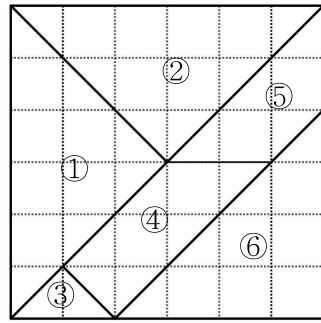


# 2022학년도 한국과학기술원 부설 한국과학영재학교 신입생선발 제2단계 창의적문제해결력검사 문제지

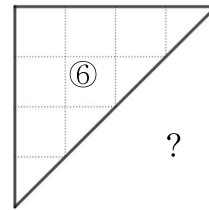
|    |    |      |  |    |  |     |     |
|----|----|------|--|----|--|-----|-----|
| 과목 | 수학 | 접수번호 |  | 성명 |  | 감독자 | (인) |
|----|----|------|--|----|--|-----|-----|

[문제 1] 다음을 읽고 물음에 답하시오.

- (1) 한 변의 길이가 6인 정사각형을 [그림 1]과 같이 여섯 조각으로 분리하여, ⑥번 조각을 [그림 2]와 같이 두고 아래쪽이나 오른쪽에 나머지 다섯 조각을 이어 붙여 둘레의 길이가  $12+8\sqrt{2}$ 인 육각형을 만들 수 있다. 이 육각형을 그림으로 나타내시오. (단, 조각을 뒤집지 않는다. 또한 조각끼리 서로 겹칠 수 없고 조각 사이에 빈틈은 없어야 하며 선의 두께는 무시한다.)

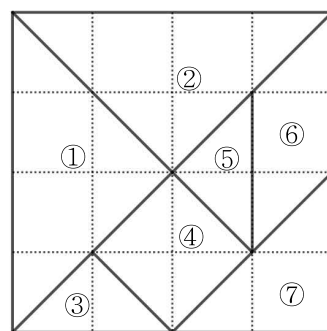


[그림 1]

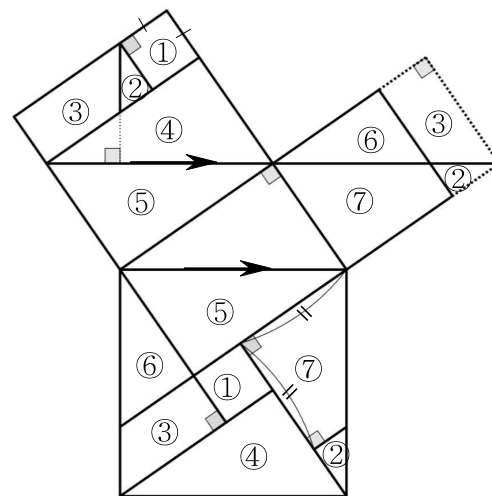
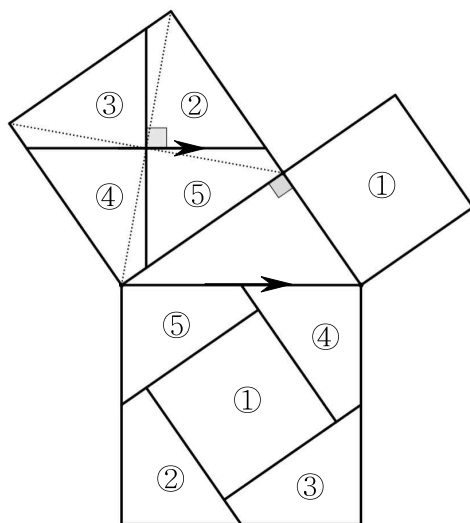


[그림 2]

- (2) 한 변의 길이가 4인 정사각형을 그림과 같이 일곱 조각으로 분리한 후, 이 일곱 조각을 이어 붙여 둘레의 길이가  $4+8\sqrt{2}$ 인 육각형을 만들 수 있다. 이 육각형을 그림으로 나타내시오. (단, 조각을 뒤집는 것은 가능하지만, 조각끼리 서로 겹칠 수 없고 조각 사이에 빈틈도 없어야 하며 선의 두께는 무시한다.)



- (3) 아래의 두 그림은 직각삼각형의 각 변을 한 변으로 하는 세 정사각형이 있을 때, 작은 두 정사각형을 채운 조각을 모두 이용하여 큰 정사각형을 채움으로써 피타고라스 정리가 성립함을 나타낸 것이다. 이러한 조각 나누기 방법을 활용하여 피타고라스 정리가 성립함을 보일 수 있는 그림을 한 가지 그리시오. (단, 아래 두 예시와는 다른 그림이어야 한다.)



[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 6명의 학생 A, B, C, D, 한국, 영재가 있다. 1부터  $n$ 까지의 서로 다른 자연수가 적힌 카드  $n$ 장으로 다음과 같은 순서에 따라 게임을 진행한다.

- ① 이 게임에 참가하는 학생은 한국이와 영재를 포함해 4명 이상이다.

② 한국이와 영재를 제외한 나머지 참가 학생은 각자 몇 장의 카드를 서로 의논하여 가져간다. (단, 남은 카드가 있을 수 있다.)

③ 카드를 가진 학생은 각자 가지고 있는 카드에 적힌 모든 숫자를 영재에게 알려준다.

④ 카드를 가진 학생은 자신이 가진 카드 중 한 장씩만 한국이에게 준다. (단, 어떤 카드를 줄지는 서로 의논하지 않는다.)

⑤ 한국이는 받은 카드들의 숫자의 합  $K$ 를 구해서 영재에게 알려준다.

⑥ 영재는 한국이가 알려준  $K$ 값을 이용하여 학생들이 한국이에게 준 각각의 카드에 적힌 숫자를 모두 맞춘다.

(나) 아래 표에서  $K=8$ 일 때는 한국이가 받은 카드가 4, 3, 1일 때뿐이므로, 영재가 세 카드에 적힌 숫자를 모두 맞출 수 있다. 한편,  $K=9$ 일 때는 한국이가 받은 카드가 5, 3, 1이거나 2, 6, 1인 두 경우가 있으므로 영재는 세 카드에 적힌 숫자를 모두는 맞출 수 없다.

| A가 가진 카드 | B가 가진 카드 | C가 가진 카드 | 영재가 세 카드에 적힌 숫자를<br>모두 맞출 수 있는 경우의 $K$ 값 | 영재가 세 카드에 적힌 숫자를<br>모두는 맞출 수 없는 경우의 $K$ 값 |
|----------|----------|----------|------------------------------------------|-------------------------------------------|
| 2, 4, 5  | 3, 6     | 1        | 6, 8, 11, 12                             | 9                                         |

(다) A와 B, 영재, 한국이만 참가한 게임에서 다음의 <예 1>, <예 2>를 생각해 볼 수 있다.

|       | A가 가진 카드   | B가 가진 카드 | 영재가 두 카드에 적힌 숫자를<br>모두 맞출 수 있는 경우의 $K$ 값 | 영재가 두 카드에 적힌 숫자를<br>모두는 맞출 수 없는 경우의 $K$ 값 |
|-------|------------|----------|------------------------------------------|-------------------------------------------|
| <예 1> | 1, 3, 4, 6 | 2, 5, 9  | (a)                                      | (b)                                       |
| <예 2> | 1, 3, 4, 6 | 5, 9     | 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15              | 없음                                        |

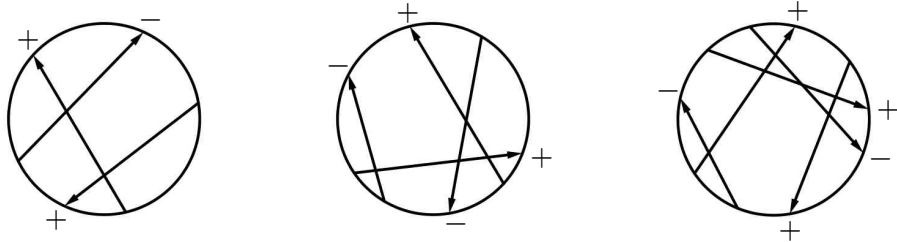
- (1) 제시문 (다)에 있는 <예 1>의 (a), (b)에 들어갈 숫자들을 각각 구하시오.
- (2) A, B, C는 다음과 같이 카드를 가졌으며, D는 이 게임에 참가하지 않는다. B와 C가 한국이에게 어떤 카드를 주더라도 한국이가 받은 세 카드에 적힌 숫자를 영재가 모두는 맞출 수 없게 하려면, A는 어떤 카드를 한국이에게 주어야 하는지 설명하시오.

| A가 가진 카드    | B가 가진 카드 | C가 가진 카드 |
|-------------|----------|----------|
| 1, 3, 6, 10 | 4, 5     | 7, 8, 9  |

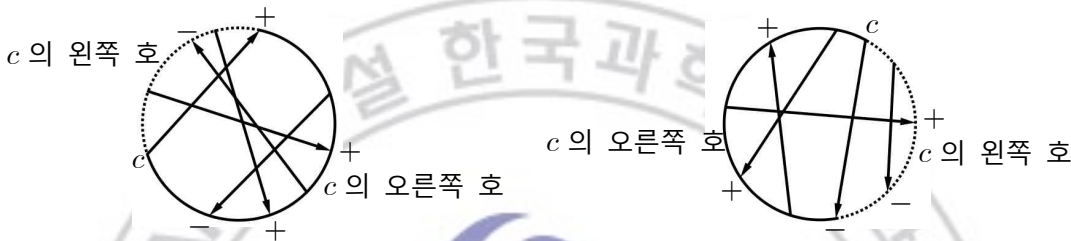
- (3) A, B, C, D는 1부터  $n$ 까지의 카드 중에서 각각 2장, 2장, 3장, 4장을 가지며 한국이에게 어떤 카드를 줄지는 서로 의논하지 않는다. A, B, C, D가 한국이에게 어떤 카드를 주더라도 영재가 카드의 숫자를 모두 맞출 수 있게 하려고 한다. 이때 A, B, C, D가 카드를 가져가는 방법의 예를 제시하시오. 또한 영재가 카드의 숫자를 모두 맞출 수 있는 방법을 설명하시오. (단, 가능하면  $n$ 의 값이 작은 경우를 찾으시오.)

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 원 위의 한 점을 출발점, 다른 한 점을 도착점으로 갖는 현을 생각하자. 이 현은 양성의 부호 + 또는 음성의 부호 -를 가지며, 도착점에 화살표를 그려서 나타낸다. 이렇게 표시된 현을 **꾸민 현**이라고 하고, 꾸민 현의 출발점과 도착점을 **꾸민 현의 끝점**이라고 한다. 원에 끝점이 겹치지 않게 꾸민 현들을 그려서 얻어진 것을 **현원**이라고 한다.  
예를 들어 아래 그림은 세 개의 현원을 나타낸 것이고 각 꾸민 현의 부호는 그 도착점에 표시하였다.



(나) 현원이 꾸민 현  $c$ 를 가질 때, 꾸민 현  $c$ 의 출발점에서 도착점을 바라보면 원을 왼쪽 호와 오른쪽 호로 나눌 수 있다. [그림 1], [그림 2]에서 점선으로 표시된 부분이  $c$ 의 왼쪽 호가 되고, 실선으로 표시된 부분이  $c$ 의 오른쪽 호가 된다.



[그림 1]

[그림 2]

$c$ 의 왼쪽 호에 출발점이 있고  $c$ 의 오른쪽 호에 도착점이 있는 꾸민 현 중, 부호가 +인 것의 개수를  $lr^+$ , 부호가 -인 것의 개수를  $lr^-$ 라 하자. 또한  $c$ 의 오른쪽 호에 출발점이 있고  $c$ 의 왼쪽 호에 도착점이 있는 꾸민 현 중, 부호가 +인 것의 개수를  $rl^+$ , 부호가 -인 것의 개수를  $rl^-$ 라 하자. 이때  $(lr^+ - lr^-) - (rl^+ - rl^-)$ 의 값을  **$c$ 의 등급**이라고 하고  $d(c)$ 로 나타낸다. [그림 1]에서  $lr^+ = 2$ ,  $lr^- = 0$ ,  $rl^+ = 0$ ,  $rl^- = 1$ 이므로  $d(c) = (lr^+ - lr^-) - (rl^+ - rl^-) = 3$ 이고, [그림 2]에서  $d(c) = -1$ 이다.

(다) 그림과 같이 도형  $H$ 가 있다. 이때 다음과 같은 단계를 통해 얻어진 현원을 **KSA현원**이라고 하자.

1단계 : 도형  $H$ 의 점선으로 나타난 세 개의 호 위에 출발점과 도착점을 가지는 꾸민 현을 자유롭게 그려준다.

2단계 : 점선으로 표시된 세 개의 호를 실선으로 바꿔준다.

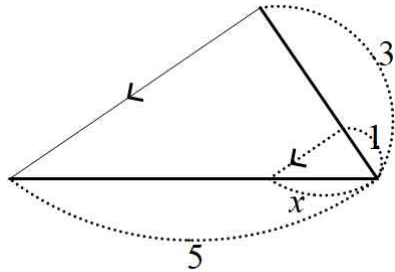
예를 들어 다음의 세 현원은 모두 KSA현원이다.

이제 KSA현원의 꾸민 현  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ 를 생각하자.

- (1)  $d(c_1) = 1$ ,  $d(c_2) = 3$ ,  $d(c_3) = 2$ 를 모두 만족하는 KSA현원의 예를 한 가지 그리시오.
- (2) KSA현원에서 세 꾸민 현의 등급  $d(c_1)$ ,  $d(c_2)$ ,  $d(c_3)$ 의 값을 크기 순서로 나열했을 때, 3, 4, 5가 될 경우는 없음을 설명하시오.
- (3) KSA현원에서 세 꾸민 현의 등급  $d(c_1)$ ,  $d(c_2)$ ,  $d(c_3)$  사이에 어떤 관계가 있는지 설명하시오.

[문제 4] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 방정식의 근은 길이로 나타낼 수 있다.  
예를 들어, 일차방정식  $3x-5=0$ 의 두 수 3과 5를 길이로 하는 선분을 이용하여 그림과 같이 삼각형과 평행선을 그리면, 평행선의 성질에 의해서  $1:3=x:5$ , 즉 방정식  $3x-5=0$ 을 얻게 된다. 이때  $3x-5=0$ 의 근은 길이  $x$ 의 값인  $\frac{5}{3}$  하나뿐임을 확인할 수 있다.



(나) 이차방정식  $x^2-bx+c=0$  ( $b>0$ ,  $c>0$ )에서  
①  $b^2-4c>0$  이면  $x^2-bx+c=0$ 은 서로 다른 두 근을 가진다.  
②  $b^2-4c=0$  이면  $x^2-bx+c=0$ 은 중근을 가진다.

- (1) 제시문 (나)의 ①의 내용을 도형으로 구성된 그림을 사용하여 설명하고자 한다. 세 수 1,  $b$ ,  $c$ 를 길이로 하는 세 선분을 이용하여 그림을 그리고 설명하시오. (단, 근은 길이로 나타내야 한다.)
- (2) 제시문 (나)의 ②의 내용을 도형으로 구성된 그림을 사용하여 설명하고자 한다. 세 수 1,  $b$ ,  $c$ 를 길이로 하는 세 선분을 이용하여 그림을 그리고 설명하시오. (단, 근은 길이로 나타내야 한다.)