-tf''(t)<0$이므로 함수 $h(t)$는 감소함수이다.' 서술	6점
	제시문 <다>를 활용하여 '함수 $h(t)$의 역함수가 존재하고' 에 의해서 함수 $h^{-1}(s)$도 연속임을 서술	6점

<table>
<tr><td rowspan="2">3-2</td><td>직선의 방정식: $\frac{x}{c}+\frac{y}{1-c}=1$, $\frac{x}{d}+\frac{y}{1-d}=1$ $(0<c<d<1)$ 서술</td><td>5점</td></tr>
<tr><td>교점: $x=cd$, $y=(1-c)(1-d)=1-(c+d)+cd$ 서술</td><td>5점</td></tr>
<tr><td rowspan="5">3-3</td><td>문제 [3-2]에서 x 절편이 d인 직선의 y 절편은 $1-d$인데 극한 $\lim_{d\to c}$ 에 의해서 $1-c$ 즉, x 절편이 c인 직선의 y 절편으로 수렴함을 서술</td><td>6점</td></tr>
<tr><td>문제 [3-1]에 의해서 y 절편의 수렴은 접점의 수렴을 의미함을 서술</td><td>6점</td></tr>
<tr><td>제시문 <가>의 [그림 1]에서와 같이 두 접선의 교점은 접점 사이에 놓여있어서 극한 $\lim_{d\to c}$ 에 의해서 교점은 x 절편이 c인 접선의 접점으로 수렴함을 서술</td><td>6점</td></tr>
<tr><td>실제 x 절편이 c인 접선의 접점은 문제 [3-2]의 교점에 극한 $\lim_{d\to c}$를 취하면 다음을 얻는다.
$x=c^2$, $y=1-2c+c^2$ $(0<c<1)$ 서술</td><td>6점</td></tr>
<tr><td>$g(x)=1-2\sqrt{x}+x$이다. 도출</td><td>6점</td></tr>
<tr><td rowspan="4">3-4</td><td>$x=0$에서의 함숫값은 1, $x=1$에서의 함숫값은 0 서술</td><td>5점</td></tr>
<tr><td>$4x^2=1-2\sqrt{x}+x$ 도출</td><td>5점</td></tr>
<tr><td>$X=\sqrt{x}$ 라 놓으면
$4X^4-X^2+2X-1=(2X-1)(X+1)(2X^2-X+1)=0 \Rightarrow X=\frac{1}{2}$ $(\because X>0)$
따라서 $x=\frac{1}{4}$ 도출</td><td>5점</td></tr>
<tr><td>두 곡선 $y=g(x)$, $y=4x^2$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이
$\int_0^{\frac{1}{4}}4x^2\,dx+\int_{\frac{1}{4}}^{1}(1-2\sqrt{x}+x)\,dx=\frac{7}{96}$ 도출</td><td>5점</td></tr>
</table>

5. 예시 답안

<table>
<tr><td>3-1</td><td>점 $x=t$에서 곡선 $y=f(x)$의 접선의 방정식은 다음과 같다.
$$y=f'(t)(x-t)+f(t)$$
위 접선의 y 절편 $h(t)$를 구하면 다음과 같다.
$$h(t)=-tf'(t)+f(t)$$
위로부터 함수 $h(t)$는 연속함수이고, 미분가능하며 도함수가 연속이라는 사실을 알 수 있다. 뿐만 아니라 $h'(t)=-tf''(t)<0$이므로 함수 $h(t)$는 감소함수이다. 따라서 함수 $h(t)$의 역함수가 존재하고 제시문 <다>에 의해서 함수 $h^{-1}(s)$도 연속임을 알 수 있다. 함수 $h^{-1}(s)$가 연속이므로
$$\lim_{s\to s_0}h^{-1}(s)=h^{-1}(s_0)=\alpha$$
가 된다.</td></tr>
</table>

3-2	$0 < c < d < 1$ 인 실수 c와 d에 대하여 직선 ℓ'과 같은 성질을 갖는 직선의 방정식은 각각 다음과 같다. $$\frac{x}{c}+\frac{y}{1-c}=1,\quad \frac{x}{d}+\frac{y}{1-d}=1$$ x, y에 관한 연립방정식을 풀면 다음과 같은 해를 얻는다. $$x=cd,\quad y=(1-c)(1-d)=1-(c+d)+cd.$$
3-3	문제 [3-2]에서 x절편이 d인 직선의 y절편은 $1-d$인데 극한 $\lim_{d\to c}$ 에 의해서 $1-c$ 즉, x절편이 c인 직선의 y절편으로 수렴한다. 문제 [3-1]에 의해서 y절편의 수렴은 접점의 수렴을 의미한다. 제시문 〈가〉의 [그림 1]에서와 같이 두 접선의 교점은 접점 사이에 놓여있다. 따라서 극한 $\lim_{d\to c}$ 에 의해서 교점은 x절편이 c인 접선의 접점으로 수렴한다. 이러한 방식으로 곡선 위의 점에 관한 매개변수 방정식을 얻을 수 있다. 실제 x절편이 c인 접선의 접점은 문제 [3-2]의 교점에 극한 $\lim_{d\to c}$를 취하면 다음을 얻는다. $$x=c^2,\quad y=1-2c+c^2\ \ (0<c<1)$$ 앞에서 설명했듯이 이 관계식이 함수 $g(x)$의 매개변수 방정식이다. 이 방정식을 풀어서 매개변수 c를 없애면 x와 y 사이의 관계식 $y=1-2\sqrt{x}+x$ 얻을 수 있고 이것이 함수 $g(x)$가 된다. 따라서 $g(x)=1-2\sqrt{x}+x$ $(0<x<1)$이다.
3-4	$x=0$에서의 함숫값은 1이고 $x=1$에서의 함숫값은 0이다. 먼저 두 그래프의 교점을 구하기 위한 방정식 $g(x)=h(x)$는 다음과 같다. $$4x^2=1-2\sqrt{x}+x$$ $X=\sqrt{x}$라 놓으면 다음을 얻는다. $$4X^4-X^2+2X-1=(2X-1)(X+1)(2X^2-X+1)=0 \Rightarrow X=\frac{1}{2}\ (\because X>0)$$ 따라서 $x=\frac{1}{4}$이다. 두 곡선 $y=g(x)$, $y=4x^2$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는 $$\int_0^{\frac{1}{4}}4x^2\,dx+\int_{\frac{1}{4}}^{1}(1-2\sqrt{x}+x)\,dx=\frac{7}{96}$$

[문제 4]

1. 일반 정보

출제 범위	수학과 교육과정 과목명	확률과 통계, 수학 II
	핵심개념 및 용어	확률변수, 확률분포, 이항분포
예상 소요 시간	20분	

2. 출제 의도

[4-1] 정규분포에 따르는 확률변수의 확률을 이해하는지 확인한다. 표준정규분포표를 이해하는지 확인한다.
[4-2] 실생활 자료에서 확률분포를 이해하는지 확인한다. 이항분포와 정규분포의 관계를 이해하는지 확인한다.
[4-3] 실생활 자료에서 확률분포를 이해하는지 확인한다. 이항분포를 이해하는지 확인한다.
[4-4] 확률의 의미를 이해하고 있는지 확인한다. 정규분포의 뜻을 알고 그 성질을 이해하고 있는지 확인한다. 함수의 극대와 극소를 판정할 수 있고 설명할 수 있는지 확인한다.

3. 문항 해설

[4-1] 정규분포에 따르는 확률변수의 확률을 이해하고 표준정규분포표를 이용할 수 있는지를 평가하는 문제이다
[4-2] 실생활 자료에서 확률분포를 이해하는지를 평가하는 문제이다.
[4-3] 실생활 자료에서 확률분포를 이해하는지를 평가하는 문제이다.
[4-4] 주어진 구간에서 함수의 최솟값을 계산하고 이를 이용하여 확률을 계산하는 문제이다.

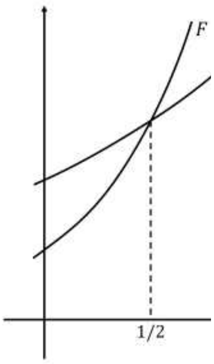
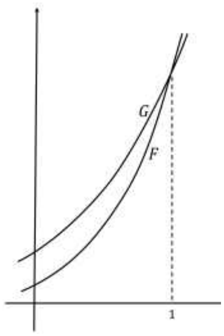
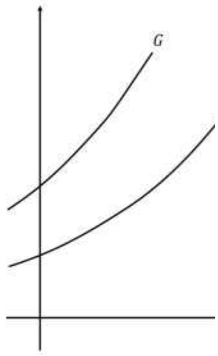
4. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	$\mathrm{P}\left(\frac{\lvert X-m\rvert}{\sigma} \le \frac{6}{\sigma}\right) = 0.96$ 을 $\mathrm{P}\left(\lvert Z\rvert \le \frac{6}{\sigma}\right) = 0.96$ 으로 전환	5점
	$\mathrm{P}(\lvert X-m\rvert \le 6) = 0.96$ 조건을 이용하여 $\sigma = 3$ 을 계산	5점
	$\mathrm{P}(X > 22) = 0.84$ 조건과 $\sigma = 3$을 이용하여 $m = 25$ 을 계산	5점
4-2	불량품이 나올확률 0.04를 계산	5점
	불량품의 개수를 확률변수 Y로 잡고 이항분포를 따른다고 도출	5점
	$B(15000,\ 0.04)$ 을 계산	5점
	Y가 $N(600,\ 24^2)$ 를 따른다는 것을 도출	5점
	$n = 648$ 을 계산	5점

4-3	불량품이 n개 초과하는 날의 수를 확률변수 T로 설정	5점
	$\mathrm{E}(T)=20$을 계산	5점
	기댓값은 20일이라고 도출	5점
4-4	$a=2$일 때는 $h(t)$는 $t=1$일 때 최솟값 $h(1)=4$임을 유도	7점
	$a=4$일 때는 $h(t)$는 $t=1$일 때 최솟값 $h(1)=4$임을 유도	7점
	$a=8$일 때는 $h(t)$는 $t=1$일 때 최솟값 $h(1)=4$임을 유도	7점
	확률은 $\mathrm{P}(Z\le -1.5)+\mathrm{P}(Z\ge 2)=0.09$ 유도	4점

5. 예시 답안

4-1	I) $\mathrm{P}(\lvert X-m\rvert \le 6)=0.96$에 의해 $\mathrm{P}\left(\frac{\lvert X-m\rvert}{\sigma}\le\frac{6}{\sigma}\right)=0.96$이고 $\mathrm{P}\left(\lvert Z\rvert\le\frac{6}{\sigma}\right)=0.96$이다. $\mathrm{P}\left(0\le Z\le\frac{6}{\sigma}\right)=0.48$이고 $\mathrm{P}(0\le Z\le 2)=0.48$ 이므로 $\frac{6}{\sigma}=2$이다. $\therefore \sigma=3$ 2) $\mathrm{P}(X>22)=0.84$에 의해 $\mathrm{P}(Z>\frac{22-m}{3})=0.84$이다. $\mathrm{P}(Z>-1)=0.84$이므로 $\frac{22-m}{3}=-1$이다. $\therefore m=25$
4-2	$m=25,\ \sigma=3$이므로 X는 정규분포 $N(25,\,3^2)$을 따른다. 불량품이 나올 확률을 계산하면 $\mathrm{P}(X>31)+\mathrm{P}(X<19)=\mathrm{P}\left(Z>\frac{31-25}{3}\right)+\mathrm{P}\left(Z<\frac{19-25}{3}\right)$ $=2\mathrm{P}(Z>2)$ $=2(0.5-0.48)$ $=0.04$ -----------① 이다. 하루에 생산된 제품 15000개 중에서 불량품의 개수를 확률변수 Y라 하자. ①에 의하여 제품 각각의 불량품일 확률이 0.04이므로 Y는 이항분포 $B(15000,\,0.04)$를 따른다. 따라서 Y의 평균과 표준편차는 $\mathrm{E}(Y)=15000\times 0.04=600,\ \sigma(Y)=\sqrt{15000\times 0.04\times 0.96}=24$ 이다. 15000은 충분히 큰 수이므로 Y는 근사적으로 정규분포 $N(600,\,24^2)$을 따른다. $\mathrm{P}(Y>n)=0.02$인 n을 구하기 위해 $\mathrm{P}(Y>n)=\mathrm{P}\left(Z>\frac{n-600}{24}\right)$를 만족하는 n을 찾아야 하고, 표준정규분포표를 이용하면 $\mathrm{P}(Z>2)=0.02$이므로 $\frac{n-600}{24}=2$이다. 따라서 $n=648$이다.

4-3	1000일의 기간 중 불량품이 n개 초과하는 날의 수를 확률변수 T라 하자. 문제 [4-2]에 의하여 하루에 발생하는 불량품이 n을 초과하는 확률이 0.02 이므로 T는 이항분포 $\mathrm{B}(1000,\ 0.02)$를 따른다. 그러므로 $\mathrm{E}(T)=1000\times0.02=20$이고 $\mathrm{V}(T)=1000\times0.02\times0.98=19.6$이므로 $4<\sigma(T)<5$이다. 1000일 중 불량품이 648개가 초과되는 날의 기댓값은 20일이다.
4-4	$f(x)$와 $g(x)$의 역함수를 고려하면 $h(t)$는 $x=t$가 $F(x)=8^x$와 $G(x)=2a^x$가 만나는 점 사이의 거리이다. $a=2$일 때는 [그림 1]처럼 $h(t)$는 $t=1$일 때 최소이고 $h(1)=8-4=4$. $a=4$일 때는 [그림 2]처럼 $h(t)$는 $t=1$일 때 최소이고 $h(1)=0$. $a=8$일 때는 [그림 3]처럼 $h(t)$는 $t=1$일 때 최소이고 $h(1)=8$.  [그림 1]  [그림 2]  [그림 3] 따라서 확률은 $\mathrm{P}(Z\le-1.5)+\mathrm{P}(Z\ge2)=(0.5-0.43)+(0.5-0.48)=0.09$.

MEMO

고려대학교 세종캠퍼스

KOREA UNIVERSITY SEJONG CAMPUS

미래
가치를
만드는
힘

KOREA UNIVERSITY
SEJONG CAMPUS

고려대학교 세종캠퍼스

세종캠퍼스
30019 세종특별자치시 세종로 2511
Tel. 044-860-1900

oku.korea.ac.kr