2022학년도 서울과학기술대학교

선행학습 영향평가 보고서

2022. 02.

SEOULTECH

국립 서울과학기술대학교

SEOUL NATIONAL UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

2022학년도 서울과학기술대학교
선행학습 영향평가 보고서

2022년 3월 발행

발 행 처 서울과학기술대학교 입학처

(주 소) 서울특별시 노원구 공릉로 232

(홈페이지) http://admission.seoultech.ac.kr

목 차

Ⅰ. 선행학습 영향평가 대상 문항

1. 선행학습 영향평가 대상 문항 총괄표

<표 Ⅰ-1> 선행학습 영향평가 대상 문항 총괄표

평가 대상	입학 전형	계열	입학모집 요강에 제시한 자격기준 과목명	문항 번호	하위 문항 번호	계열 및 교과		교과 외
						수학	기타	
논술 등 필답고사	논술 전형	자연 1차	수학	1	1.1	○		
					1.2	○		
					1.3	○		
				2	2.1	○		
					2.2	○		
					2.3	○		
				3	3.1	○		
					3.2	○		
					3.3	○		
					3.4	○		
		자연 2차	수학	1	1.1	○		
					1.2	○		
					1.3	○		
				2	2.1	○		
					2.2	○		
					2.3	○		
				3	3.1	○		
					3.2	○		
					3.3	○		
					3.4	○		
		자연 3차	수학	1	1.1	○		
					1.2	○		
					1.3	○		
				2	2.1	○		
					2.2	○		
					2.3	○		
				3	3.1	○		
					3.2	○		
					3.3	○		
					3.4	○		
		자연 4차	수학	1	1.1	○		
					1.2	○		
					1.3	○		
				2	2.1	○		
					2.2	○		
					2.3	○		
				3	3.1	○		
					3.2	○		
					3.3	○		
					3.4	○		

Ⅱ. 선행학습 영향평가 진행 절차 및 방법

1. 대학별 고사의 선행학습 영향평가 이행 사항 점검 체크리스트

서울과학기술대학교의 선행학습 영향평가는 수시와 정시의 대입전형에서 나타날 수 있는 선행학습 영향평가의 계획과 실행과정, 선행학습 영향평가 결과의 채택 여부, 평가 결과의 공개 및 차 년도 대입전형 시행계획 반영에 관한 내용으로 제시하였다.

<표 Ⅱ-1> 대학별 고사 시행 관련 이행 사항 점검표

구분	판단기준		
	항목	세부 내용	이행점검
대학별 고사 시행 관련 이행 사항 점검	1. 관련 자료의 홈페이지 게시	① 기간 내 선행학습 영향평가 자체평가 보고서 공개(문항과 답안 공개의 충실성)	○
	2. 선행학습 영향평가 보고서 항목 준수	② 문항 총괄표 작성의 충실성	○
		③ 문항 제출 양식(문항카드) 작성의 충실성	○
		④ 장별 내용 제시 여부	○
	3. 선행학습 영향평가 위원회 구성	⑤ 위원회의 외부위원 포함 여부	○
		⑥ 현직 고등학교 교사 포함 여부	○

2. 선행학습 영향평가에 대한 대학의 자체 규정

서울과학기술대학교는 ‘서울과학기술대학교 규정 제644호(2015. 10. 13. 제정) 대입전형 선행학습 영향평가 시행에 관한 규정’에 따라 선행학습 영향평가를 실행하였다. (부록1)

3. 선행학습 영향평가 위원회 조직구성

<표 Ⅱ-2> 선행학습 영향평가위원회 조직구성

구분	외부위원	내부위원	합계
	현직 고교교사 및 장학사	입학사정관 및 직원	
인원(명)	5	5	10
비율(%)	50	50	100

번호	구 분	직 위	위 원
1	당연직 위원	입학처장	신○○
2	당연직 위원	입학과장	최 ○
3	내부 위원	입학관리팀장	박○○
4	내부 위원	입학전형팀장	박○○
5	위원회 간사	입학사정관	고○○
6	위촉 위원	○○고등학교	장○○
7	위촉 위원	○○고등학교	유○○
8	위촉 위원	○○고등학교	이○○
9	위촉 위원	○○고등학교	한○○
10	위촉 위원	○○고등학교	박○○

4. 2022학년도 선행학습 영향평가 연구 일정 및 절차

<표 Ⅱ-3> 서울과학기술대학교 선행학습 영향평가 연구 추진 일정

구분	일자	내용
2022학년도 대입 선행학습 영향평가 연구 계획 수립	2021.11.15.	• 선행학습 영향평가 연구 계획 및 내용 검토
선행학습 영향평가 연구 계약체결	2021.12.01.	• 선행학습 영향평가 분석 및 유발 요인 분석 • 2021학년도 대입 논술전형 논술 문항 분석 및 선행학습 유발 요인 분석
선행학습 영향평가 연구회의 1차 개최	2021.12.30.	• 2022학년도 대입 논술고사 문항 검토
선행학습 영향평가 연구회의 2차 개최	2022.01.15.	• 자체평가 보고서 작성 관련 의견 수렴 • 논술전형 논술 문항 분석 및 선행학습 유발 요인 분석 결과 공유
선행학습 영향평가 연구 중간보고서 검토	2022.01.27.	• 자체평가 보고서 작성 관련 의견 수렴 • 선행학습 영향평가 과정에 관한 내용 확인 • 차기 년도 개선사항 논의
선행학습 영향평가 연구 결과보고서 검토	2022.02.15.	• 선행학습 영향평가 연구보고서 검토 및 의견 수렴 • 선행학습 영향평가 내용 2023학년도 대입전형 계획에 반영
선행학습 영향평가 연구 결과보고서 공유	2022.03.31.	• 선행학습 영향평가 자체평가 보고서 홈페이지 공지

Ⅲ. 고등학교 교육과정 범위 및 수준 준수 노력

1. 출제 전

1) 대학별 고사 출제자 사전교육 등의 활동 내용

논술고사 문제 출제 입소일에 교육과정 자료를 교재로 하여 고교교사가 교육을 실시하였다. 또한 서울과학기술대학교 입학처에서 2021학년도 선행학습 영향평가 보고서를 통한 고교교육 범위 및 수준을 준수하도록 교육하였다. 논술고사 검토위원으로는 현직 수학 고교교사 4명을 위촉하였다. 전년도 선행학습 영향평가 보고서를 토대로 보완 요소와 관심 부분을 도출하고 출제 과정에 적용하여 진행하였다. 서울과학기술대학교에서 시행하는 논술 시험이 선행학습과 사교육을 유발하는지 사전에 철저히 검증함으로써 고등학교 교육과정을 벗어나지 않도록 하였다.

2) 현직 교원의 모의논술문항 검토 참여 실적

서울과학기술대학교는 2021년 6월 30일 온라인 모의 논술고사(자연계열)를 실시하였다. 출제위원은 총 4명으로 구성하였다. 위원장 1명, 자연계열 3명(위원장 및 출제위원 1명이 윤문위원 겸직) 등이다. 검토위원으로는 1명을 위촉하였다. 검토위원은 수학교과 고등학교 교사를 위촉하였다.

<표 Ⅲ-1> 2022학년도 대입 모의 논술고사 운영 일정

항목	내용
출제본부 운영	2021.06.16.(수)~06.25.(금)
모의고사 실시	2021.06.30.(수) [온라인 모의고사(자연계열)]
출제위원	4명 [위원장(1명), 자연계열(3명), 위원장 및 출제위원 1명이 윤문위원 겸직]
검토위원	1명 [자격 : 수학(1명)]
관리요원	1명 [입학과 직원]
채점위원	출제위원 3명이 겸직

* 일부 선별된 고교 학생들의 답안지를 선별하여 채점.

현직 교원은 고등학교 교육과정에서 다루고 있는 기본적인 개념과 원리를 바탕으로 교육과정을 정상적으로 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문제를 출제함으로써 공교육 정상화에 기여하려는 노력을 하였다. 고등학교 교육과정을 최대한 반영하고 연관성이 높도록 문제를 구성하여 고등학교 교육과정에서 습득한 내용의 이해 능력과 이를 응용하여 사고할 수 있는 능

력을 평가하는데 주안점을 두고 출제하도록 노력하였다. 교과서의 내용 및 지문 등을 최대한 활용하여 학생들이 사교육에 의존하지 않고도 논술전형을 스스로 준비할 수 있도록 의견을 제시하였다. 모의 논술고사 실시 후 평가 결과분석을 통하여 출제된 문제의 타당성을 재검토하고 적정 난이도를 파악하였다.

3) 2022학년도 대입 모의 논술고사 자료 공개

2022학년도 대입 서울과학기술대학교 논술을 준비하는 학생들의 편의를 위해 2022학년도 대입 '논술전형 모의고사 문제지와 출제 배경 및 해설'을 2021년 6월 30일에 공지하였다. 참고로 2022학년도 대입 모의 논술고사는 2021학년도와 같이 코로나19로 인한 집단시험 자제 권고에 따라 기존 '온·오프라인 모의고사'를 '문제・출제 배경・해설 온라인 공개'방식으로 전환하여 실시하였다.

<표 Ⅲ-2> 2022학년도 대입 모의 논술고사 안내 자료 공개

안내 자료	공개 여부	공개 방법	공개 시기
2022학년도 수시 논술전형 모의고사 문제・출제 배경・해설	공개	홈페이지	2021.06.30.(수) [온라인 모의고사 문제 공개] 2021.07.14.(수) [출제 배경 및 해설 공개]

4) 모의논술 채점 방안 수립과 채점 및 첨삭 실시

2022학년도 서울과학기술대학교 모의 논술에 응시한 수험생의 답안 수준을 상세히 검토하여 본 논술고사의 '고등학교 교육과정 내 출제' 준수에 참고하는 것과 더불어 일부 선별된 고교에서 선별한 수험생에게도 모의 논술 출제위원(자연 총 3명)이 채점, 첨삭한 결과를 제공하여 본교 논술고사 이해도 향상과 준비에 기여하도록 하였다.

일부 선별 고교에서 응시한 수험생들 중 선별한 답안지를 대상으로 채점을 실시하였고, 출제위원의 고교 교육과정 준수가 이루어지도록 도모하는 한편, 2015 개정 교육과정이 충실히 반영된 2022학년도 모의논술의 출제 방향과 채점 기준을 상세히 학생들에게 제공함으로써 논술전형의 투명성을 높이고자 하였다.

2. 출제 과정

1) 출제위원 구성

서울과학기술대학교는 출제위원 구성은 각 단과대 학장이 일정 인원 이상의 출제위원을 추천하고 총장이 선정하게 되어 있다. 2022학년도 출제위원은 위원장 1명, 수학 6명으로 구성되었다.

<표 Ⅲ-3> 2022학년도 대입 수시 논술고사 출제위원 명단

순번	계열	과목	학과명	직위	성명	직위
1	자연계열	수학	○○○○학부	교수	김○○	위원장
2	자연계열	수학	○○○○학부	교수	김○○	출제위원
3	자연계열	수학	○○○○학부	부교수	김○○	출제위원
4	자연계열	수학	○○○○학부	조교수	○○경	출제위원
5	자연계열	수학	○○○학과	교수	○○경	출제위원
6	자연계열	수학	○○○학과	조교수	○○석	출제위원
7	자연계열	수학	○○○○○학과	부교수	정○○	출제위원

※ 출제위원: 7명(위원장 1명, 수학 6명)

2) 출제본부 구성

출제본부는 학교 외곽 지역에 장소를 선정하여 8박 9일 동안 출입을 통제하고 출제 문항이 유출되지 않도록 각별한 보안체계를 유지하였다. 외부 보안업체를 지정하여 5명이 상주하여 보안 업무를 담당하였다. 또한 출제본부 관리 요원 4명이 상주하여 관리 감독을 하는 체제로 운영하였다.

3) 검토위원회 구성

출제 문항이 고등학교 교육과정에 적합한지를 확인하기 위해 검토위원회를 구성하였다. 검토위원회는 현직교사 및 문장 검토위원으로 구성하였으며 역할은 고등학교 교육과정 수준 내에서 출제되었는지를 확인하는 것이다. 검토위원은 총 5명으로 현직교사 4명, 윤문위원 1명으로 구성하였다.

<표 Ⅲ-4> 2022학년도 대입 수시 논술고사 검토위원 명단

순번	계열	과목	소속	직위	성명	직위
1	인문사회계열	국어	서울과학기술대	조교수	○○희	윤문위원

2	자연계열	수학	서울지역 자사고	교사	심○○	검토위원
3	자연계열	수학	서울지역 일반고	교사	하 ○	검토위원
4	자연계열	수학	서울지역 일반고	교사	박○○	검토위원
5	자연계열	수학	경남지역 일반고	교사	양○○	검토위원

※ 검토위원: 5명(수학4명, 윤문위원 1명)

<표 Ⅲ-5> 2022학년도 대입 수시 논술고사 검토위원 고교 교원 참여 인원

	2022학년도 인원	2021학년도 인원
인문사회계열	논술고사 미실시	3명
자연계열	4명	4명
총합	4명	7명

4) 문항 출제

서울과학기술대학교 자연계열 논술고사는 3문항으로 100분간 진행되었다. 문제 1은 총 점수의 34%, 문제 2와 문제 3은 각각 33%를 배점으로 하였다.

문항정보 양식에 따라 일반정보와 문항 및 제시문을 작성하였으며 출제 의도, 문항 및 제시문 출제 근거를 명시적으로 작성하여 운영하였다. 적용 교육과정과 고등학교의 성취기준을 밝힘으로써 고교 과정 내에서 출제하려고 노력하였다. 제시문이나 출제 관련 자료를 도서명, 저자, 발행처, 발행 연도, 쪽수를 명시하여 쉽게 확인할 수 있도록 하였다. 출제문항에 따라 출제 의도와 해설을 작성하고 채점기준을 제시하였으며 예시답안을 작성하였다.

5) 2022학년도 대입 논술고사 채점 및 채점위원 구성

2022학년도 논술고사 채점본부는 총 79명의 채점위원으로 구성하였다. 위원장 1명, 채점가이드 7명(위원장 포함), 자연계열(수학) 72명의 채점위원을 대상으로 온라인 채점 시스템 실시 교육과 과목별 채점기준 설명이 이루어졌으며, 다단계의 절차를 거쳐 채점이 이루어졌다.

6) 2022학년도 대입 논술고사 안내

논술고사 실시 후 ‘논술전형 문제지와 출제 배경 및 해설’을 2021년 12월 10일 공지하였다.

<표 Ⅲ-6> 2022학년도 대입 논술고사 안내 자료 공개

안내 자료	공개 여부	공개 방법	공개 시기
2022학년도 논술고사 문제지 및 출제 배경(해설)	공개	홈페이지	2021.12.10.(금)

3. 출제 후

1) 출제 문제 분석

논술 문제의 교육과정 준수 여부를 모두 확인하는 과정을 거쳐 선행학습 영향평가 절차를 충실히 따랐다. 논술 시험 문항 및 제시문, 출제 의도, 출제 근거, 문항 해설, 채점기준, 예시답안을 검토한 결과, 서울과학기술대학교의 2022학년도 대입 논술고사에서 선행학습이 필요한 요소는 없었다고 판단하였다.

<표 Ⅲ-7> 논술고사 분석 결과

평가대상	입학 전형	계열	문항 번호	고등학교 과목명	교육과정 준수 여부
논술 등 필답고사	논술	자연1차	1	수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ, 미적분, 확률과 통계	O
			2	수학, 수학 Ⅰ, 미적분	O
			3	수학, 수학 Ⅰ, 미적분	O
		자연2차	1	수학, 수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ, 미적분	O
			2	수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ, 미적분	O
			3	수학, 수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ, 미적분	O
		자연3차	1	수학, 수학 Ⅰ, 미적분	O
			2	수학, 수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ, 미적분	O
			3	수학, 수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ, 미적분	O
		자연4차	1	수학, 수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ, 확률과 통계	O
			2	미적분	O
			3	수학, 수학 Ⅰ, 미적분	O

2) 선행학습 영향평가 회의

2022학년도 분석 결과를 토대로 2023학년도 출제 시 보완할 수 있도록 개선사항을 논의하였다.

4. 금년도 개선사항 요약

1) 금년도 개선사항

출제본부 구성 후「교육부 논술고사 선행학습 영향평가 온라인 연수」자체 재교육을 실시하였으며, 현직 고교교사가 영역별 교육과정 전반에 관한 구체적인 정보를 제공하여 출제위원들이 고등학교 교육과정에 대해 충분히 이해할 수 있도록 안내하였다. 2015 개정 교육과정과 이전 교육과정의 차이점을 분석하고, 2009개정 교육과정에서 삭제되는 개념과 내용을 충분히 숙지하도록 하였다.

이와 더불어 교사 위원 4명을 구성해 출제 중 문항 검토하였고, 선행학습 영향평가 위원회를 활성화하여 2022학년도 논술고사 문항분석, 입시결과, 설문조사 등을 종합하여 차년도 논술고사 개선사항에 대해 논의하도록 하였다.

2) 출제위원 사전교육

출제 전 선행학습영향평가 연구보고서 교육을 실시하였고, 2015 개정 교육과정(수학) 전반에 관한 구체적인 정보를 전달함으로써 출제위원들이 충분히 이해할 수 있도록 하였다.

3) 출제 과정

논술고사 문항 출제 과정에서 4명의 고교교사를 위촉함으로써 객관적인 검토가 이뤄질 수 있도록 노력하였다. 문항 출제 범위 및 수준을 면밀히 검토하는 한편, 본교 논술전형 지원자의 고교유형, 지역 등을 고려하여 수험생의 특성을 잘 파악할 수 있는 교사를 위촉하였다.

4) 출제 후 재검토

선행학습 영향평가 위원회를 구성하여 2022학년도 논술고사 문항분석, 입시결과, 설문조사 등을 종합, 평가하였다. 그중 설문조사는 논술고사 자연계열 합격자 중 130명이 설문에 참여하였다. 이 응답자 중 95.38%에 해당하는 124명이 논술 시험의 난이도가 ‘매우 쉽다’, ‘쉽다’, ‘보통이다’로 답변하여 학생들이 체감하는 난도가 높지 않았다는 것을 알 수 있다. 또한 93.85%에 해당하는 122명이 선행학습을 진행하지 않았다고 응답하였으며, 126명의 학생이 선행학습이 필요하지 않다고 응답하였다.

한편, 대학 입학처 홈페이지에 공개된 기출문제와 대학 발행 논술 가이드북이 논술고사를 위한 가장 효과적인 준비 방법이라고 응답한 학생이 80명(64%)으로 사교육보다 대학에서 공개한 자료가 도움이 되었다고 생각하는 비율이 높았다. 이와 관련한 자유 응답 문항에서 기타 자유 응답으로는 ‘고등학교 과정을 중심으로 한 자기주도학습’, ‘수능 기출문제 해결 과정에서 적용 개념 학습’이 도움이 된다는 의견이 있었다. 2021학년도 설문조사 결과와 비교해보면 사교육

(학원 또는 과외)이 가장 효과적인 준비 방법이라고 응답한 비율은 약 4.8%P 감소하였고, 대학 입학처 기출문제, 논술 가이드북이 가장 효과적이라고 응답한 학생의 비율은 약 5.6%P 증가하였다.

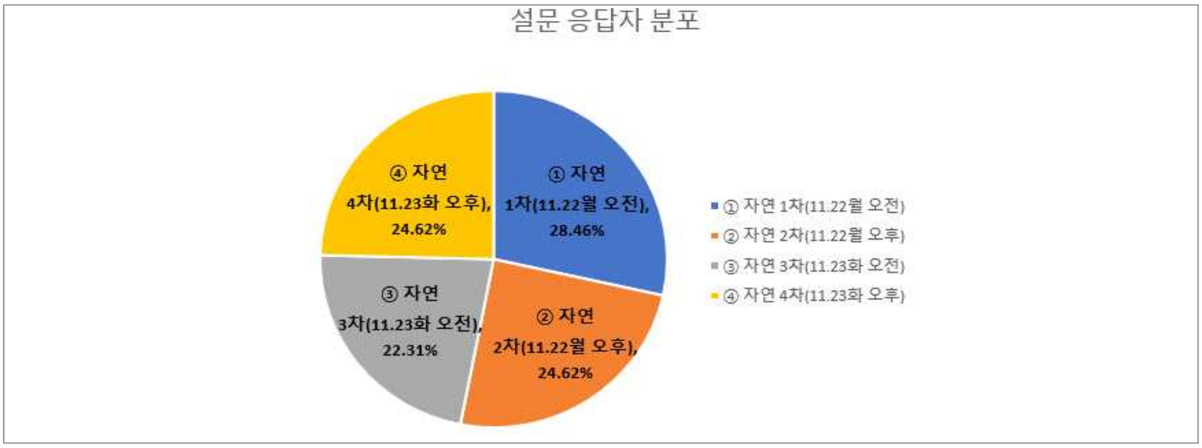
결론적으로 논술전형에 합격한 학생들의 설문을 통해 서울과학기술대학교 논술전형은 고등학교 교육과정 범위를 준수하고 있고, 난이도도 적절하여 사교육의 도움 없이도 합격할 수 있다는 것을 알 수 있다. 앞으로도 서울과학기술대학교 입학처의 기출문제와 모의 논술 자료 공개, 논술가이드북 발행 등 대학의 노력이 지속되어 공교육 정상화에 기여하기를 기대한다.

IV. 논술전형 합격자 설문조사를 통한 분석

서울과학기술대학교 입학전형(수시모집 논술전형)에 대한 학생들의 인식과 사교육이 끼치는 영향을 알아보기 위해 2022학년도 서울과학기술대학교 논술전형에 합격한 학생들을 대상으로 설문조사를 실시하였다. 실시 대상은 <표 IV-1>과 같다. 논술전형 자연계열 합격자 중 130명이 설문에 응답하였다.

<표 IV-1> 설문 응답자 분포

구분	자연 1차	자연 2차	자연 3차	자연 4차	계
인원(명)	37	32	29	32	130
비율(%)	28.46	24.62	22.31	24.62	100



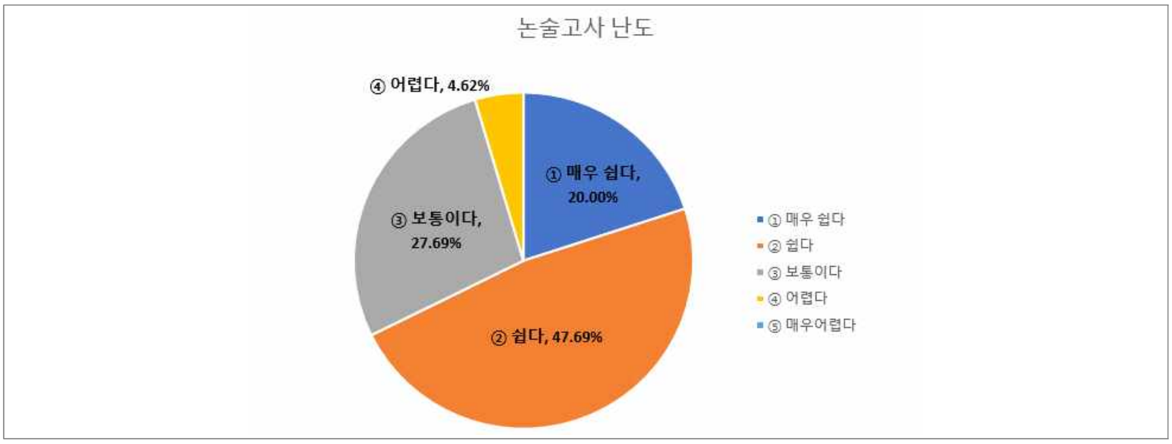
1. 설문 응답자의 논술고사 난도 응답 분석

2022학년도 서울과학기술대학교 논술고사의 난이도를 묻는 질문에 대한 응답 결과는 <표 IV-2>와 같다. 총 130명의 응답자 중 26명(20%)이 '매우 쉽다', 62명(47.69%)이 '쉽다'로 답변하였고, '보통이다'로 답변한 학생은 27.69%, '어렵다'는 4.62%로 나타났다. '매우 어렵다'라고 답변한 학생은 없었다.

응답자 중 95.38%에 해당하는 학생들이 '매우 쉽다', '쉽다', '보통이다'를 선택한 것을 볼 때, 출제 문항이 교육과정을 잘 준수하였다고 판단할 수 있다.

<표 IV-2> 논술고사 난도 응답

구분	매우 쉽다	쉽다	보통이다	어렵다	매우 어렵다	계
인원(명)	26	62	36	6	0	130
비율(%)	20	47.69	27.69	4.62	0	100



응시 시험에 따른 난도 응답은 다음 <표 IV-3>, <표 IV-4>와 같다.

<표 IV-3> 논술고사 난도 응답(건수)

구분	매우 쉽다	쉽다	보통이다	어렵다	매우 어렵다	계
자연 1차	7	24	6	0	0	37
자연 2차	8	15	7	2	0	32
자연 3차	6	11	10	2	0	29
자연 4차	5	12	13	2	0	32

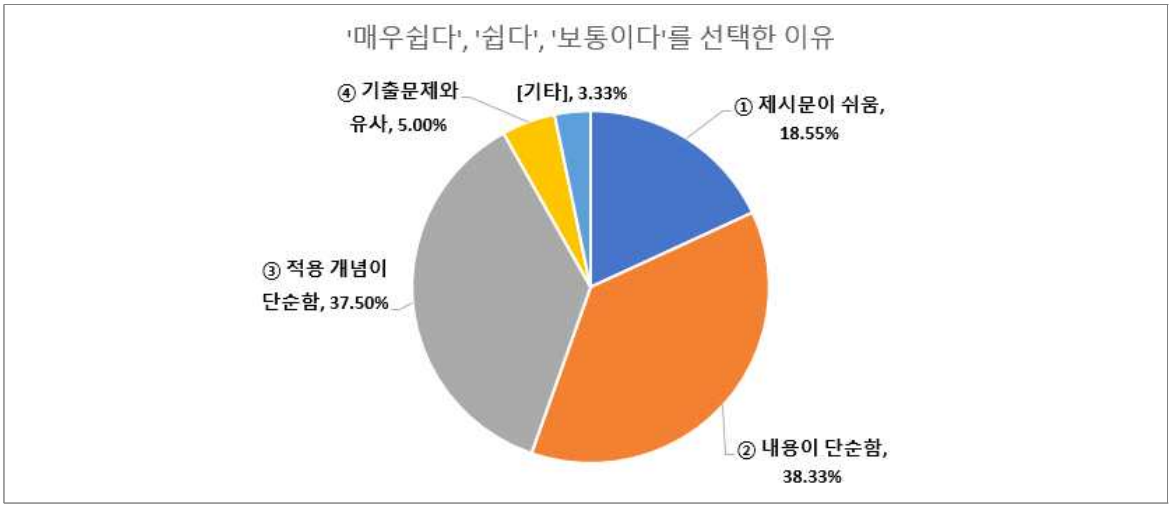
<표 IV-4> 논술고사 난도 응답(비율, %)

구분	매우 쉽다	쉽다	보통이다	어렵다	매우 어렵다
자연 1차	18.92	64.86	16.22	0	0
자연 2차	25	46.88	21.88	6.25	0
자연 3차	20.69	37.93	34.48	6.9	0
자연 4차	15.63	37.5	40.63	6.25	0

자연 1차, 2차, 3차에 응시했던 응답자는 '쉽다'를 가장 많이 선택하였고, 자연 4차에 응시했던 응답자는 '보통이다'를 가장 많이 선택했다. 응답자 130명 중 124명이 '매우 쉽다', '쉽다'와 '보통이다'에 응답하여 95.38%에 해당했다. 이 응답자들이 '매우 쉽다', '쉽다', '보통이다'를 선택한 이유는 <표 IV-5>와 같다.

<표 IV-5> '매우 쉽다', '쉽다', '보통이다'를 선택한 이유

구분	제시문이 쉬움	내용이 단순함	적용 개념이 단순함	기출문제와 유사	기타
인원(명)	23	46	45	6	4
비율(%)	18.55	38.33	37.5	5	3.33



응답자 중 '내용이 단순함'을 선택한 경우가 46명으로 38.33%에 해당하였고, '적용 개념이 단순함'과 '제시문이 쉬움'이 각각 37.5%와 18.55%로 나타났다. 기출문제와 유사했다는 반응도 5%가 있었다. 자유 응답으로 서술한 기타 의견으로는 '문제에서 논리적인 흐름이 잘 드러나고 있다.', '고교 수학의 전반적인 개념을 기반으로 출제되었다.' 등의 답변이 있었다.

자연계열 응답자 130명 중 6명이 '어렵다'를 선택하였고, '매우 어렵다'를 선택한 경우는 없었다. 이 응답자들이 '어렵다'를 선택한 이유는 <표 IV-6>과 같다

<표 IV-6> '매우 어렵다', '어렵다'를 선택한 이유

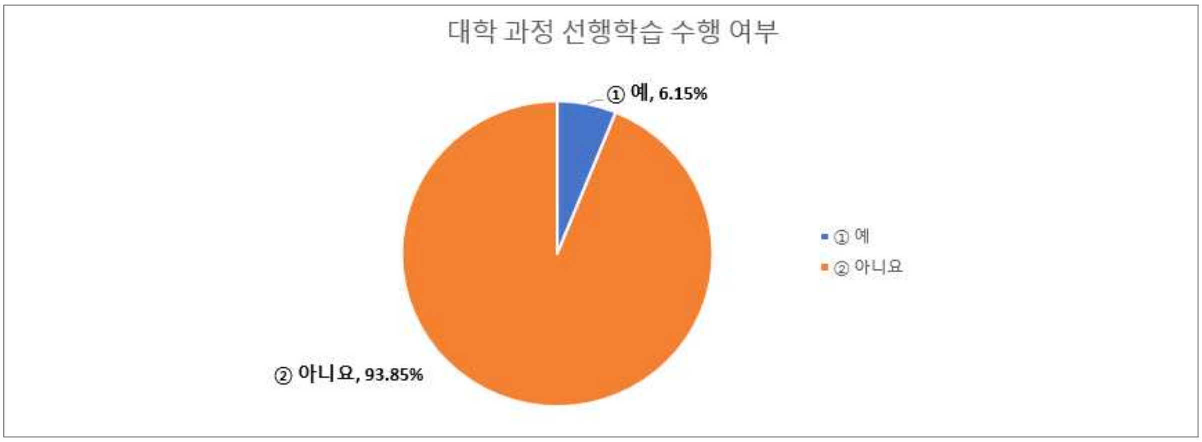
구분	제시문이 어려움	내용이 복잡함	적용 개념이 어려움	기출문제와 다름	기타
인원(명)	3	0	1	1	1

'어렵다'를 선택한 응답 중 3명은 '제시문이 어려움'을 선택했다. '적용 개념이 어려움', '기출문제와 다름'을 선택한 응답자는 각 1명이었다. '기타'에 응답한 경우는 1명으로 '시간이 오래 걸렸기 때문'으로 답변하였다.

2. 논술고사와 선행학습의 영향 분석

<표 IV-7> 대학 과정 선행학습 수행 여부

구분	예	아니요	계
인원(명)	8	122	130
비율(%)	6.15	93.85	100



전체 응답자 130명 중 대학 과정 선행학습 여부에 대한 응답은 <표 IV-7>과 같다. 이 중 8명이 선행학습을 수행했다고 응답하였다.

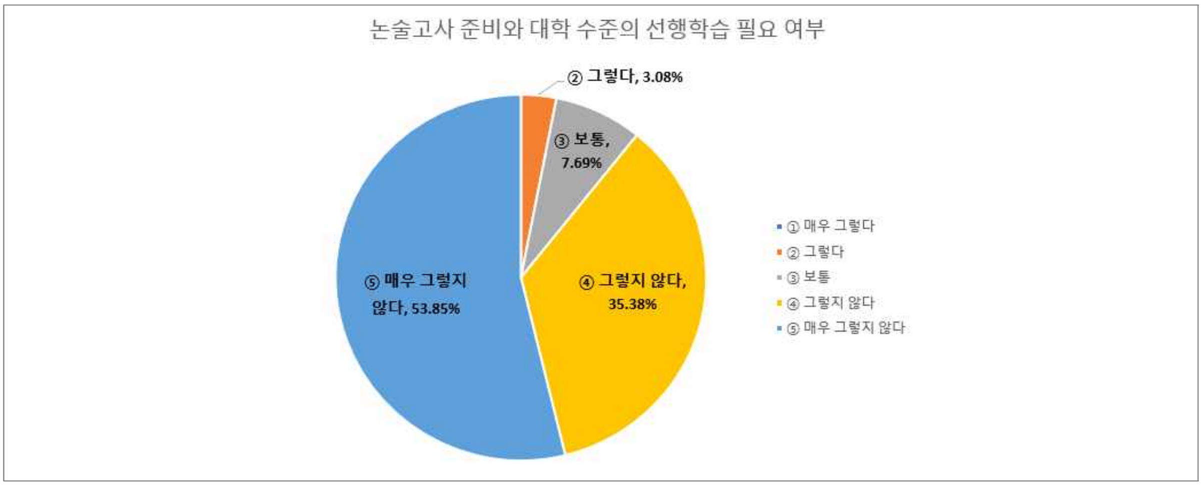
<표 IV-8> 대학 과정 선행학습이 논술고사에 도움이 되었는지 여부

구분	매우 도움이 되었다	도움이 되었다	보통이다	도움이 되지 않았다	전혀 도움이 되지 않았다
인원(명)	2	2	2	2	0
비율(%)	25	25	25	25	0

대학 과정의 선행학습을 진행했다고 답변한 8명의 학생을 대상으로 논술고사에 도움이 되었는지에 대해 질문하였고, 그에 대한 답변은 <표 IV-8>과 같다. ‘전혀 도움이 되지 않았다’, ‘도움이 되지 않았다’, ‘보통이다’ 에 응답한 비율이 50%로 나타나 선행학습을 수행한다고 하더라도 논술고사에 유의미한 영향을 주지 못한다고 볼 수 있다.

<표 IV-9> 논술고사 준비와 대학 수준의 선행학습 필요 여부

구분	매우 그렇다	그렇다	보통	그렇지 않다	매우 그렇지 않다
인원(명)	0	4	10	46	70
비율(%)	0	3.08	7.69	35.38	53.85



전체 응답자 130명 중 논술고사를 준비하기 위해 대학 수준의 선행학습이 필요하다고 생각하는지에 대한 답변은 <표 IV-9>와 같다. ‘매우 그렇지 않다’가 53.85%, ‘그렇지 않다’가 35.38%, ‘보통’이 7.69%로 96.92%의 응답자가 선행학습이 필요하지 않다고 답변하였다.

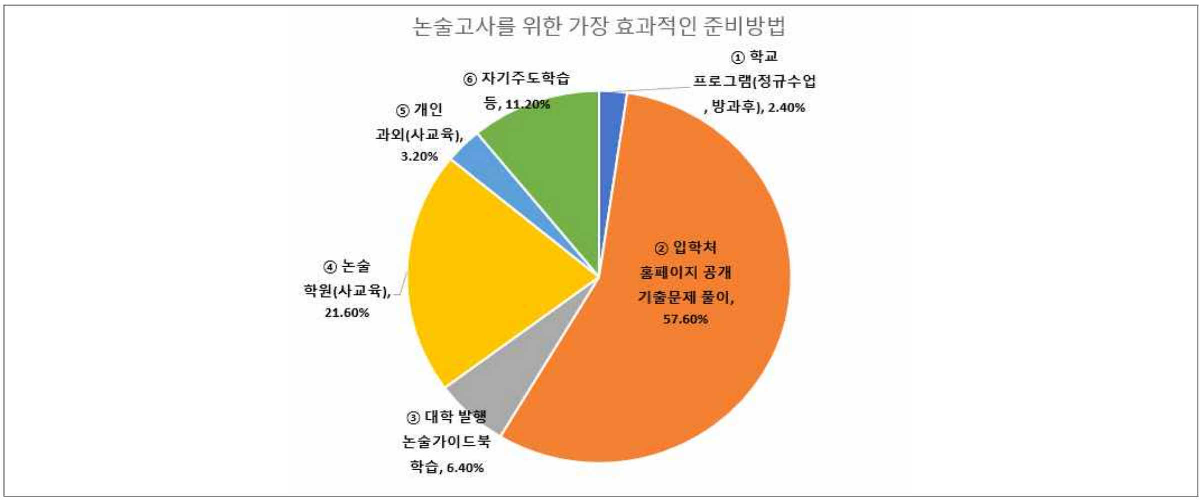
선행학습 필요 여부에 대한 자유 응답으로 서술한 의견으로는 ‘고등학교 과정 내 개념만으로 충분하다’, 기출 문제만으로도 준비가 가능했다’, ‘고등학교 수학 교과서 개념을 중심으로 공부했는데 합격했다’, ‘대학 수준의 선행학습을 전혀 하지 않았음에도 문제를 이해하고 사고하는 데에 큰 어려움을 느끼지 않았다’, ‘출제 범위가 수능 출제 범위와 다르지 않았다’ 등의 답변이 있었다.

3. 논술고사와 준비 방법 영향 분석

서울과학기술대학교 논술전형에 가장 효과적이라고 생각하는 준비 방법과 학생들이 실제로 수행했던 준비과정, 그리고 사교육의 필요성에 대한 설문을 실시하였다.

<표 IV-10> 논술고사를 위한 가장 효과적인 준비 방법

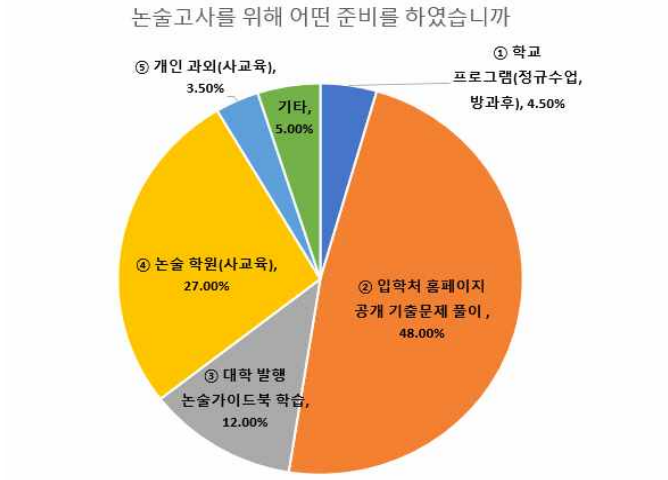
구분	교내 프로그램 (정규수업, 방과후)	입학처 홈페이지 기출문제	대학 발행 논술 가이드북	논술 학원 (사교육)	개인 과외 (사교육)	기타 (자기주도 학습 등)
인원(명)	3	72	8	27	4	14
비율(%)	2.4	57.6	6.4	21.6	3.2	11.2



논술고사를 대비하기 위해 가장 효과적인 준비 방법에 대한 설문 결과는 <표 IV-10>과 같다. 설문에 참여한 총 130명의 학생 중 절반이 넘는 72명이 입학처 홈페이지에 공개된 기출문제가 가장 효과적이라고 응답하였다. 뒤를 이어 논술학원, 대학 발행 논술 가이드북, 교내 프로그램, 개인 과외 순으로 나타났다. 입학처에서 공개하는 기출문제가 논술고사 대비에 큰 도움이 된다는 것을 확인할 수 있었지만, 학원 등 사교육의 도움을 받는 경우도 적지 않았다. 기타 자유 응답으로는 ‘고등학교 과정을 중심으로 한 자기주도학습’, ‘수능 기출문제 해결 과정에서 적용 개념 학습’이 도움이 된다는 의견이 있었다.

<표 IV-11> 논술고사를 위해 어떤 준비를 하였습니까

구분	교내 프로그램 (정규수업, 방과후)	입학처 홈페이지 기출문제	대학 발행 논술 가이드북	논술학원 (사교육)	개인 과외 (사교육)	기타
인원(명)	9	96	24	54	7	10
비율(%)	4.5	48	12	27	3.5	5

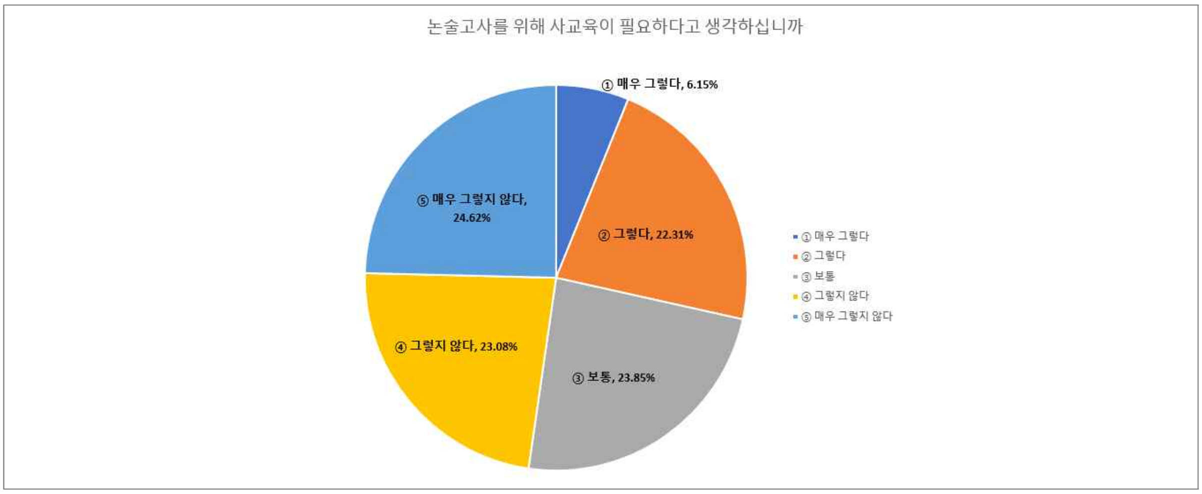


설문 응답자가 논술고사를 위해 준비한 방법에 관한 결과는 <표 IV-11>과 같다. 합격자들을 대상으로 실시한 설문이기 때문에 실제 준비한 방법과 논술 합격 결과 사이에 유의미한 관련성이 존재한다고 볼 수 있다. 48%의 학생들이 입학처 홈페이지에 공개된 기출문제를, 12%의 학생이 대학에서 발행한 논술가이드북을 통해 준비하였다고 답해 절반이 넘는 60%의 학생이 대학에서 제공한 자료를 통해 논술고사를 준비하였다는 것을 알 수 있었다.

기타 자유 응답으로 '수능 준비만 하고 논술은 따로 준비하지 않았다' 는 의견이 대다수였다.

<표 IV-12> 논술고사를 위해 사교육이 필요했다고 생각합니까

구분	매우 그렇다	그렇다	보통	그렇지 않다	매우 그렇지 않다
인원(명)	8	29	31	30	32
비율(%)	6.15	22.31	23.85	23.08	24.62



설문 대상자들에게 2022학년도 서울과학기술대학교 논술고사를 준비하기 위해 사교육이 필요했다고 생각하는지에 대한 응답은 <표 IV-12>와 같다. '매우 그렇다'와 '그렇다'가 28.46%. '보통'과 '그렇지 않다', '매우 그렇지 않다'가 71.54%로 '사교육이 필요하지 않았다'라고 응답한 학생들이 '필요하다'고 응답한 경우에 비해 약 2.5배 정도 높게 나타났다.

4. 설문 응답자의 성별, 출신 고교유형과 소재지 분석

<표 IV-13> 설문 응답자 성별

구분	남	여	계
인원(명)	105	25	130
비율(%)	80.77	19.23	100

설문 응답자 130명의 성별은 <표 IV-13>과 같다. 남학생과 여학생의 비율은 각각 약 80%와 20%로 나타났다.

<표 IV-14> 설문 응답자 출신 고교유형

구분	일반고	자사고	영재고/과학고	외국어고	특성화고	기타(검정고시 등)	계
인원(명)	115	11	0	0	1	3	130
비율(%)	88.46	8.46	0	0	0.77	2.31	100

설문 응답자 130명의 출신 고교유형은 <표 IV-14>와 같다. 일반고가 194명으로 88.46%에 해당하였고, 자사고 8.46%, 기타(검정고시 등) 2.31%, 특성화고 0.77%로 나타났다.

<표 IV-15> 설문 응답자 출신 고교 소재지(명)

서울	경기	인천	강원	경남	경북	광주	대구	대전	부산	세종	울산	전남	전북	제주	충남	충북	계
46	49	8	0	6	0	4	5	1	2	1	2	2	2	0	2	1	130

설문 응답자 130명의 출신 고교 소재지는 <표 IV-15>와 같다. 총 14개 시·도 지역과 해외 중 서울과 경기 지역 고교 출신자가 95명으로 전체 72.3%에 해당하였다.

5. 설문 결과 종합

이상의 2022학년도 서울과학기술대학교 수시모집 논술전형 입학생들을 대상으로 실시한 설문조사 결과를 종합하면 다음과 같다.

논술고사 자연계열 합격자 중 130명이 설문에 참여하였다. 이 응답자 중 95.38%에 해당하는 124명이 논술 시험의 난이도가 ‘매우 쉽다’, ‘쉽다’, ‘보통이다’로 답변하여 학생들이 체감하는 난도가 높지 않았다는 것을 알 수 있다. 또한 93.85%에 해당하는 122명이 선행학습을 진행하지 않았다고 응답하였으며, 126명의 학생이 선행학습이 필요하지 않다고 응답하였다.

한편, 대학 입학처 홈페이지에 공개된 기출문제와 대학 발행 논술 가이드북이 논술고사를 위한 가장 효과적인 준비 방법이라고 응답한 학생이 80명(64%)으로 사교육보다 대학에서 공개한 자료가 도움이 되었다고 생각하는 비율이 높았다. 이와 관련한 자유 응답 문항에서 기타 자유 응답으로는 ‘고등학교 과정을 중심으로 한 자기주도학습’, ‘수능 기출문제 해결 과정에서 적용 개념 학습’이 도움이 된다는 의견이 있었다. 2021학년도 설문조사 결과와 비교해보면 사교육(학원 또는 과외)이 가장 효과적인 준비 방법이라고 응답한 비율은 약 4.8%P 감소하였고, 대학 입학처 기출문제, 논술 가이드북이 가장 효과적이라고 응답한 학생의 비율은 약 5.6%P 증가하였다.

결론적으로 논술전형에 합격한 학생들의 설문을 통해 서울과학기술대학교 논술전형은 고등학교 교육과정 범위를 준수하고 있고, 난이도도 적절하여 사교육의 도움 없이도 합격할 수 있다는 것을 알 수 있다. 또한 서울과학기술대학교 입학처의 기출문제, 모의 논술 자료 공개, 논술가이드북 발행 등 대학의 지속적인 노력이 학생들에게 실질적인 도움을 주며 공교육 정상화에 기여하고 있다고 판단된다.

V. 문항 분석 결과

1. 문항 분석 결과 요약표

<표 V-1> 문항 분석 결과 요약표

평가 대상	입학 전형	계열	문항 번호	교과별 교육과정 과목명	교육과정 준수 여부	문항 붙임 번호
논술 등 필답 고사	논술	자연 1차	1	수학 I, 수학 II, 미적분, 확률과 통계	준수	문항카드 1
			2	수학, 수학 I, 미적분	준수	문항카드 2
			3	수학, 수학 I, 미적분	준수	문항카드 3
		자연 2차	1	수학, 수학 I, 수학 II, 미적분	준수	문항카드 4
			2	수학 I, 수학 II, 미적분	준수	문항카드 5
			3	수학, 수학 I, 수학 II, 미적분	준수	문항카드 6
		자연 3차	1	수학, 수학 I, 미적분	준수	문항카드 7
			2	수학, 수학 I, 수학 II, 미적분	준수	문항카드 8
			3	수학, 수학 I, 수학 II, 미적분	준수	문항카드 9
		자연 4차	1	수학, 수학 I, 수학 II, 확률과 통계	준수	문항카드 10
			2	미적분	준수	문항카드 11
			3	수학, 수학 I, 미적분	준수	문항카드 12

2. 선행학습 영향평가 문항에 대한 종합 평가

논술 문항 출제 전 출제위원을 대상으로 2015 개정 교육과정에 대한 사전교육을 실시하였고, 출제 시 문항카드를 작성하며 교육과정 내 출제 근거를 확인하였다. 출제 후 선행학습 영향평가 절차에 따라 2022학년도 대입 논술고사 문항을 전체 검토하였다. 그 결과 2022학년도 서울과학기술대 논술전형 문항에서 선행학습이 필요한 요소는 없었다.

서울과학기술대 논술전형의 가장 큰 장점은 문항 유형의 예측 가능성에서 비롯된다. 2022학년도 서울과학기술대 논술 문항은 2021학년도 논술고사와 2022학년도 모의 논술의 형태에서 크게 벗어나지 않았다. 이는 교육과정의 변화로 혼란스러운 수험생을 배려한 출제로 판단된다.

문항 분석 결과 문항의 수준은 고등학교 교과 수준 안에서 해결 가능하였다. 앞으로도 학교 교육과 기출문제 및 논술 가이드 등 대학 제공 자료만으로도 충분히 준비 가능한 현 상태를 유지하는 것이 중요하다 할 수 있다.

자연계열 논술의 경우 수학 과목 특성상 3~4개의 수학 개념을 바탕으로 한 문항이 구성된다. 논술 문항에 포함된 수학적 개념들은 고교 교육과정을 이수하였다면 기본적으로 알고 있어야 하는 개념들로 구성되었고 이들은 해결 과정에서 자연스럽게 사용되었다.

전체적인 문항의 난이도와 풀이 과정은 정규 교육과정을 받은 학생은 충분히 생각할 수 있는 범위에 속하며, 다양한 수학적 개념과 이해, 그래프 해석 능력, 계산 능력 및 문제 해결력을 볼 수 있는 좋은 문항으로 구성되어 있었다. 따라서 평소 학교 내 교육과정 이수를 통해 수학적 개념을 올바르게 이해하였고, 교과서 등 제시되는 문제들을 통해 충분히 문제 해결 능력을 배양했다면 2022학년도 서울과학기술대 자연계열 논술 문항을 충분히 해결할 수 있다.

2022학년도 자연계열 논술 문항은 학교에서 이루어지는 수업을 통해 학생들이 충분히 이해할 수 있는 기본적인 개념을 바탕으로 대학의 전공과목을 이수하기 위한 기초 지식을 확인할 수 있는 문제를 적절하게 출제하였다는 자문교사의 평이 있었다. 또 다른 자문교사는 문제의 발문을 교과서의 표현을 바탕으로 제시문과 문항이 작성되어 학생들이 문제를 이해하기 쉽고, 그림을 함께 제시하여 학생들이 오해의 소지가 없도록 배려한 점이 인상적이었다고 평하였다. 한편 문항 속 소문항들의 계산과정이 연결되는 경우 앞의 소문항에서 오답을 도출하면 다음 소문항을 연쇄적으로 틀릴 수 있는 상황이 있어 풀이 과정은 맞지만 오답을 도출했을 때에도 채점기준을 제시한다면 학생들이 시험을 대비하기에 더욱 수월할 것이라는 의견도 있었다.

또 출제된 문제에서 확률과 통계 과목의 비중이 높지 않았고, 2015 개정 교육과정에서는 학교에서 확률과 통계 과목을 선택하지 않는 학생도 있을 수 있다는 점을 고려할 때 확률과 통계 과목을 논술고사 시험 범위에서 제외하는 것도 고려할 필요가 있다는 의견도 있었다.

자연 1~4차의 1번 문항은 세 개의 소문항으로 구성되어 있다. 서로의 연관성은 없지만 각 문항 별로는 3~4개의 교과 개념을 수반하고 있으며, 각 개념의 접근은 모두 아래와 같이 교육과정 안에서 학습하고 경험할 수 있는 수준으로서 교육과정 범위 안에서 충분히 해결 가능한 좋은 문제들이다.

(자연1차 1.3 문항 유사 문제) 확률과 통계 교과서(신사고) 37쪽

부등식 $x+y+z \leq 5$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 $(x,\ y,\ z)$의 개수는 ${}_n\mathrm{H}_5$이다. 이때 자연수 n의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

(자연2차 1.2 문항 유사 문제) 미적분 교과서(신사고) 35쪽

한 변의 길이가 3인 정삼각형 $\mathrm{A_1B_1C_1}$의 각 변을 $2:1$로 내분하는 점을 연결하여 정삼각형 $\mathrm{A_2B_2C_2}$을 만들고, 정삼각형 $\mathrm{A_2B_2C_2}$의 각 변을 $2:1$로 내분하는 점을 연결하여 정삼각형 $\mathrm{A_3B_3C_3}$을 만든다. 이와 같은 방법으로 정삼각형을 한없이 만들 때, 모든 정삼각형의 넓이의 합을 구하시오.

(자연3차 1.2 문항 유사 문제) 수학Ⅰ 교과서(미래엔) 57쪽

함수 $y=2^{2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동 하였더니 함수 $y=16\times 2^{2x}+\frac{5}{2}$의 그래프가 되었다. 이때 $p,\ q$의 값을 구하시오.

(자연4차 1.2 문항 유사 문제) 수학Ⅰ 교과서(미래엔) 153쪽

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{99} a_k = 16$, $a_{100}=\frac{1}{11}$일 때, $\sum_{k=1}^{99} k(a_k - a_{k+1})$의 값을 구하시오.

자연 1차 2번 문항은 수학, 수학Ⅰ, 미적분의 개념을 골고루 적용하는 문제로 기본적인 개념을 확인하고, 활용하는 능력을 평가하기에 적합한 문제이다. 원의 방정식과 삼각함수는 이공계열 대학 과정을 이수하기 위한 핵심적인 단원으로 출제 문항을 통해 교육과정을 충실하게 이수한 학생을 선발하고자 하는 의도를 엿볼 수 있다.

(자연 1차 2.2 문항 유사 문제) 미적분 교과서(교학사) 67쪽

$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$이고 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$, $\cos\beta=-\frac{2}{3}$일 때, $\cos(\alpha-\beta)$의 값을 구하시오.

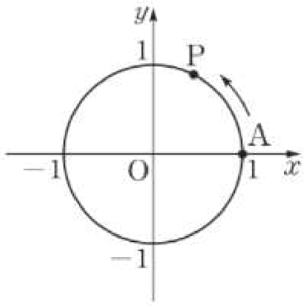
(자연 1차 2.3 문항 유사 문제) 미적분 교과서(신사고) 103쪽

삼각형 ABC에서 $a=5,\ b=3,\ C=120^{\circ}$ 일 때, 이 삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

자연 1차 3번 문항은 기본적인 도형에 대한 문제 해결력을 요구하는 문제로 도형의 변화를 예측하고 그 특징을 분석할 수 있는지 평가하고 있다. 도형의 모양을 추론할 수 있다면 도형의 길이를 구하는 계산은 어렵지 않게 완수할 수 있다. 고교 교육과정 내에서 성실하게 학습한 학생들이 주어진 시간에 충분히 해결할 수 있는 난도로 출제되었으며 사고력과 문제 해결력을 측정하기에 적절한 문제이다.

(자연 1차 3.1 문항 유사 문제) 미적분 교과서(신사고) 121쪽

그림과 같이 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$가 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$에서 출발하여 원 위를 시곗바늘이 도는 반대 방향으로 매초 $\frac{\pi}{4}$의 속력으로 한 바퀴 움직인다. 점 P의 좌표가 $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$일 때의 점 P의 x좌표의 시간(초)에 대한 변화율을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.



(자연 1차 3.3 문항 유사 문제) 미적분 교과서(신사고) 163쪽

$0 \le t \le 2\pi$일 때, 곡선 $x=1+\sin t,\ y=2-\cos t$의 길이를 구하시오.

자연 2차 2번 문항은 제시문에서 주어진 상황을 로그함수의 미분과 두 점 사이의 기울기를 구하여, 두 값이 같음을 이용하여 식을 세워 정리하는 문제와 부분적분, 정적분의 활용, 로그의 성질, 로그함수의 미분, 함수의 증가 감소, 주어진 구간에서의 함수의 최대 최소와 같은 여러 가지 개념들을 적용하여 주어진 상황을 해결하는 문제로 구성되어 있다. 이를 통해 학생의 기본적인 연산 능력을 확인하고 고교 과정 내의 필수적인 개념을 적용할 수 있는지 평가하기에 적합하였다.

(자연 2차 2.1 문항 유사 문제) 미적분 교과서(신사고) 57쪽

다음은 평균값 정리이다.

함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이고 열린 구간(a,b)에서 미분가능할 때,

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$인 c가 a와 b사이에 적어도 하나 존재한다.

평균값 정리를 이용하여 $x>0$일 때 다음 부등식이 성립함을 설명해 보자.

(자연 2차 2.3 문항 유사 문제) 미적분 교과서(신사고) 116쪽

함수 $f(x)=ax^2+bx+\ln x$는 $x=4$에서 극소이고, 곡선 $y=f(x)$의 변곡점의 x좌표가 2일 때, 극댓값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, a,b는 상수이다.)

자연 2차 3번 문항과 관련 물리량을 계산하는 실생활 적용 문제는 수학 교과의 많은 단원에서

등장하고 있으며, 제시된 문제의 수준은 교과서 범주에서 크게 벗어나 있지 않은 내용이므로 고등학교 교육과정 안에서 문제의 풀이 및 답안 서술이 가능한 좋은 문제이다. 또한 전체적인 문항의 난이도와 풀이 과정은 정규 교육과정을 받은 학생은 충분히 생각할 수 있는 범위에 속하며, 다양한 수학적 개념과 이해, 그래프 해석 능력, 계산 능력 및 문제 해결력을 측정하기에 수월하다.

(자연 2차 3.1 문항 유사 문제) 수학 교과서(교학사) 233쪽

자동차 에너지 소비 효율 등급 인증 제도는 소비자가 에너지 소비 효율이 높은 자동차를 간편하게 선택할 수 있도록 정보를 제공한다. 연비란 $1\mathrm{L}$의 연료로 얼마의 거리(km)를 주행할 수 있는지 표시하는 것이다. 즉,

$$(\text{연비}) = \frac{(\text{주행거리})}{(\text{소비 연료량})}$$

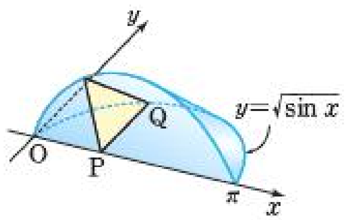
이다.

자동차가 $16.4\,km$의 거리를 주행할 때, $x\mathrm{L}$의 연료를 소모하는 경우 연비를 $y\,km/\mathrm{L}$라고 한다. 이때 y를 x에 대한 식으로 나타내어 보자.

자연 3차 2번 문항은 학생들이 고교 교육과정의 성취기준과 평가 기준 내에서 적분에 대한 전반적인 내용을 정확히 이해하고 있다면 주어진 시간 안에 충분히 해결할 수 있는 난도의 문제이며 하위 문항인 세 문항도 교육과정에서 제시하고 있는 적분법 단원의 영역별 성취 수준에 따른 학생의 성취 수준을 구별할 수 있는 문제이다. 추가로 문제 상황을 나타내는 그림이 구체적으로 표현되어 있어 더욱 쉽게 이해 가능하리라 판단된다.

(자연 3차 2.2 문항 유사 문제) 미적분 교과서(지학사) 169쪽

그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{\sin x}\,(0 \le x \le \pi)$와 x축으로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피를 구하여라.



(자연 3차 2.3 문항 유사 문제) 미적분 교과서(신사고) 170쪽

높이가 $20\,\mathrm{cm}$인 물병에 깊이가 $x\,\mathrm{cm}$가 되도록 물을 부으면 수면의 넓이는 $\sqrt{x+13}\ \mathrm{cm}^2$가 된다고 한다. 이 물병에 물을 가득 채울 때의 물의 부피를 구하시오.

자연 3차 3번 문항의 핵심 용어는 교육과정 내에서 제시된 '극댓값', '극솟값', '동경'으로 고교 교육과정을 충실하게 이수한 학생은 제시문이 의미하는 바를 쉽게 파악할 수 있다. 문항 3.1은 극댓값과 극솟값을 판별하기 위해 이차함수의 그래프를 활용할 수 있는지를 평가하고 있고, 문항 3.2는 기본적인 연산 능력을 바탕으로 조건을 만족하는 방정식의 해를 찾고 식을 정리하는 문제로 교과서에서 많이 다루는 내용이다. 또 문항 3.3은 삼각함수의 의미를 알고 수식으로 표현

할 수 있는지를 평가하고 있고, 문항 3.4는 미분을 활용하여 최댓값을 찾을 수 있는지를 평가하고 있다. 수학적 개념을 논리적으로 풀어낼 수 있는 사고력을 평가하는 적합한 문제이다.

(자연 3차 3.3 문항 유사 문제) 수학 교과서(동아출판) 95쪽

삼차방정식 $x^3+ax+20=0$의 한 근이 -4일 때, 상수 a의 값과 나머지 두 근을 구하시오.

(자연 3차 3.4 문항 유사 문제) 수학Ⅱ 교과서(신사고) 85쪽

함수 $f(x)=x^3-12x+3$의 극값을 구하시오.

자연 4차 2번 문항은 제시문과 문항 속 문장들이 수열의 극한에 대한 극한의 성질, 함수의 최솟값 등 교과서에 서술된 개념과 표현을 바탕으로 하여 학생들에게 친숙한 문제이다. 교과서에서 e^{π} 와 π^{e}의 대소관계 증명하기 등을 경험한 학생들에게 복잡한 함수를 비교적 간단한 함수를 이용하여 파악할 수 있다는 것을 재확인할 수 있는 좋은 문항으로, 문제에 주어진 식을 만들어가는 과정을 통해 학생들의 사고력과 문제해결을 측정하기에 적합하였다.

(자연 4차 2.2 문항 유사 문제) 미적분 교과서(천재교육) 133쪽

닫힌 구간 $[-1,2]$에서 함수 $f(x)=x-e^{x}$ 의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

(자연 4차 2.4 문항 유사 문제) 수학Ⅱ 교과서(지학사) 20쪽

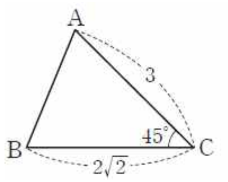
수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $\dfrac{3n^2-n-1}{n+5}\le a_n\le\dfrac{3n^2+n-1}{n+4}$을 만족시킬 때,

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n}$ 의 값을 구하시오.

자연 4차 3번 문항은 동경이 회전함에 따라 생기는 점의 위치변화, 각의 변화 등을 파악하는 제시문 이해 단계를 시작으로 기하적 문제를 대수적으로 변환하여 해결하는 능력을 평가하는 문제이다. 고교 교육과정 내의 이수한 내용으로 적절하게 출제되었으며 수학을 학습하는 데 필수적인 수학적 개념 형성, 표현능력, 연산 능력과 종합적인 사고의 유연성, 문제 해결력을 평가하기에 적합한 문제로 교육과정 내에서 충실히 학습한 학생은 무난하게 해결할 수 있는 문제이다.

(자연4차 3.2 문항 유사 문제) 수학Ⅰ 교과서(비상) 106쪽

그림과 같이 $a=2\sqrt{2}$, $b=3, C=45^\circ$ 인 삼각형 ABC에서 c의 값을 구하시오.



(자연4차 3.3 문항 유사 문제) 미적분 교과서(미래엔) 164쪽

정적분을 이용하여 다음 극한값을 구하시오.

(2) $\lim_{n\to\infty}\frac{\pi}{n}\left(\sin\frac{\pi}{n}+\sin\frac{2\pi}{n}+\sin\frac{3\pi}{n}+\ \cdots\ +\sin\frac{n\pi}{n}\right)$

서울과학기술대의 자연계열 논술 문항은 교육과정 내에서도 기본에 충실히 한 학생들에게 유리하도록 구성되어 있다. 사교육을 받지 않아도 학교 수업 시간에 기본 개념을 확실히 익히고 적용해본 연습을 한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문항들이었다. 이는 설문조사 결과를 통해 학생들이 어렵지 않게 느꼈음을 확인할 수 있었다. 하지만 문제를 해결할 때 교과 과정 내의 개념을 적용하고, 문제의 조건을 정확하게 고려하여야 하며, 답안을 논리적으로 구성해야 한다는 점에서 충분하게 학생 수준을 변별하였을 것이라 판단된다.

서울과학기술대가 앞으로도 기존의 출제 기조대로 교육과정 내에서 논술전형을 충실하게 운영하여 다른 수시 전형 또는 정시 전형에서 온전히 평가받지 못할 수도 있는 논리 지능이 우수한 인재를 선발하기를 기대한다.

VI. 대학입학전형 반영 계획 및 개선 노력

■ 2022학년도 논술고사 개선사항

2022학년도 논술고사 출제본부에서는 「교육부 논술고사 선행학습 영향평가 온라인 연수」 자체 재교육을 실시하였으며, 현직 고교교사의 사전 집중교육을 통해 출제위원들에게 영역별 교육과정 전반에 관한 구체적인 정보를 제공하여 고등학교 교육과정에 대해 충분히 이해할 수 있도록 안내하였다. 특히 2015 개정 교육과정과 이전 교육과정의 차이점을 분석하고, 이전 교육과정에서 삭제되는 개념과 내용을 충분히 숙지하도록 하였다.

2022학년도 논술고사에서는 4명의 교사 위원이 교육과정 준수 여부와 문제의 타당성, 적정성, 난이도를 분석하여 검토 결과를 출제위원에게 제시하도록 하여 교육과정 준수 여부를 면밀히 검토, 환류하였다.

■ 논술전형에서 수능최저학력기준 폐지 유지

논술 문항을 정상적인 고교 교육과정의 학습범위 안에서 해결할 수 있는 내용으로 출제하는 것도 중요하지만 논술이라는 전형 요소를 제외한 다른 전형 요소가 큰 영향을 미치게 된다면 이것도 사교육을 유발할 수 있는 요소가 될 수 있다. 이에 서울과학기술대학교는 논술전형에서 수능최저학력기준을 폐지하여 논술고사 성적이 주요 전형 요소가 될 수 있도록 하고 있다.

■ 사교육과 선행학습 영향평가 연계 연구 진행

선행교육 금지법 이후 대학은 다각적인 노력을 통해 사교육이나 선행학습이 없이도 대학별 고사에 대비할 수 있도록 하고 있다. 그 노력의 하나로 서울과학기술대학교에서는 고등학교 현장의 진학 교사들을 연구위원으로 위촉하여 선행학습 영향평가 연계 연구를 매년 진행하고 있다. 이 연구를 바탕으로 서울과학기술대학교는 객관적이고 공정한 선행학습 영향평가를 하고 있다고 할 수 있다.

■ 선행학습 영향평가 연구 결과와 관련한 출제위원에 대한 지속적인 연수 실시

서울과학기술대학교에서는 매년 선행학습 영향평가 연구 결과를 논술 출제위원들에게 제공함으로써 다음 연도 출제에 참고하도록 하고 있으며, 동시에 현 고등학교 교육과정의 이해를 돕는 연수를 통해 출제위원들이 정상적인 고등학교 교육과정의 학습범위 내에서 논술 문항을 출제할 수 있도록 하고 있다. 또한 2015 개정 교육과정과 이전 교육과정의 차이점을 분석하고, 2015 개정 교육과정에서 변경되는 내용을 포함하여, 출제위원들이 고등학교 교육과정에 대해 충분히 이해할 수 있도록 노력하고 있다.

■ 논술문제 검토 및 자문과 관련한 고교 현직교사 위촉 유지

서울과학기술대학교는 2022 대입 논술전형을 실시함에 있어, 논술고사 출제 과정에 고등학교 현직교사 4명을 논술 검토·자문위원으로 위촉함으로써 논술고사가 고등학교 교육과정 수준에서 출제되었는지 검토하는 과정을 지속해서 운영하고 있다.

■ 논술문제 해설 및 예시답안 공개 및 모의 논술고사 실시

서울과학기술대학교는 논술고사 문제와 해설 및 예시답안을 홈페이지에 이미 공개하였으며, 모의 논술고사를 실시함으로써 논술전형을 준비하는 수험생에게 정보 제공하고 있다. 또, 모의 논술에 응시한 수험생의 답안 수준을 상세히 검토하여 본 논술고사의 '고등학교 교육과정 내 출제' 준수 여부에 참고하는 것과 더불어 수험생에게도 모의 논술 출제위원이 채점, 첨삭한 결과를 제공하여 본교 논술고사 이해도 향상과 준비에 기여하도록 하였다.

선별한 고교 학생들의 답안지 중 일부를 선별하여 채점하였으며, 2015 개정 교육과정이 반영된 2022학년도 모의 논술의 출제 방향과 채점기준을 상세히 학생들에게 제공함으로써 논술전형의 투명성을 높이고자 하였다.

■ 논술가이드북을 통한 논술전형 운영 안내

서울과학기술대학교는 2022학년도 논술전형의 경우 인문계열 논술전형을 폐지하고 자연계열의 경우에도 선발 인원을 소폭 축소하여 선발하는 등 큰 변화가 있었다. 또한 2015 개정 교육과정 도입에 따라 수험생들에게는 고등학교 교육과정 내에서 본인의 선택에 의해 과목을 수강하였기 때문에 논술고사의 출제 범위가 중요한 문제였다.

따라서 서울과학기술대학교는 2022학년도 논술전형 주요 변경사항 및 모집단위, 2021학년도 논술전형 결과분석, 논술전형의 이해와 대비, 2022학년도 모의논술 기출문제와 해설을 내용으로 한 논술가이드북을 제작하여 고교에 배포하고 입학처 홈페이지에도 게시하여 변화된 전형정보를 상세히 안내 하여 학교 현장에서 사교육 없이 논술고사를 준비할 수 있도록 하였다.

Ⅶ. 부록

[부록1]

서울과학기술대학교 대입전형 선행학습 영향평가 시행에 관한 규정

서울과학기술대학교 규정 제644호
서울과학기술대학교 대입전형 선행학습 영향평가 시행에 관한 규정

제정 2015. 10. 13.
개정 2016. 09. 01.
개정 2021. 10. 18.

제1조(목적) 이 규정은 「공교육 정상화 촉진 및 선행교육 규제에 관한 특별법」제10조에 따라 대입전형 선행학습 영향평가 등의 시행에 필요한 사항을 규정함을 목적으로 한다.

제2조(정의) “대입전형 선행학습 영향평가”(이하 “선행학습 영향평가”라 한다)란「공교육 정상화 촉진 및 선행교육 규제에 관한 특별법」(이하 “특별법”이라 한다) 제10조에 따라 입학전형에서 실시하는 논술, 필답고사, 면접·구술고사 등이 고등학교 교육과정의 범위와 수준을 벗어나 운영하는지 여부와 이로 인한 선행학습 유발 요인은 없는지 매년 평가하고, 그 결과를 다음 연도 대학입학전형에 반영하도록 하는 평가활동을 말한다.

제3조(구성) ① 선행학습 영향평가를 실시하기 위하여 선행학습 영향평가위원회(이하 “위원회”라 한다)를 둔다.
② 위원회는 위원장 1명을 포함한 10명 이내의 위원으로 구성한다.
③ 위원회의 위원장은 입학처장이 되고, 입학과장은 당연직 위원이 된다. (개정 2016. 9. 1.)
④ 당연직 위원을 제외한 위원은 선행학습 영향평가의 객관성, 공정성 및 신뢰성을 확보할 수 있도록 교내·외 전문가 중에서 입학처장의 추천으로 총장이 임명하고, 그 임기는 1년으로 하며, 연임할 수 있다. (개정 2016. 9. 1.)
⑤ 위원회에 위원회의 사무를 처리할 간사 1명을 두며, 간사는 입학처 직원 중에서 위원장이 임명한다. (개정 2016. 9. 1.)

제4조(기능) 위원회는 다음 각 호의 사항을 심의한다.
1. 선행학습 영향평가의 방법 및 절차에 관한 사항
2. 서울과학기술대학교(이하 “본교”라 한다) 대학별고사의 고교 교육과정 내 출제 여부

에 관한 사항
3. 선행학습 영향평가 결과의 향후 입학전형 반영에 관한 사항
4. 그 밖의 선행학습 영향평가 운영에 관한 사항

제5조(회의) ① 위원장은 위원 과반수의 요청이 있거나 위원장이 필요하다고 인정할 때 회의를 소집한다.
② 회의는 재적위원 3분의2 이상의 출석으로 개의하고, 출석위원 과반수의 찬성으로 의결한다.

제6조(영향평가 시행 및 결과 반영) ① 선행학습 영향평가는 해당 대학별 고사가 종료된 이후에 시행한다. 다만, 필요에 따라 모집 시기(수시 및 정시)별로 구분하여 시행할 수 있다.
② 선행학습 영향평가 결과에 대해서는 「서울과학기술대학교 입학전형관리위원회 규정」에 따른 입학전형관리위원회의 결정에 따라 다음 연도 입학전형에 반영하여야 한다.

제7조(결과 공시) 특별법 제10조제2항에 따른 선행학습 영향평가 결과 및 다음 연도 입학전형에의 반영 계획은 매년 3월 31일까지 본교 홈페이지에 게재하여 공개하여야 한다.

제8조(그 밖의 사항) 이 규정에 명시되지 아니한 선행학습 영향평가에 관한 사항은 위원회의 심의를 거쳐 총장이 따로 정한다.

부칙 (제298호, 2015. 10. 13.)

이 규정은 공포한 날로부터 시행한다.

부칙(제339호, 2016. 9. 1.)

이 규정은 2016년 9월 1일부터 시행한다.

부칙(제644호, 2021. 10. 18.)

이 규정은 공포한 날로부터 시행한다.

[부록2] 문항별 문항카드

문항카드 1

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(수학) 1차 / 문제 1번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I, 수학 II, 미적분, 확률과 통계
	핵심개념 및 용어	지수, 로그, 등차수열, 등비수열, 등비급수, 삼각함수, 속도와 거리, 중복조합
예상 소요 시간	34분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[문제 1] 다음 물음에 답하시오.

[1.1] 수열 $\{a_n\}$과 $\{b_n\}$에 대하여 $b_1 = 1$이고 $a_n^{b_n} = e$ (e는 자연상수)이다. 수열 $\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$이 공차가 $\ln\frac{2}{3}$인 등차수열일 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 합을 구하시오.

[1.2] 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치는
$x = f(t) = 2\cos(at+b)+2$ ($a>0$, $0 \le b \le 2\pi$인 상수)
이다. 점 P의 시각 t에서의 속도 $v = f'(t)$는 최댓값이 3이고, 음이 아닌 모든 실수 t에 대하여 $c(x-2)^2 + 2v^2 = d$ (c, d는 상수)가 성립할 때, $a+b+c+d$의 값을 구하시오.

[1.3] 자연수 a, b, c, d에 대하여 $a(b+c+d) = 14$를 만족하는 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하시오.

3. 출제 의도

학생들에게 기본적으로 필요한 수학 지식을 묻는 문항들로 구성하였다. 고등학교에서 배우는 수학의 범위 내에서 지수, 로그, 삼각함수, 수열, 중복조합 등을 활용하여 문제에서 요구하는 결과를 얻을 수 있어야 한다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

[1.1] 지수를 이용하여 표현된 두 수열의 관계식에서 로그의 성질을 이용하여 주어진 수열이 등비

수열임을 밝힐 수 있는지 평가한다. 또한 등비급수의 합을 구할 수 있는지도 평가한다.

[1.2] 물체의 위치 및 속도가 사인함수, 코사인함수로 각각 주어질 때, 주어진 조건에서 미지수들을 찾아 올바르게 답할 수 있는지 평가한다.

[1.3] 주어진 조건을 만족하는 자연수들의 순서쌍의 개수를 바르게 셀 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8]
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
1.1	[수학 I] - (1) 지수함수와 로그함수 - 1 지수와 로그 [12수학Ⅰ01-04] 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. [수학 I] - (3) 등차수열과 등비수열 - 1 등차수열과 등비수열 [12수학Ⅰ03-01] 수열의 뜻을 안다. [미적분] - (1) 수열의 극한 - 2 급수 [12미적01-05] 등비급수의 뜻을 알고, 그 합을 구할 수 있다.
1.2	[수학 I] - (2) 삼각함수 - 1 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학Ⅰ02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [수학 II] - (2) 미분 - 3 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-11] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-05] 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - 3 도함수의 활용 [12미적02-14] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다.
1.3	[확률과 통계] - (1) 경우의 수 - 1 순열과 조합 [12확통01-01] 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다. [12확통01-02] 중복조합을 이해하고, 중복조합의 수를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 I	고성은 외	좋은책신사고	2021	26~31 115~121 123~127
	수학 I	황선욱 외	비상교육	2021	10~34 37~55
	수학 I	권오남 외	㈜교학사	2021	55~55
	수학 I	홍성복 외	지학사	2021	50~63
	수학 Ⅱ	고성은 외	좋은책신사고	2021	97~99
	미적분	고성은 외	좋은책신사고	2021	32~36 112~114
	확률과 통계	배종숙 외	㈜금성출판사	2020	25~29
	확률과 통계	김원경 외	비상교육	2020	11~20

5. 문항 해설

[1.1] 로그의 성질과 수열 $\{b_n\}$이 등차수열임을 이용하고, 등비급수의 공식을 이용하면 쉽게 해결할 수 있다.

[1.2] 위치가 사인함수로 주어졌을 때, 속도는 코사인함수가 됨을 이용하여 위치 및 속도 함수를 구할 수 있다. 또한 속도가 0과 최대가 되는 조건을 주어진 식에 대입하여 미지수를 찾을 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.

[1.3] 주어진 개수의 문자에서 중복을 허락하여 주어진 개수만큼 선택하는 중복조합의 문제를 이해하고 공식을 통해 계산하는 문제로 이때 자연수에 한정된 조건만 고려하면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1.1	$b_1=1$이므로 $a_1=e$이다. $a_n^{b_n}=e$의 양변에 자연로그를 취하면 $b_n\ln a_n=1$이다. $\ln a_n=\frac{1}{b_n}$이고 $\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$이 공차가 $\ln\frac{2}{3}$인 등차수열이므로 $$\ln a_{n+1}=\ln a_n+\ln\frac{2}{3},\ a_{n+1}=\frac{2}{3}a_n$$ 이다. $\{a_n\}$은 첫째항이 e이고 공비가 $\frac{2}{3}$인 등비수열이다.	8
	$$\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\frac{e}{1-\frac{2}{3}}=3e$$	4
1.2	$t=0$일 때 $x=0$이므로, $f(0)=2\cos b+2=0$이고 $b=\pi$이다. $v=f'(t)=2a\sin at$의 최댓값은 $2a$이므로 $a=\frac{3}{2}$이다. 즉 다음을 얻을 수 있다. $$x=2\cos\left(\frac{3}{2}t+\pi\right)+2=-2\cos\left(\frac{3}{2}t\right)+2,\ v=3\sin\left(\frac{3}{2}t\right)$$	6
	이를 $c(x-2)^2+2v^2=d$에 대입하면, $$4c\cos^2\left(\frac{3}{2}t\right)+18\sin^2\left(\frac{3}{2}t\right)=d$$ 이다. $t=\frac{\pi}{3}$이면 $d=18$, $t=0$이면 $4c=d$ 즉 $c=\frac{9}{2}$이다. 따라서 $$a+b+c+d=\frac{3}{2}+\pi+\frac{9}{2}+18=\pi+24$$ 이다.	6
1.3	14의 약수는 $1,2,7,14$로 모두 4개이며, $b+c+d\geq 3$이므로 a는 1 또는 2이다. $a=1$일 때, $b+c+d=14$를 만족하는 자연수 b,c,d의 순서쌍의 개수는 $${}_3\mathrm{H}_{14-3}={}_{13}\mathrm{C}_{11}=78$$ 이다.	4

	마찬가지로 $a=2$일 때, $b+c+d=7$을 만족하는 자연수 b,c,d의 순서쌍의 개수는 $${}_3\mathrm{H}_{7-3} = {}_6\mathrm{C}_4 = 15$$ 이다.	3
	따라서 위 조건을 만족하는 순서쌍 (a,b,c,d)는 총 93개이다.	3

7. 예시 답안

[1.1] $b_1=1$이므로 $a_1=e$이다. $a_n^{b_n}=e$의 양변에 자연로그를 취하면 $b_n \ln a_n = 1$이다. $\ln a_n = \dfrac{1}{b_n}$이고 $\left\{\dfrac{1}{b_n}\right\}$이 공차가 $\ln\dfrac{2}{3}$인 등차수열이므로

$$\ln a_{n+1} = \ln a_n + \ln\frac{2}{3},\ a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n$$

이다. $\{a_n\}$은 첫째항이 e이고 공비가 $\dfrac{2}{3}$인 등비수열이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{e}{1-\frac{2}{3}} = 3e$$

이다.

[1.2] $t=0$일 때 $x=0$이므로, $f(0)=2\cos b+2=0$ 이고 $b=\pi$이다. $v=f'(t)=2a\sin at$의 최댓값은 $2a$이므로 $a=\dfrac{3}{2}$이다. 즉

$$x = 2\cos\left(\frac{3}{2}t+\pi\right)+2 = -2\cos\left(\frac{3}{2}t\right)+2,\ v = 3\sin\left(\frac{3}{2}t\right)$$

이다. 이를 $c(x-2)^2+2v^2=d$ 에 대입하면,

$$4c\cos^2\left(\frac{3}{2}t\right) + 18\sin^2\left(\frac{3}{2}t\right) = d$$

이다. $t=\dfrac{\pi}{3}$이면 $d=18$, $t=0$이면 $4c=d$ 즉 $c=\dfrac{9}{2}$이다. 따라서

$$a+b+c+d = \frac{3}{2}+\pi+\frac{9}{2}+18 = \pi+24$$

이다.

[1.3] 14의 약수는 $1,2,7,14$로 모두 4개이며, $b+c+d \geq 3$이므로 a는 1 또는 2이다. $a=1$일 때, $b+c+d=14$를 만족하는 자연수 b,c,d의 순서쌍의 개수는

$${}_3\mathrm{H}_{14-3} = {}_{13}\mathrm{C}_{11} = 78$$

이다. 마찬가지로 $a=2$일 때, $b+c+d=7$을 만족하는 자연수 b,c,d의 순서쌍의 개수는

$${}_3\mathrm{H}_{7-3} = {}_6\mathrm{C}_4 = 15$$

이다. 따라서 위 조건을 만족하는 순서쌍 (a,b,c,d)는 총 93개이다.

문항카드 2

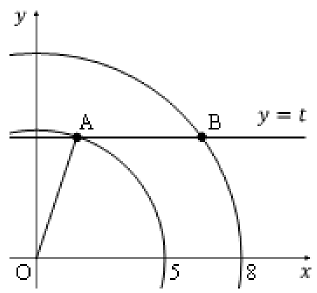
1. 일반 정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="2">☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="2">논술전형</td></tr>
<tr><td>해당 대학의 계열(과목) / 문항번호</td><td colspan="2">자연계열(수학) 1차 / 문제 2번</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td>수학, 수학 Ⅰ, 미적분</td></tr>
<tr><td>핵심개념 및 용어</td><td>원의 방정식, 직선의 방정식, 사인법칙, 코사인법칙</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="2">33분 / 전체 100분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

실수 $t(0<t<5)$에 대하여 직선 $y=t$가 원 $x^2+y^2=25$, 원 $x^2+y^2=64$와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 A, B라고 하자.



[2.1] $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{AB}}$일 때, t의 값을 구하시오.

[2.2] 문항 [2.1]에서 구한 t에 대하여 $\theta_1=\angle\mathrm{OAB}$, $\theta_2=\angle\mathrm{ABO}$라고 할 때, $\cos(\theta_1-\theta_2)$의 값을 구하시오.

[2.3] 문항 [2.1]에서 구한 t에 대하여 삼각형 AOB의 외접원의 반지름의 길이를 구하시오.

3. 출제 의도

삼각형은 다각형의 기본이 되는 도형이다. 고교과정에서 삼각함수의 여러 성질을 배운 학생이라면 삼각형의 변의 길이와 각의 크기 사이의 관계식을 찾을 수 있어야 한다. 문제를 해결하기 위해서는 좌표평면 위에 놓인 도형을 수식으로 바꾸어 방정식을 풀 수 있어야 하고, 삼각함수의 법칙들을 활용할 수 있어야 한다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

[2.1] 조건을 만족하는 직선의 방정식을 구하기 위하여 두 점 사이의 거리공식을 이용한 방정식을 세우고 이 방정식의 해를 구할 수 있는지 평가한다.
[2.2] 주어진 삼각형의 각에 대하여 사인값, 코사인값을 구할 수 있는지와 삼각함수의 덧셈정리를 활용할 수 있는지 평가한다.
[2.3] 사인법칙을 이용하여 삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8]
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문	[수학] - (3) 도형의 방정식 - 3 원의 방정식 [10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.
2.1	[수학] - (3) 도형의 방정식 - 1 평면좌표 [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
2.2	[수학 I] - (2) 삼각함수 - 1 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학 I 02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.
2.3	[수학 I] - (2) 삼각함수 - 1 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학 I 02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	권오남 외	㈜교학사	2021	102~103 134~139
	수학	고성은 외	좋은책신사고	2021	105~107 137~141
	수학 I	권오남 외	㈜교학사	2020	97~102
	수학 I	홍성복 외	지학사	2021	95~100
	미적분	황선욱 외	미래엔	2020	65~69
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2021	68~72

5. 문항 해설

[2.1] 좌표평면상의 두 점의 거리를 구하는 식을 이용하여 원하는 직선의 방정식을 구하는 문제로 간단한 사차방정식을 풀 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.
[2.2] 삼각형의 두 각에 대한 정보를 묻는 문제로 코사인법칙과 삼각함수의 덧셈정리를 적용할 수 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

[2.3] 다루고 있는 삼각형에 외접하는 원에 대한 정보를 묻는 문제로 사인법칙을 알고 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2.1	점 A의 좌표는 $(\sqrt{25-t^2},t)$, 점 B의 좌표는 $(\sqrt{64-t^2},t)$이고 $\overline{\mathrm{OA}}=5$이므로 $$\sqrt{64-t^2}-\sqrt{25-t^2}=5$$ 이고 방정식을 풀면 $t=\frac{24}{5}$이다.	7
2.2	코사인법칙에 의해 $$\overline{\mathrm{OB}}^2=\overline{\mathrm{OA}}^2+\overline{\mathrm{AB}}^2-2\overline{\mathrm{OA}}\,\overline{\mathrm{AB}}\cos\theta_1$$ $$64=25+25-2\times5\times5\cos\theta_1$$ $\cos\theta_1=-\frac{7}{25}$, $\sin\theta_1=\sqrt{1-\left(-\frac{7}{25}\right)^2}=\frac{24}{25}$ $\cos2\theta_2=\cos(\pi-\theta_1)=-\cos\theta_1=\frac{7}{25}$, $\cos(\theta_2+\theta_2)=2\cos\theta_2\cos\theta_2-1$이므로 $\cos^2\theta_2=\frac{16}{25}$이다. θ_2는 예각이므로 $\cos\theta_2=\frac{4}{5}$이고 $\sin\theta_2=\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{3}{5}$ 이다.	12
	따라서 $$\cos(\theta_1-\theta_2)=\cos\theta_1\cos\theta_2+\sin\theta_1\sin\theta_2=-\frac{7}{25}\times\frac{4}{5}+\frac{24}{25}\times\frac{3}{5}=\frac{44}{125}$$ 이다.	4
2.3	사인법칙에 의해 삼각형 AOB의 외접원의 반지름의 길이는 $$\frac{1}{2}\times\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{\sin\theta_1}=\frac{1}{2}\times\frac{8}{\frac{24}{25}}=\frac{25}{6}$$ 이다.	10

7. 예시 답안

[2.1] 점 A의 좌표는 $(\sqrt{25-t^2},t)$, 점 B의 좌표는 $(\sqrt{64-t^2},t)$이고 $\overline{\mathrm{OA}}=5$이므로

$$\sqrt{64-t^2}-\sqrt{25-t^2}=5$$

이고 방정식을 풀면 $t=\frac{24}{5}$이다.

[2.2] 코사인법칙에 의해

$$\overline{\mathrm{OB}}^2 = \overline{\mathrm{OA}}^2 + \overline{\mathrm{AB}}^2 - 2\overline{\mathrm{OA}}\ \overline{\mathrm{AB}}\cos\theta_1$$
$$64 = 25 + 25 - 2\times 5\times 5\cos\theta_1$$

이고 따라서 $\cos\theta_1 = -\dfrac{7}{25}$ 이다. 여기서 $\sin\theta_1 = \sqrt{1-\left(-\dfrac{7}{25}\right)^2} = \dfrac{24}{25}$ 이다.

$$\cos 2\theta_2 = \cos(\pi - \theta_1) = -\cos\theta_1 = \frac{7}{25},\ \cos(\theta_2 + \theta_2) = 2\cos\theta_2\cos\theta_2 - 1$$

이므로 $\cos^2\theta_2 = \dfrac{16}{25}$ 이다. θ_2는 예각이므로 $\cos\theta_2 = \dfrac{4}{5}$ 이다. 또 $\sin\theta_2 = \sqrt{1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^2} = \dfrac{3}{5}$ 이다. 따라서

$$\cos(\theta_1 - \theta_2) = \cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2 = -\frac{7}{25}\times\frac{4}{5} + \frac{24}{25}\times\frac{3}{5} = \frac{44}{125}$$

이다.

[2.3] 사인법칙에 의해 삼각형 AOB의 외접원의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2}\times\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{\sin\theta_1} = \frac{1}{2}\times\frac{8}{\frac{24}{25}} = \frac{25}{6}$$

이다.

문항카드 3

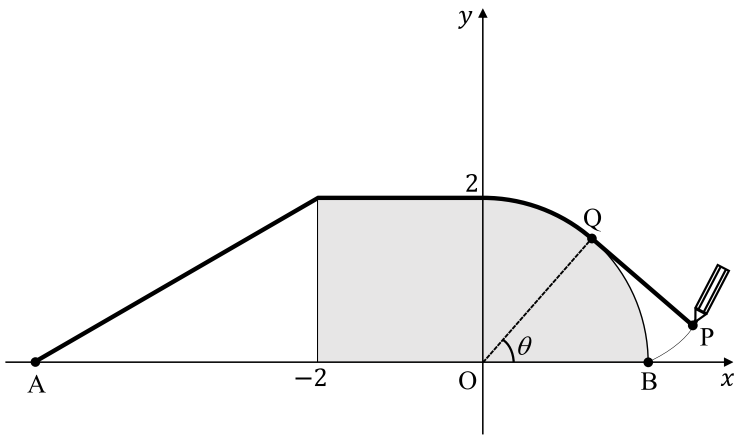
1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(수학) 1차 / 문제 3번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I, 미적분
	핵심개념 및 용어	원의 방정식, 직선의 방정식, 사인법칙, 코사인법칙, 곡선의 길이, 매개변수 방정식, 정적분
예상 소요 시간	33분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

아래 그림의 색칠한 부분과 같이 세 직선 $x=-2$, $y=0$, $y=2$와 곡선 $y=\sqrt{4-x^2}$ $(0 \le x \le 2)$으로 둘러싸인 도형이 있다.



(가) 길이가 $6+\pi$인 실의 한쪽 끝을 점 $\mathrm{A}(-2-2\sqrt{3}, 0)$에 고정하고, 다른 쪽 끝에는 연필 끝을 매달자. 도형의 둘레를 따라 실을 팽팽하게 당기면 연필 끝은 점 $\mathrm{B}(2, 0)$에 놓인다.

(나) 곡선 $y=\sqrt{4-x^2}$ $(0 \le x \le 2)$ 위의 한 점을 Q, $\theta = \angle \mathrm{QOB}$라고 하자.

(다) 실을 팽팽하게 당기면서 움직일 때 연필 끝의 위치인 점 P가 그리는 도형을 생각하자.

[3.1] 점 Q의 좌표를 θ에 대한 식으로 나타내시오.

[3.2] 연필이 매달린 실을 점 Q에서 곡선 $y=\sqrt{4-x^2}$의 접선 방향으로 팽팽하게 당겼을 때, 점 P의 좌표를 θ에 대한 식으로 나타내시오.

[3.3] 문항 [3.2]에서 점 Q가 점 B에서 점 $(0, 2)$까지 곡선 $y=\sqrt{4-x^2}$ 위를 움직일 때, 점 P가 그리는 도형의 길이를 구하시오.

[3.4] 점 P는 점 B에서 출발하여 반직선 OA와 만날 때까지 반시계방향으로 움직인다. 이때 점 P가 그리는 도형의 길이를 구하시오.

3. 출제 의도

제시문에 설명된 내용을 이해하고, 주어진 조건을 적절히 활용하여 필요한 결과를 수학적으로 도출할 수 있는 능력은 이공계 대학 교육을 받는 학생에게는 필수적이다. 이 문제를 풀기 위한 개념은 삼각함수, 삼각함수의 미분, 곡선의 길이 등 고등학생이 알아야 할 기본적인 내용이다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

[3.1] 원 위에 있는 점의 좌표를 삼각함수를 이용하여 매개방정식으로 표현할 수 있는지 평가한다.
[3.2] 제시문에서 설명하는 곡선의 형태를 이해하고 매개방정식을 구할 수 있는지 평가한다.
[3.3] 문항 [3.2]에서 매개방정식으로 구한 곡선의 길이를 정적분을 이용하여 계산할 수 있는지 평가한다.
[3.4] 문항 [3.3]에서 구한 곡선의 길이를 포함하여 제시문에서 설명하는 곡선 전체의 길이를 계산할 수 있는지 평가한다. 조건에 따라 세 개의 곡선으로 나누어 길이를 구할 수 있어야 한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8]
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문	[수학] - (3) 도형의 방정식 - 2 직선의 방정식 [10수학02-03] 직선의 방정식을 구할 수 있다. [수학] - (3) 도형의 방정식 - 3 원의 방정식 [10수학02-06] 원의 방정식을 구할 수 있다.
3.1	[수학 I] - (2) 삼각함수 - 1 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학Ⅰ02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다.
3.2	[수학 I] - (2) 삼각함수 - 1 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학Ⅰ02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다. [12수학Ⅰ02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.
3.3	[미적분] - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-05] 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다. [미적분] - (3) 적분법 - 2 정적분의 활용 [12미적03-07] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	고성은 외	좋은책신사고	2021	119~121 133~135
	수학 I	고성은 외	좋은책신사고	2021	65~69 70~74 75~85
	미적분	고성은 외	좋은책신사고	2021	70~71 160~164

5. 문항 해설

[3.1] 삼각함수의 정의를 이용하면 쉽게 해결할 수 있다.
[3.2] 중심각의 크기와 호의 길이와의 관계를 이해하고 삼각함수의 정의를 이용하면 쉽게 해결할 수 있다.
[3.3] 삼각함수의 도함수를 계산하고, 곡선의 길이를 정적분을 이용하여 표현할 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.
[3.4] 제시문에서 설명하는 상황을 잘 이해하고 부채꼴의 호의 길이를 계산할 수 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3.1	점 Q의 좌표는 $(2\cos\theta, 2\sin\theta)$이다.	4
3.2	$\overline{\mathrm{PQ}}$는 호 QB의 길이와 같으므로 $\overline{\mathrm{PQ}}=2\theta$이다.	2
	점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H라고 하면, $\angle\mathrm{QPH}=\frac{\pi}{2}-\theta$이고 $0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$이므로 $$x=2\cos\theta+2\theta\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=2(\cos\theta+\theta\sin\theta)$$ $$y=2\sin\theta-2\theta\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=2(\sin\theta-\theta\cos\theta)$$ 이다. 따라서 점 P의 좌표는$(2(\cos\theta+\theta\sin\theta),\ 2(\sin\theta-\theta\cos\theta))$이다.	6
3.3	$\frac{dx}{d\theta}=2\theta\cos\theta$, $\frac{dy}{d\theta}=2\theta\sin\theta$이고 θ의 범위는 $0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$이다.	3
	따라서 점 P가 그리는 도형의 길이 l_1은 $$l_1=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2+\left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2}\,d\theta=\int_0^{\frac{\pi}{2}}2\theta\,d\theta=\frac{\pi^2}{4}$$ 이다.	6

3.4	정사각형의 윗변에 있는 실이 움직이면 점 P는 반지름의 길이가 $2+\pi$인 원에서 중심각 $\frac{\pi}{6}$인 호를 따라 움직인 것이므로 이때의 거리 l_2는 $$l_2=(2+\pi)\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi^2}{6}$$ 이다.	4
	모든 실이 움직여서 점 P가 x축과 다시 만날 때까지 반시계방향으로 움직이면 점 P는 반지름의 길이가 $6+\pi$인 원에서 중심각 $\frac{5}{6}\pi$인 호를 따라 움직인 것이므로 이때의 거리 l_3는 $$l_3=(6+\pi)\times\frac{5}{6}\pi=5\pi+\frac{5}{6}\pi^2$$ 이다.	4
	따라서 점 P가 그리는 도형의 길이는 $$l_1+l_2+l_3=\frac{16}{3}\pi+\frac{5}{4}\pi^2$$ 이다.	4

7. 예시 답안

[3.1] 점 Q의 좌표는 $(2\cos\theta, 2\sin\theta)$이다.

[3.2] $\overline{\mathrm{PQ}}$는 호 QB의 길이와 같으므로 $\overline{\mathrm{PQ}}=2\theta$이다. 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H라고 하면, $\angle\mathrm{QPH}=\frac{\pi}{2}-\theta$이고 $0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$이므로

$$x=2\cos\theta+2\theta\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=2(\cos\theta+\theta\sin\theta)$$
$$y=2\sin\theta-2\theta\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=2(\sin\theta-\theta\cos\theta)$$

이다. 따라서 점 P의 좌표는 $(2(\cos\theta+\theta\sin\theta),\ 2(\sin\theta-\theta\cos\theta))$이다.

[3.3] $\frac{dx}{d\theta}=2\theta\cos\theta$, $\frac{dy}{d\theta}=2\theta\sin\theta$이고 θ의 범위는 $0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$이다.
따라서 점 P가 그리는 도형의 길이 l_1은

$$l_1=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2+\left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2}\,d\theta=\int_0^{\frac{\pi}{2}}2\theta\,d\theta=\frac{\pi^2}{4}$$

이다.

[3.4] 정사각형의 윗변에 있는 실이 움직이면 점 P는 반지름의 길이가 $2+\pi$인 원에서 중심각 $\frac{\pi}{6}$인 호를 따라 움직인 것이므로 이때의 거리 l_2는

$$l_2=(2+\pi)\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi^2}{6}$$

이다. 모든 실이 움직여서 점 P가 x축과 다시 만날 때까지 반시계방향으로 움직이면 점 P는 반지름의 길이가 $6+\pi$인 원에서 중심각 $\frac{5}{6}\pi$인 호를 따라 움직인 것이므로 이때의 거리 l_3는

$$l_3 = (6+\pi)\times\frac{5}{6}\pi = 5\pi + \frac{5}{6}\pi^2$$

이다. 따라서 점 P가 그리는 도형의 길이는

$$l_1 + l_2 + l_3 = \frac{16}{3}\pi + \frac{5}{4}\pi^2$$

이다.

문항카드 4

1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술(논술전형)	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(수학)-2차 / 문제 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I, 수학 II, 미적분
	핵심개념 및 용어	함수의 미분, 접선의 방정식, 수열의 합, 정적분, 무리함수
예상 소요 시간	34분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[문제 1] 다음 물음에 답하시오.

[1.1] 0이 아닌 실수 a에 대하여 직선 $y=ax-3$과 곡선 $y=a\sqrt{x}$가 접할 때, 접점의 좌표와 a의 값을 구하시오.

[1.2] 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 $a_1b_1=1$이고 $a_2b_1+b_2a_1=0$이다. 수열 $\{c_n\}$은 첫째항이 b_1과 같고 공비가 수열 $\{a_n\}$의 공비와 같은 등비수열이고, 수열 $\{d_n\}$은 첫째항이 a_1과 같고 공비가 수열 $\{b_n\}$의 공비와 같은 등비수열이다. 급수의 합이

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n = 1,\ \sum_{n=1}^{\infty} d_n = 2$$

일 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+2b_n)$의 합을 구하시오.

[1.3] 곡선 $y=x^3-6x^2+7$과 곡선 위의 점 $(0,\,7)$에서의 접선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

3. 출제 의도

수학을 배우는 목적 중 하나는 수학 지식과 이해력을 활용하여 다양한 문제의 해결 능력을 배양하는 데 있다. 접선의 방정식, 수열의 합, 정적분과 넓이와의 관계, 함수의 미분 등 고교 수학의 핵심적인 개념을 문제 해결에 적용할 수 있는지 평가하는 문제이다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

[1.1] 무리함수로 표현된 곡선의 한 점에 접하는 접선의 방정식을 구할 수 있는지 평가한다.
[1.2] 등비수열의 첫째항과 공비를 이용하여 등비급수의 합을 구할 수 있는지 평가한다.
[1.3] 미분을 이용하여 접선의 방정식을 구할 수 있는지와 함께 적분을 활용하여 주어진 도형의 넓이를 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
1.1	[수학] - (4) 함수 - ② 유리함수와 무리함수 [10수학04-05] 무리함수 $y=\sqrt{ax+b}+c$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다. [미적분] - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
1.2	[수학 I] - (3) 수열 - ① 등차수열과 등비수열 [12수학 I 03-03] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다. [미적분] - (1) 수열의 극한 - ② 급수 [12미적01-06] 등비급수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.
1.3	[수학II] - (2) 미분 - ② 도함수 [12수학II02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다. [수학II] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	홍성복 외	지학사	2021	243~249
	수학 I	홍성복 외	지학사	2020	125~131
	수학 II	고성은 외	좋은책신사고	2020	72~74
	수학 II	권오남 외	(주)교학사	2020	146~148
	미적분	홍성복 외	지학사	2021	88~97 111~113
	미적분	김원경 외	비상교육	2020	28~34

5. 문항 해설

[1.1] 무리함수를 미분할 수 있고 미분을 활용해서 접선의 방정식을 구할 수 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

[1.2] 등비급수의 합을 등비수열의 첫째항과 공비를 이용해서 구할 수 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

[1.3] 접선의 방정식을 구할 수 있고, 정적분을 활용해서 두 곡선 사이의 넓이를 구할 수 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

<table>
<tr><th>하위 문항</th><th>채점 기준</th><th>배점</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1.1</td><td>$f(x)=ax-3$, $g(x)=a\sqrt{x}$ 라고 하자. 접점에서의 접선이 $y=f(x)$ 이므로
$a=g'(x)=\frac{1}{2}ax^{-\frac{1}{2}}$, $x=\frac{1}{4}$ 이다.</td><td>4</td></tr>
<tr><td>$f(x)$와 $g(x)$에 $x=\frac{1}{4}$을 대입하면 $f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{a}{4}-3=a\sqrt{\frac{1}{4}}=g\left(\frac{1}{4}\right)$ 이므로 $a=-12$ 이다. 앞서 구한 $x=\frac{1}{4}$과 $a=-12$를 직선의 방정식에 대입하면 $y=-6$ 이다. 따라서 접점의 좌표와 상수 a는 각각 $\left(\frac{1}{4},\ -6\right)$과 -12이다.</td><td>6</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.2</td><td>수열 $\{a_n\}$의 공비를 r이라고 하면 수열 $\{b_n\}$의 첫째항은 $\frac{1}{a_1}$이고 공비는 $-r$이다. 따라서
$$\sum_{n=1}^{\infty}c_n=\frac{\frac{1}{a_1}}{1-r}=1,\quad \sum_{n=1}^{\infty}d_n=\frac{a_1}{1+r}=2\ (-1<r<1)$$
이다. 첫 번째 식으로부터 구한 $a_1=\frac{1}{1-r}$을 두 번째 식에 대입하면
$$(1-r)(1+r)=\frac{1}{2}$$
이므로, $r=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 또는 $r=-\frac{\sqrt{2}}{2}$이다.</td><td>5</td></tr>
<tr><td>$r=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때, $a_1=2+\sqrt{2}$ 이고 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n+2\sum_{n=1}^{\infty}b_n=\frac{a_1}{1-r}+2\frac{\frac{1}{a_1}}{1+r}=12$
이다. 마찬가지로 $r=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때, $a_1=2-\sqrt{2}$ 이고
$\sum_{n=1}^{\infty}a_n+2\sum_{n=1}^{\infty}b_n=\frac{a_1}{1-r}+2\frac{\frac{1}{a_1}}{1+r}=12$이다. 따라서 구하는 값은 12이다.</td><td>9</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.3</td><td>곡선 $y=f(x)=x^3-6x^2+7$의 함수를 미분하면 $f'(x)=3x^2-12x=3x(x-4)$
이다. 따라서 점 $(0,7)$에서 곡선에 접하는 접선의 기울기는 0이고 접선의 방정식은 $y=7$이다.</td><td>3</td></tr>
<tr><td>접선 $y=7$과 곡선 $y=f(x)$의 교점의 x좌표는 $x^3-6x^2=x^2(x-6)=0$으로부터 $x=0$, $x=6$이다. 또한 $y=f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면
<table>
<tr><td>x</td><td>$\cdots$</td><td>0</td><td>$\cdots$</td><td>4</td><td>$\cdots$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>↗</td><td>7
(극대)</td><td>↘</td><td>-25
(극소)</td><td>↗</td></tr>
</table>
이므로, $y=f(x)$는 $x=0$에서 극댓값을 갖고, 구간 $0\le x\le 6$에서 $y=7$보다 아래에 위치한다. 따라서 구하는 도형의 넓이는
$$\int_0^6\{7-(x^3-6x^2+7)\}dx=\int_0^6(6x^2-x^3)dx=\left[2x^3-\frac{x^4}{4}\right]_0^6=108$$
이다.</td><td>7</td></tr>
</table>

7. 예시 답안

[1.1] $f(x)=ax-3$, $g(x)=a\sqrt{x}$ 라고 하자. 접점에서의 접선이 $y=f(x)$이므로

$$a=g'(x)=\frac{1}{2}ax^{-\frac{1}{2}},\ x=\frac{1}{4}$$

이다. $f(x)$와 $g(x)$에 $x=\frac{1}{4}$을 대입하면

$$f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{a}{4}-3=a\sqrt{\frac{1}{4}}=g\left(\frac{1}{4}\right)$$

이므로 $a=-12$이다. 앞서 구한 $x=\frac{1}{4}$과 $a=-12$를 직선의 방정식에 대입하면

$$y=-12\times\frac{1}{4}-3=-6$$

이다. 따라서 접점의 좌표와 상수 a는 각각 $\left(\frac{1}{4},\ -6\right)$과 -12이다.

[1.2] 수열 $\{a_n\}$의 공비를 r이라고 하면 수열 $\{b_n\}$의 첫째항은 $\frac{1}{a_1}$이고 공비는 $-r$이다. 따라서

$$\sum_{n=1}^{\infty}c_n=\frac{\frac{1}{a_1}}{1-r}=1,\ \sum_{n=1}^{\infty}d_n=\frac{a_1}{1+r}=2\ (-1<r<1)$$

이다. 첫 번째 식으로부터 구한 $a_1=\frac{1}{1-r}$을 두 번째 식에 대입하면

$$(1-r)(1+r)=\frac{1}{2}$$

이므로, $r=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 또는 $r=-\frac{\sqrt{2}}{2}$이다.

$r=\frac{\sqrt{2}}{2}$일 때, $a_1=2+\sqrt{2}$이고

$$\sum_{n=1}^{\infty}a_n+2\sum_{n=1}^{\infty}b_n=\frac{a_1}{1-r}+2\frac{\frac{1}{a_1}}{1+r}=(6+4\sqrt{2})+2(3-2\sqrt{2})=12$$

이다. 마찬가지로 $r=-\frac{\sqrt{2}}{2}$일 때, $a_1=2-\sqrt{2}$이고

$$\sum_{n=1}^{\infty}a_n+2\sum_{n=1}^{\infty}b_n=\frac{a_1}{1-r}+2\frac{\frac{1}{a_1}}{1+r}=(6-4\sqrt{2})+2(3+2\sqrt{2})=12$$

이다. 따라서 구하는 값은 12이다.

[1.3] 곡선 $y=f(x)=x^3-6x^2+7$의 함수를 미분하면

$$f'(x)=3x^2-12x=3x(x-4)$$

이다. 따라서 점 $(0,7)$에서 곡선에 접하는 접선의 기울기는 0이고 접선의 방정식은 $y=7$이다. 접선 $y=7$과 곡선 $y=f(x)$의 교점의 x좌표는

$$x^3-6x^2=x^2(x-6)=0$$

이므로 $x=0$, $x=6$이다. 또한 $y=f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면

x	$\cdots$	0	$\cdots$	4	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	7 (극대)	$\searrow$	-25 (극소)	$\nearrow$

이므로, $y=f(x)$는 $x=0$에서 극댓값을 갖고, 구간 $0\le x\le 6$에서 $y=7$보다 아래에 위치한다.
따라서 구하는 도형의 넓이는

$$\int_0^6\{7-(x^3-6x^2+7)\}dx=\int_0^6(6x^2-x^3)dx=\left[2x^3-\frac{x^4}{4}\right]_0^6=108$$

이다.

문항카드 5

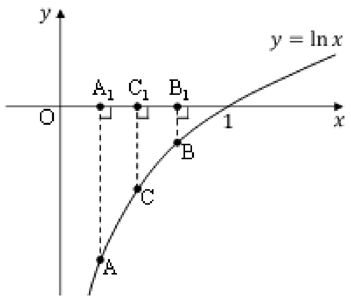
1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술(논술전형)	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(수학)-2차 / 문제 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I, 수학 II, 미적분
	핵심개념 및 용어	로그함수, 도함수, 넓이와 적분, 최댓값과 최솟값
예상 소요 시간	33분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

아래 그림과 같이 곡선 $y=\ln x$ 위에 두 점 $\mathrm{A}(a,\ln a)$와 $\mathrm{B}(b,\ln b)$ $(0<a<b<1)$가 있다.



(가) 곡선 위의 점 C에서의 접선이 직선 AB와 평행하다.

(나) 점 A, B, C에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 $\mathrm{A_1}$, $\mathrm{B_1}$, $\mathrm{C_1}$이라고 하자.

[2.1] 점 C의 x좌표를 a와 b에 대한 식으로 나타내시오.

[2.2] 곡선 $y=\ln x$와 두 선분 $\mathrm{AC_1}$, $\mathrm{BC_1}$으로 둘러싸인 도형의 넓이 S를 a와 b에 대한 식으로 나타내시오.

[2.3] $b=2a$일 때, 문항 [2.2]의 넓이 S의 최댓값을 구하시오.

3. 출제 의도

정적분, 부분적분법, 도함수, 최댓값 등에 관한 내용을 알고 있는지 평가하는 문제이다. 이를 위하여 자연로그 함수 그래프 위에 있는 임의의 두 점에 대하여 제시문에 설명된 도형을 이해하고, 그 도형의 넓이를 구할 수 있는지 확인하고자 하였다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

[2.1] 접선의 기울기를 알고 있는 어떤 점의 좌표를 구할 수 있는지 평가한다.

[2.2] 로그함수의 그래프와 두 직선으로 이루어진 도형의 넓이를 정적분을 이용하여 구할 수 있는지 평가한다. 로그함수의 부분적분을 계산할 수 있어야 하고, 로그의 성질을 적절히 이용하여 정적분 결과를 간단히 정리할 수 있어야 한다.

[2.3] 문항 [2.2]에서 구한 도형의 넓이를 나타내는 함수의 최댓값을 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문	[수학Ⅰ] - (1) 함수 - 2 지수함수와 로그함수 [12수학Ⅰ01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.
2.1	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - 1 미분계수 [12수학Ⅱ02-02] 미분계수의 기하적 의미를 이해한다. [미적분] - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다.
2.2	[미적분] - (3) 적분법 - 1 여러 가지 적분법 [12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [미적분] - (3) 적분법 -2 정적분의 활용 [12미적03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
2.3	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - 3 도함수의 활용 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - 3 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 Ⅰ	고성은 외	좋은책신사고	2021	43~45
	수학 Ⅱ	고성은 외	좋은책신사고	2021	53~58
	수학 Ⅱ	고성은 외	좋은책신사고	2021	83~90
	미적분	고성은 외	좋은책신사고	2021	55~57 102~108 140~144 155~156

5. 문항 해설

[2.1] 주어진 조건을 만족하는 점의 좌표를 표현하는 문제로 로그함수를 미분할 수 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

[2.2] 곡선 및 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 문제로 적분을 이용하여 넓이를 구할 수 있고, 로그함수를 부분적분법을 이용하여 적분할 수 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

[2.3] 문제에서 요구하는 범위에서 함수의 최댓값을 구하는 문제로 로그함수와 다항함수의 합으로 표현된 함수를 미분할 수 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2.1	$y' = \frac{1}{x}$ 이고 직선 AB 의 기울기는 $\frac{\ln b - \ln a}{b-a}$ 이므로	4
	$\frac{1}{x} = \frac{\ln b - \ln a}{b-a}$ 로부터 $x = \frac{b-a}{\ln b - \ln a}$ 이다.	4
2.2	넓이 S는 x축과 곡선 $y = \ln x$ 사이의 넓이에서 삼각형 $\mathrm{A_1AC_1}$과 삼각형 $\mathrm{C_1BB_1}$의 넓이를 빼면 구할 수 있다. 따라서 $$S = -\int_a^b \ln x\,dx - \frac{1}{2}\left(\frac{b-a}{\ln b - \ln a} - a\right) \times (-\ln a) - \frac{1}{2}\left(b - \frac{b-a}{\ln b - \ln a}\right) \times (-\ln b)$$ $$= -\int_a^b \ln x\,dx + \frac{1}{2}(b\ln b - a\ln a - b + a)$$ 이고,	6
	부분적분하면 $$S = -\left[x\ln x - x\right]_a^b + \frac{1}{2}(b\ln b - a\ln a - b + a)$$ $$= -\frac{1}{2}(b\ln b - a\ln a) + \frac{1}{2}(b-a)$$ 이다.	6
2.3	$b = 2a$ 이므로 넓이 S는 a에 대한 함수 $$S(a) = -\frac{1}{2}\{2a\ln(2a) - a\ln a\} + \frac{1}{2}a = -a\ln 2 - \frac{1}{2}a\ln a + \frac{1}{2}a$$ 이고 $$S'(a) = -\ln 2 - \frac{1}{2}\ln a$$ 이다. 따라서 $a = \frac{1}{4}$ 일 때, $S'(a) = 0$ 이다.	7
	이때 $S'(a)$ 의 부호는 양에서 음으로 바뀌므로 최댓값은 $$S\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\ln\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$ 이다.	6

7. 예시 답안

[2.1] $y' = \dfrac{1}{x}$이고 직선 AB의 기울기는 $\dfrac{\ln b - \ln a}{b-a}$이므로

$$\frac{1}{x} = \frac{\ln b - \ln a}{b-a}$$

이고, $x = \dfrac{b-a}{\ln b - \ln a}$이다.

[2.2] 넓이 S는 x축과 곡선 $y = \ln x$ 사이의 넓이에서 삼각형 $\mathrm{A_1AC_1}$과 삼각형 $\mathrm{C_1BB_1}$의 넓이를 빼면 구할 수 있다. 따라서

$$\begin{aligned} S &= -\int_a^b \ln x\, dx - \frac{1}{2}\left(\frac{b-a}{\ln b - \ln a} - a\right) \times (-\ln a) - \frac{1}{2}\left(b - \frac{b-a}{\ln b - \ln a}\right) \times (-\ln b) \\ &= -\int_a^b \ln x\, dx + \frac{1}{2}(b\ln b - a\ln a - b + a) \end{aligned}$$

이고, 부분적분하면

$$\begin{aligned} S &= -\left[x\ln x - x\right]_a^b + \frac{1}{2}(b\ln b - a\ln a - b + a) \\ &= -\frac{1}{2}(b\ln b - a\ln a) + \frac{1}{2}(b-a) \end{aligned}$$

이다.

[2.3] $b = 2a$이므로 넓이 S는 a에 대한 함수

$$S(a) = -\frac{1}{2}\{2a\ln(2a) - a\ln a\} + \frac{1}{2}a = -a\ln 2 - \frac{1}{2}a\ln a + \frac{1}{2}a$$

이고

$$S'(a) = -\ln 2 - \frac{1}{2}\ln a$$

이다. 따라서 $a = \dfrac{1}{4}$일 때, $S'(a) = 0$이다. 이때 $S'(a)$의 부호는 양에서 음으로 바뀌므로 최댓값은

$$S\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\ln\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

이다.

문항카드 6

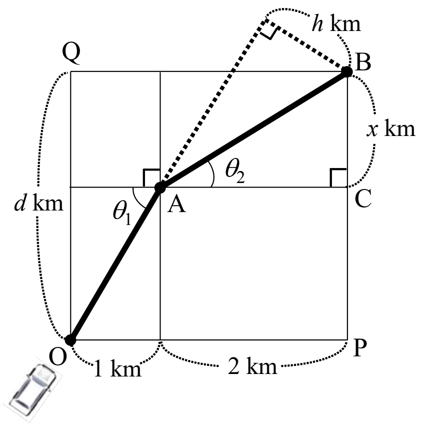
1. 일반 정보

유형	☑ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술(논술전형)	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(수학)-2차 / 문제 3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I, 수학 II, 미적분
	핵심개념 및 용어	속도와 거리, 삼각함수, 최댓값과 최솟값
예상 소요 시간	33분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

아래 그림은 자동차가 점 O에서 출발하여 직선도로 OA와 AB를 거쳐 B에 이르는 경로를 보여준다.



(가) 직사각형 OPBQ에서 $\overline{\mathrm{OP}} = 3\,\mathrm{km}$, $\overline{\mathrm{OQ}} = d\,\mathrm{km}$ (d는 상수)이다.

(나) 도로 OA와 AB에서 $1\,\mathrm{km}$를 주행하는 데 필요한 연료의 양은 각각 1과 k이다.

(다) 직선 AC가 도로 OA, AB와 이루는 예각의 크기는 각각 θ_1과 θ_2이다.

(라) 점 B와 직선 AC, 직선 OA 사이의 거리는 각각 $x\,\mathrm{km}$와 $h\,\mathrm{km}$이다.

[3.1] 점 O에서 출발하여 직선도로 OA와 AB를 거쳐 B에 이르기까지 필요한 연료의 총량 $f(x)$를 구하시오.

[3.2] $k = \dfrac{3}{2}$일 경우, 문항 [3.1]의 $f(x)$는 $x = \sqrt{2}$일 때 최솟값을 갖는다. 이때 θ_1의 값을 구하시오.

[3.3] $k = \dfrac{3}{2}$일 경우, 문항 [3.1]의 $f(x)$는 $x = \sqrt{2}$일 때 최솟값을 갖는다. 이때 h의 값을 구하시오.

3. 출제 의도

자연현상 및 공학 문제를 모사한 수학적 모델을 이해하고, 수학 개념을 이용하여 원하는 물리량(거리, 면적, 부피, 속도, 각도 등)을 계산할 수 있는 능력이 필요하다. 따라서 이차원 평면에 모델링된 문제를 명확하게 이해하고, 꼭 필요한 수학 개념인 미분과 삼각함수를 이용하여 각도와 거리를 계산할 수 있는지 평가한다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

[3.1] 서술된 문제를 이해하여 함수를 설계할 수 있는지 평가한다.
[3.2] 주어진 조건과 무리함수에 대한 미분을 이용하여 거리를 구하고, 삼각함수를 이용하여 각도를 구할 수 있는지 평가한다.
[3.3] 주어진 조건과 삼각함수 덧셈공식, 사인과 코사인의 관계식을 이용하여 직각삼각형의 한 변의 길이를 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문	[미적분] - (2) 미분법 - 3 도함수의 활용 [12미적02-14] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다.
3.1	[수학] - (2) 기하 - 1 평면좌표 [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
3.2	[수학I] - (2) 삼각함수 - 1 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학I02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트 함수의 그래프를 그릴 수 있다. [수학II] - (2) 미분법 - 3 도함수의 활용 [12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - 2 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다.
3.3	[수학] - (2) 기하 - 1 평면좌표 [10수학02-03] 직선의 방정식을 구할 수 있다. [10수학02-05] 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	홍성복 외	지학사	2021	111~114
	수학	황선욱 외	미래엔	2021	125~127 132~134

	수학 I	홍성복 외	지학사	2021	75~79
	수학 II	고성은 외	좋은책신사고	2021	83~90
	미적분	고성은 외	좋은책신사고	2020	58~65 80~84 97~99

5. 문항 해설

[3.1] 문제의 조건을 만족하는 연료의 양을 함수로 나타내는 식으로 단위 거리에 필요한 연료의 개념을 이해하고 있다면 쉽게 해결할 수 있다.

[3.2] [3.1]에서 구한 무리함수의 도함수가 해를 가질 때 극솟값을 가짐을 이해하는지 묻는 문항으로 무리함수를 미분할 수 있고 삼각함수의 특수각에서의 함숫값을 알고 있다면 쉽게 해결할 수 있다.

[3.3] [3.1]에서 구한 무리함수가 극솟값을 가질 때 문제에서 설정된 각도를 이용하여 필요한 거리를 구하는 문제로 무리함수의 도함수와 삼각함수의 합의 공식을 알고 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3.1	$\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{(d-x)^2+1}$, $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{x^2+4}$ 이므로	6
	필요한 총 연료의 양은 다음과 같다. $f(x)=\sqrt{(d-x)^2+1}+k\sqrt{x^2+4}$	3
3.2	$f'(x)=\dfrac{x-d}{\sqrt{(d-x)^2+1}}+\dfrac{kx}{\sqrt{x^2+4}}=0$	6
	주어진 값 $k=\dfrac{3}{2}$과 $x=\sqrt{2}$를 위 방정식에 대입하면 $\dfrac{\sqrt{2}-d}{\sqrt{(d-\sqrt{2})^2+1}}+\dfrac{3}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2+4}}=0$ 이고 $d=\sqrt{2}\pm\sqrt{3}$ 이다. $d>0$ 이므로 $d=\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 이고,	4
	θ_1이 예각인 직각삼각형에서 $\tan\theta_1=\dfrac{d-x}{1}=\sqrt{3}$ 이므로 $\theta_1=\dfrac{\pi}{3}$ 이다.	4
3.3	$h=\overline{\mathrm{AB}}\sin(\theta_1-\theta_2)=\overline{\mathrm{AB}}(\sin\theta_1\cos\theta_2-\cos\theta_1\sin\theta_2)$ 이다.	5
	주어진 값 $k=\dfrac{3}{2}$, $x=\sqrt{2}$와 문항 [3.2]에서 구한 $\theta_1=\dfrac{\pi}{3}$를 이용하면 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{6}$, $\sin\theta_1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\theta_1=\dfrac{1}{2}$ 이고	5

	$$\sin\theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}},\quad \cos\theta_2 = \sqrt{1-\sin^2\theta_2} = \sqrt{1-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$ 이다. 따라서 $$h = \sqrt{6}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$ 이다.

7. 예시 답안

[3.1] 각 도로의 길이는

$$\overline{\mathrm{OA}} = \sqrt{(d-x)^2+1},\quad \overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{x^2+4}$$

이므로 필요한 총 연료의 양은

$$f(x) = \sqrt{(d-x)^2+1} + k\sqrt{x^2+4}$$

이다.

[3.2] $f'(x)=0$일 때, $f(x)$가 최소이므로

$$f'(x) = \frac{x-d}{\sqrt{(d-x)^2+1}} + \frac{kx}{\sqrt{x^2+4}} = 0$$

이다. 주어진 값 $k=\frac{3}{2}$과 $x=\sqrt{2}$를 위 방정식에 대입하면

$$\frac{\sqrt{2}-d}{\sqrt{(d-\sqrt{2})^2+1}} + \frac{3}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2+4}} = 0$$

이고 $d=\sqrt{2}\pm\sqrt{3}$이다. $d>0$이므로 $d=\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 이고, θ_1이 예각인 직각삼각형에서

$$\tan\theta_1 = \frac{d-x}{1} = \sqrt{3}$$

이므로 $\theta_1 = \frac{\pi}{3}$이다.

[3.3] h가 한 변인 직각삼각형에서

$$h = \overline{\mathrm{AB}}\sin(\theta_1-\theta_2) = \overline{\mathrm{AB}}(\sin\theta_1\cos\theta_2 - \cos\theta_1\sin\theta_2)$$

이다. 주어진 값 $k=\frac{3}{2}$, $x=\sqrt{2}$와 문항 [3.2]에서 구한 $\theta_1=\frac{\pi}{3}$를 이용하면

$$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{6},\ \sin\theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \cos\theta_1 = \frac{1}{2}$$

이고

$$\sin\theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}},\quad \cos\theta_2 = \sqrt{1-\sin^2\theta_2} = \sqrt{1-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

이다. 따라서

$$h = \sqrt{6}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

이다.

[3.3] 문항 [3.2]에서 구한 $d=\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 이고 $x=\sqrt{2}$ 이므로, 점 A가 원점인 좌표계에서 점 O와 B의 좌표는 각각 $(-1,\ -\sqrt{3})$과 $(2,\ \sqrt{2})$이다. 따라서 직선 OA의 방정식은 $y=\sqrt{3}x$ 이고, 직선 OA에서 점 B까지의 거리는

$$h=\frac{|2\sqrt{3}-\sqrt{2}|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}}=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

이다.

문항카드 7

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열-3차 / 문제1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I, 미적분
	핵심개념 및 용어	음함수의 미분법, 지수함수, 로그함수, 삼각함수, 등차수열, 급수의 합
예상 소요 시간	34분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[문제 1] 다음 물음에 답하시오.

[1.1] 곡선 $\cos(x-y)+x^2+y^2=9$가 직선 $y=x$와 만나는 점을 모두 구하고, 각 점에서의 접선의 방정식을 구하시오.

[1.2] 함수 $y=\frac{1}{1024}4^{-x}+\frac{3}{2}$의 그래프는 함수 $f(x)=a^x(a>0,\ a\neq 1)$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 것이다. 1이 아닌 양수 b에 대하여 $3\log_b a=\frac{4}{4a-3}$가 성립한다. 함수 $g(x)=mn\log_b x$에 대하여 $(g\circ f)(5)$의 값을 구하시오.

[1.3] 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\sin x$가 직선 $y=\frac{x}{(2n-1)\pi}$와 만나는 점의 개수를 a_n이라고 할 때, 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n a_{n+1}}$의 합을 구하시오.

3. 출제 의도

고등학교 과정에서 다루는 기본적인 내용을 이해하고 있는지 평가하고자 하였다. 이를 위해 음함수 미분법, 접선의 방정식, 지수함수와 로그함수, 그래프의 평행이동, 삼각함수, 수열, 여러 가지 수열의 합 등 다양한 개념에 대한 지식을 갖추고 있는지 평가하는 항목으로 문제를 구성하였다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

[1.1] 음함수의 미분법을 이해하여 접선의 방정식을 구하는 데 적용할 수 있는지 평가한다.
[1.2] 지수함수와 로그함수의 성질과 그래프의 평행이동을 이해하여 질문에 답할 수 있는지 평가한다.

[1.3] 삼각함수의 그래프를 이해하여 등차수열을 찾을 수 있는지와 수렴하는 급수의 합을 계산할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
1.1	[미적분] - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-05] 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - 2 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. [12미적02-09] 음함수와 역함수를 미분할 수 있다. [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
1.2	[수학] - (3) 도형의 방정식 - 4 도형의 이동 [10수학02-08] 평행이동의 의미를 이해한다. [수학Ⅰ] - (1) 지수함수와 로그함수 - 1 지수와 로그 [12수학Ⅰ01-03] 지수법칙을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있다. [12수학Ⅰ01-04] 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. [수학Ⅰ] - (1) 지수함수와 로그함수 - 2 지수함수와 로그함수 [12수학Ⅰ01-06] 지수함수와 로그함수의 뜻을 안다. [12수학Ⅰ01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.
1.3	[수학Ⅰ] - (2) 삼각함수 - 1 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학Ⅰ02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. [수학Ⅰ] - (3) 수열 - 1 등차수열과 등비수열 [12수학Ⅰ03-02] 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다. [수학Ⅰ] - (3) 수열 - 2 수열의 합 [12수학Ⅰ03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	권오남 외	㈜교학사	2020	219~222
	수학Ⅰ	홍성복 외	지학사	2020	50~57 81~88
	수학Ⅰ	김원경 외	비상교육	2021	10~31 37~52
	수학Ⅰ	권오남 외	㈜교학사	2020	118~120
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2021	30~33
	미적분	고성은 외	좋은책 신사고	2021	70~71 87~88
	미적분	홍성복 외	지학사	2021	111~113

5. 문항 해설

[1.1] 주어진 식을 만족하는 도형의 접선의 방정식을 구하는 문제로 식으로 주어진 두 그래프의 교점을 이차방정식으로 구하고 음함수의 미분법으로 접선의 방정식을 구할 수 있다면 쉽게

해결할 수 있다.

[1.2] 두 지수함수의 그래프가 서로 평행이동인 관계에 있을 때 이동한 방법을 묻는 문제로 도형의 평행이동, 지수함수, 로그함수를 알고 있다면 쉽게 해결할 수 있다.

[1.3] 주어진 식을 만족하는 등차수열의 식을 세우고 수렴하는 급수의 합을 묻는 문제로 원점을 지나는 직선과 삼각함수의 그래프의 교점을 구하고 부분분수를 변형하는 방법을 알고 있다면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

<table>
<tr><th>하위 문항</th><th>채점 기준</th><th>배점</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1.1</td><td>$y=x$를 $\cos(x-y)+x^2+y^2=9$에 대입하면 $\cos(x-x)+x^2+x^2=9$
이므로 $x=\pm 2$ 이다. 따라서 곡선과 직선이 만나는 점은 $(2,2)$ 와 $(-2,-2)$ 이다.</td><td>4</td></tr>
<tr><td>만나는 점에서의 접선의 기울기 $\frac{dy}{dx}$ 를 구하기 위해 곡선의 방정식 양변을 x에 대해 미분하여 정리하면 다음과 같다.
$$\frac{dy}{dx}=\frac{\sin(x-y)-2x}{\sin(x-y)+2y}$$</td><td>4</td></tr>
<tr><td>만나는 점 $(2,2)$ 와 $(-2,-2)$ 에서 접선의 기울기는 각각
$$\frac{\sin(2-2)-4}{\sin(2-2)+4}=-1,\ \frac{\sin(-2+2)+4}{\sin(-2+2)-4}=-1$$
이다. 따라서 접선의 방정식은 각각 다음과 같다.
$$y=-x+4,\ y=-x-4$$</td><td>4</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.2</td><td>$y=\frac{1}{1024}4^{-x}+\frac{3}{2}=\left(\frac{1}{4}\right)^{x+5}+\frac{3}{2}$ 이므로, $a=\frac{1}{4}$, $m=-5$, $n=\frac{3}{2}$ 이다.
$a=\frac{1}{4}$ 을 $3\log_b a=\frac{4}{4a-3}$ 에 대입하면 $-3\log_b 4=-2$ 이므로 $b=8$ 이다.</td><td>8</td></tr>
<tr><td>따라서 $f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^x$, $g(x)=-\frac{15}{2}\log_8 x$ 이므로 다음을 얻는다.
$$(g\circ f)(5)=-\frac{15}{2}\log_8 4^{-5}=-\frac{15}{2}\times(-5)\times\frac{2}{3}=25$$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>1.3</td><td>$n=1$ 일 때 $y=\frac{x}{\pi}$ 의 그래프와 $y=\sin x$ 는 원점을 포함하여 $x\ge 0$ 에서 두 개의 교점을 갖는다.
$y=\frac{x}{\pi}$, $y=\sin x$ 모두 원점대칭이므로 $-\pi<x\le 0$ 에서 원점을 포함하여 두 개의 교점을 갖게 되므로 $a_1=2+2-1=3$ 이다.
$n\ge 2$ 인 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=\sin x$ 와 직선 $y=\frac{1}{(2n-1)\pi}x$ 는 $0\le x<(2n-2)\pi$ 에서 주기 2π 마다 2 개씩의 교점이 있으므로 원점을 포함하여 $2n-2$ 개의 교점을 갖는다.
또 $(2n-2)\pi<x<(2n-1)\pi$ 에서 2 개의 교점을 갖고 $x\ge(2n-1)\pi$ 에서는 교점이 없다.
따라서 $x\ge 0$ 에서 $2n$ 개의 교점을 갖는다. 곡선 $y=\sin x$ 와 직선 $y=\frac{1}{(2n-1)\pi}x$ 가 모두 원점대칭임을 생각하면 $x\le 0$ 에서 원점을 포함하여 $2n$ 개의 교점이 있으므로</td><td>5</td></tr>
</table>

	$a_n = 2n + 2n - 1 = 4n - 1$이다.

7. 예시 답안

[1.1] $y = x$를 $\cos(x-y) + x^2 + y^2 = 9$에 대입하면

$$\cos(x-x) + x^2 + x^2 = 9$$

이므로 $x = \pm 2$이다. 따라서 곡선과 직선이 만나는 점은 $(2, 2)$와 $(-2, -2)$이다.

만나는 점에서의 접선의 기울기 $\frac{dy}{dx}$를 구하기 위해 곡선의 방정식 양변을 x에 대해 미분하면

$$-\left(1 - \frac{dy}{dx}\right)\sin(x-y) + 2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

이고, 이를 정리하면

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin(x-y) - 2x}{\sin(x-y) + 2y}$$

이다. 만나는 점 $(2, 2)$와 $(-2, -2)$에서 접선의 기울기는 각각

$$\frac{\sin(2-2) - 4}{\sin(2-2) + 4} = -1, \quad \frac{\sin(-2+2) + 4}{\sin(-2+2) - 4} = -1$$

이다. 따라서 접선의 방정식은 각각

$$y = -x + 4, \; y = -x - 4$$

이다.

[1.2] $y = \frac{1}{1024}4^{-x} + \frac{3}{2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+5} + \frac{3}{2}$이므로, $a = \frac{1}{4}$, $m = -5$, $n = \frac{3}{2}$이다.

$a = \frac{1}{4}$을 $3\log_b a = \frac{4}{4a-3}$에 대입하면 $-3\log_b 4 = -2$이므로 $b = 8$이다.

따라서 $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$, $g(x) = -\frac{15}{2}\log_8 x$이므로

$$(g \circ f)(5) = -\frac{15}{2}\log_8 4^{-5} = -\frac{15}{2} \times (-5) \times \frac{2}{3} = 25$$

이다.

[1.3] $n = 1$일 때 $y = \frac{x}{\pi}$의 그래프와 $y = \sin x$는 원점을 포함하여 $x \geq 0$에서 두 개의 교점을 갖는다.

$y = \frac{x}{\pi}$, $y = \sin x$ 모두 원점대칭이므로 $-\pi < x \leq 0$에서 원점을 포함하여 두 개의 교점을 갖게 되므로 $a_1 = 2 + 2 - 1 = 3$이다.

$n \geq 2$인 자연수 n에 대하여 곡선 $y = \sin x$와 직선 $y = \frac{1}{(2n-1)\pi}x$는 $0 \leq x < (2n-2)\pi$에서 주기 2π마다 2개씩의 교점이 있으므로 원점을 포함하여 $2n-2$개의 교점을 갖는다.
또 $(2n-2)\pi < x < (2n-1)\pi$에서 2개의 교점을 갖고 $x \geq (2n-1)\pi$에서는 교점이 없다. 따라서 $x \geq 0$에서 $2n$개의 교점을 갖는다. 곡선 $y = \sin x$와 직선 $y = \frac{1}{(2n-1)\pi}x$가 모두 원점대칭임을

생각하면 $x \le 0$에서 원점을 포함하여 $2n$개의 교점이 있으므로 $a_n = 2n + 2n - 1 = 4n - 1$이다.

따라서 주어진 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}}$의 제$n$항까지의 부분합을 S_n이라고 하면

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(4k-1)(4k+3)} = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{4k-1} - \frac{1}{4k+3} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{11} \right) + \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{15} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{4n-1} - \frac{1}{4n+3} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4n+3} \right) = \frac{1}{12} - \frac{1}{16n+12} \end{aligned}$$

이므로

$$\lim_{n \to \infty} S_n = \lim_{n \to \infty} \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{16n+12} \right) = \frac{1}{12}$$

즉 주어진 급수의 값은 $\frac{1}{12}$이다.

문항카드 8

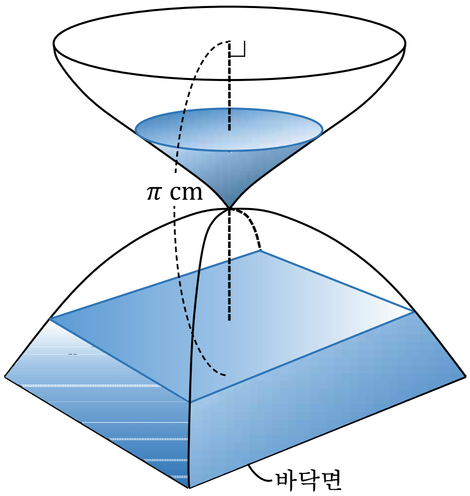
1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열-3차 / 문제2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I, 수학 II, 미적분
	핵심개념 및 용어	정적분, 치환적분, 부분적분, 삼각함수의 적분
예상 소요 시간	33분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

아래 그림과 같이 위쪽과 아래쪽 입체도형의 높이가 각각 $\frac{\pi}{2}$ cm인 물시계의 내부에 물이 일부 채워져 있다.



(가) 아래쪽 입체도형에 채워진 물의 높이가 바닥면으로부터 x cm일 때, 수면은 한 변의 길이가 $\sqrt{\pi^2 - 2\pi x}$ cm인 정사각형이다.

(나) 위쪽 입체도형에 채워진 물의 수면으로부터 바닥면까지의 수직거리가 x cm일 때, 수면은 반지름의 길이가 $\sqrt{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)(1 + \cos 2x)}$ cm인 원이다.

(다) 크기를 무시할 수 있는 작은 구멍을 통해 물이 $\frac{\pi^3}{25}$ cm^3/분의 속도로 위쪽 입체도형에서 아래쪽 입체도형으로 떨어진다.

[2.1] 아래쪽 입체도형의 부피를 구하시오.

[2.2] 위쪽 입체도형의 부피를 구하시오.

[2.3] 처음에 위쪽 입체도형에만 물이 가득 차 있었을 때, 4분 후 아래쪽 입체도형에 채워진 물의 높이를 구하시오.

3. 출제 의도

문제에서 주어진 상황을 이해하고 이를 수학적으로 기술하는 능력이 반드시 필요하다. 예를 들어 주어진 입체도형의 부피는 단면적의 넓이를 수식으로 나타내고 이를 적분함으로써 구할 수 있다. 이 문제를 풀기 위한 수학적 개념은 원의 방정식, 삼각함수의 그래프, 치환적분법, 부분적분법, 정적분 등 이공계 대학생이 갖춰야 할 기초지식으로 고등학생이 알아야 할 기본적인 내용이다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

[2.1] 단면적의 넓이를 정적분하여 입체도형의 부피를 계산할 수 있는지 평가한다.
[2.2] 치환적분법, 부분적분법을 활용하여 삼각함수가 포함된 합성함수의 정적분을 계산할 수 있는지 평가한다.
[2.3] 주어진 상황을 이해하고 정적분을 통해 질문에 답할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
2.1	[수학 II] - (3) 적분 - 2 정적분 [12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다. [미적분] - (3) 적분법 - 2 정적분의 활용 [12미적03-06] 입체도형의 부피를 구할 수 있다.
2.2	[수학 I] - (2) 삼각함수 - 1 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학Ⅰ02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-05] 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다. [미적분] - (3) 적분법 - 1 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다. [미적분] - (3) 적분법 - 2 정적분의 활용 [12미적03-06] 입체도형의 부피를 구할 수 있다.
2.3	[수학] - (1) 다항식 - 3 인수분해 [10수학01-04] 다항식의 인수분해를 할 수 있다. [수학 II] - (3) 적분 - 2 정적분 [12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	류희찬 외	좋은책신사고	2021	28~31
	수학 I	류희찬 외	천재교과서	2021	84~96
	수학 I	권오남 외	㈜교학사	2021	85~87
	미적분	김원경 외	비상교육	2020	121~133
	미적분	권오남 외	㈜교학사	2021	74~76 140~148 158~161 176~178

5. 문항 해설

[2.1] 입체도형의 단면의 넓이를 적분하여 부피를 구하는 문제로 주어진 정사각형의 한 변의 길이를 통해 단면적의 함수를 구하고 이를 정적분하면 쉽게 해결할 수 있다.

[2.2] 주어진 입체도형의 단면은 원이므로 주어진 반지름을 통해 단면적의 함수를 구하고 이를 정적분하면 부피를 구할 수 있다. 정적분 과정에서 치환적분법과 부분적분법, 그리고 사인함수와 코사인함수의 적분을 활용하면 쉽게 해결할 수 있다.

[2.3] 일정한 속도로 증가하는 부피에 대해 주어진 시각에서의 부피를 구하고 이를 정적분을 통해 계산한 부피의 식과 같음을 통해 이차방정식을 얻을 수 있고, 인수분해를 통해 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2.1	단면의 넓이가 $\pi^2-2\pi x$이므로 다음의 적분식으로 쓸 수 있다. $$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\pi^2-2\pi x)dx$$	5
	따라서 적분을 계산하면 아래쪽 입체도형의 부피는 $\frac{\pi^3}{4}\ \mathrm{cm}^3$이다.	5
2.2	단면의 넓이가 $\pi\left(x-\frac{\pi}{2}\right)(1+\cos 2x)$이므로 적분식으로 쓰면 다음과 같다. $$V=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\pi\left(x-\frac{\pi}{2}\right)(1+\cos 2x)\,dx$$	5
	$x-\frac{\pi}{2}$를 t로 치환하면 $$V=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\pi t\{1+\cos(2t+\pi)\}\,dt=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}(t-t\cos 2t)dt$$ 이다. 부분적분하면	8

	$$\int t\cos 2t\,dt = \frac{1}{2}t\sin 2t + \frac{1}{4}\cos 2t + C \ \ (C\text{는 적분상수})$$ 이므로 $$V=\pi\left[\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{2}t\sin 2t-\frac{1}{4}\cos 2t\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi^3}{8}+\frac{\pi}{2}$$ 이다. 따라서 위쪽 입체도형의 부피는 $\left(\frac{\pi^3}{8}+\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{cm}^3$이다.	
2.3	4분 후 아래쪽 입체도형에 채워진 물의 부피는 $\frac{4\pi^3}{25}$이며, 물의 높이를 h라 하면 $$\int_0^h (\pi^2-2\pi x)dx = \pi^2 h - \pi h^2 = \frac{4\pi^3}{25}$$ 이다.	5
	이를 정리하여 인수분해하면 $$h^2-\pi h+\frac{4\pi^2}{25} = \left(h-\frac{\pi}{5}\right)\left(h-\frac{4\pi}{5}\right)=0$$ 이다. $0 \le h \le \frac{\pi}{2}$이므로 물의 높이는 $\frac{\pi}{5}$ cm이다.	5

7. 예시 답안

[2.1] 단면의 넓이가 $\pi^2-2\pi x$이므로

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\pi^2-2\pi x)dx = \left[\pi^2 x-\pi x^2\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^3}{4}$$

이다. 따라서 아래쪽 입체도형의 부피는 $\frac{\pi^3}{4}\ \mathrm{cm}^3$이다.

[2.2] 단면의 넓이가 $\pi\left(x-\frac{\pi}{2}\right)(1+\cos 2x)$이므로

$$V=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\pi\left(x-\frac{\pi}{2}\right)(1+\cos 2x)\,dx$$

이다. $x-\frac{\pi}{2}$를 t로 치환하면

$$V=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\pi t\{1+\cos(2t+\pi)\}\,dt = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}(t-t\cos 2t)dt$$

이다. 부분적분하면

$$\int t\cos 2t\,dt = \frac{1}{2}t\sin 2t + \frac{1}{4}\cos 2t + C \ \ (C\text{는 적분상수})$$

이므로

$$V=\pi\left[\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{2}t\sin 2t-\frac{1}{4}\cos 2t\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi^3}{8}+\frac{\pi}{2}$$

이다. 따라서 위쪽 입체도형의 부피는 $\left(\frac{\pi^3}{8}+\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{cm}^3$이다.

[2.3] 4분 후 아래쪽 입체도형에 채워진 물의 부피는 $\frac{4\pi^3}{25}$이며, 물의 높이를 h라 하면

$$\int_0^h (\pi^2 - 2\pi x)dx = \pi^2 h - \pi h^2 = \frac{4\pi^3}{25}$$

이다. 이를 정리하여 인수분해하면

$$h^2 - \pi h + \frac{4\pi^2}{25} = \left(h - \frac{\pi}{5}\right)\left(h - \frac{4\pi}{5}\right) = 0$$

이다. $0 \le h \le \frac{\pi}{2}$이므로 물의 높이는 $\frac{\pi}{5}\,\mathrm{cm}$이다.

문항카드 9

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열-3차 / 문제3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I, 수학 II, 미적분
	핵심개념 및 용어	극대와 극소, 근과 계수와의 관계, 삼각함수, 미분법
예상 소요 시간	33분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 함수 $f(x)=x^3+tx^2+9x+15$ (t는 실수)가 다음 조건을 만족한다.

(1) $x=\alpha$에서 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.

(2) $x=\beta$에서 함수 $f(x)$는 극솟값을 갖는다.

(3) $\alpha<0$이고 $\beta<0$이다.

(나) 제시문 (가)를 만족하는 실수 t에 대하여 점 $\mathrm{P}(\alpha, \mathrm{f}(\alpha))$, $\mathrm{Q}(\beta, f(\beta))$가 있다. 원점 O와 점 P, Q에 대하여 동경 OP, OQ가 나타내는 각의 크기를 각각 θ_1, θ_2라고 하자.

[3.1] 제시문 (가)를 만족하는 실수 t의 값의 범위를 구하시오.

[3.2] 제시문 (가)를 만족하는 실수 t에 대하여 $\alpha^2-\beta^2$을 t에 대한 식으로 나타내시오.

[3.3] 제시문 (나)의 θ_1과 θ_2에 대하여 $\tan\theta_1-\tan\theta_2$를 t에 대한 함수 $g(t)$로 나타내시오.

[3.4] 문항 [3.3]의 함수 $g(t)$의 최댓값을 구하시오.

3. 출제 의도

주어진 상황을 함수로 표현하여 함수의 최댓값 또는 최솟값을 구하는 문제로써 이해하는 것은 수학의 개념 및 응용에서 빈번하게 등장한다. 본 문항에서는 주어진 상황을 함수를 이용하여 표현할 수 있는지, 함수의 최댓값을 미분을 활용하여 찾을 수 있는지, 함수의 표현 및 미분 과정에서 다항함수, 무리함수, 삼각함수를 활용할 수 있는지를 종합적으로 평가하고자 하였다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

[3.1] 극대-극소 판별을 위해 이차함수의 그래프를 활용할 수 있는지 평가한다.
[3.2] 이차방정식의 근과 계수와의 관계를 이해하고 있는지 평가한다.
[3.3] 삼각함수의 의미를 알고 수식으로 표현할 수 있는지 평가한다.
[3.4] 미분을 활용하여 최댓값을 찾을 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
3.1	[수학 II] - (2) 미분 - ② 도함수 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [수학 I] - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학Ⅰ02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다. [12수학Ⅰ02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.
3.2	[수학] - (2) 방정식과 부등식 - ② 이차방정식과 이차함수 [10수학01-08] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이해한다.
3.3	[수학 I] - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학Ⅰ02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다. [12수학Ⅰ02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. [수학] - (2) 방정식과 부등식 - ② 이차방정식과 이차함수 [10수학01-08] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이해한다.
3.4	[미적분] - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. [수학 II] - (2) 미분 - ② 도함수 [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	박교식 외	동아출판	2020	52~54
	수학 I	홍성복 외	지학사	2021	69~79
	수학 II	홍성복 외	지학사	2021	83~89
	수학 II	고성은 외	좋은책신사고	2021	61~66
	미적분	황선욱 외	미래엔	2020	86~89

5. 문항 해설

[3.1] 극대와 극소의 의미를 알고 이차방정식의 판별식 및 근과 계수와의 관계를 알면 쉽게 해결할 수 있다.

[3.2] 극값에서 도함수의 값이 0이 된다는 사실을 알고 있다면 이차방정식의 근과 계수와의 관계로부터 쉽게 해결할 수 있다.

[3.3] 일반각과 삼각함수의 개념을 알고 있다면 이차방정식의 근과 계수와의 관계로부터 쉽게 해결할 수 있다.

[3.4] 합성함수의 미분법을 알고 도함수의 부호로부터 함수의 극대와 극소를 판별할 수 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

<table>
<tr><th>하위 문항</th><th>채점 기준</th><th>배점</th></tr>
<tr><td rowspan="2">3.1</td><td>$f'(x)=3x^2+2tx+9$</td><td>3</td></tr>
<tr><td>함수 $f(x)$가 극댓값과 극솟값을 갖기 위해서는 $f'(x)=0$이 서로 다른 두 실근을 가져야 한다. 따라서 판별식이 양수이므로 $t^2-27>0$이다. 제시문 (가)로부터 α와 β가 모두 음수이므로 $\alpha\beta=3>0$과 $\alpha+\beta=-\frac{2}{3}t<0$이어야 한다. 따라서 $t>3\sqrt{3}$이다.</td><td>6</td></tr>
<tr><td>3.2</td><td>α와 β는 방정식 $f'(x)=3x^2+2tx+9=0$의 두 근이다. $f'(x)=0$의 두 근은
$x=\frac{-t\pm\sqrt{t^2-27}}{3}$ 이고 $\alpha<\beta$이므로 $\alpha+\beta=-\frac{2t}{3}$, $\alpha\beta=3$, $\alpha-\beta=-\frac{2}{3}\sqrt{t^2-27}$ 이다.
그러므로
$$\alpha^2-\beta^2=(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)=\frac{4t}{9}\sqrt{t^2-27}$$
이다.</td><td>5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3.3</td><td>$\tan\theta_1=\frac{f(\alpha)}{\alpha}$, $\tan\theta_2=\frac{f(\beta)}{\beta}$ 이므로 $g(t)=\frac{f(\alpha)}{\alpha}-\frac{f(\beta)}{\beta}$ 이다.</td><td>5</td></tr>
<tr><td>$$g(t)=\frac{f(\alpha)}{\alpha}-\frac{f(\beta)}{\beta}=\frac{\beta f(\alpha)-\alpha f(\beta)}{\alpha\beta}=\frac{\beta f(\alpha)-\alpha f(\beta)}{3}$$
이다. 이때
$$\begin{aligned}\beta f(\alpha)-\alpha f(\beta)&=\beta(\alpha^3+t\alpha^2+9\alpha+15)-\alpha(\beta^3+t\beta^2+9\beta+15)\\&=(\alpha-\beta)\{\alpha\beta(\alpha+\beta)+3t-15\}=-\frac{2}{3}(t-15)\sqrt{t^2-27}\end{aligned}$$
이다. 따라서 다음의 식을 얻는다.
$$g(t)=\frac{f(\alpha)}{\alpha}-\frac{f(\beta)}{\beta}=-\frac{2}{9}(t-15)\sqrt{t^2-27}$$</td><td>5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3.4</td><td>먼저 $g(t)$를 미분하면
$$g'(t)=-\frac{2(t-9)(2t+3)}{9\sqrt{t^2-27}}$$
이다. $t>3\sqrt{3}$ 이므로 $\sqrt{t^2-27}$ 과 $2t+3$은 양수이고, 함수 $g(t)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.
<table><tr><td>t</td><td>$\cdots$</td><td>9</td><td>$\cdots$</td></tr><tr><td>$g'(t)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>$g(t)$</td><td>↗</td><td>$4\sqrt{6}$
(극대)</td><td>↘</td></tr></table></td><td>6</td></tr>
<tr><td>함수 $g(t)$는 $t=9$에서 극댓값이자 최댓값인 $4\sqrt{6}$을 갖는다.</td><td>3</td></tr>
</table>

7. 예시 답안

[3.1] 함수 $f(x)$를 미분하면 $f'(x)=3x^2+2tx+9$이다. 함수 $f(x)$가 극댓값과 극솟값을 갖기 위해서는 $f'(x)=0$이 서로 다른 두 실근을 가져야 한다. 따라서 판별식이 양수이므로 $t^2-27>0$이다. 제시문 (가)로부터 α와 β가 모두 음수이므로 $\alpha\beta=3>0$이고 $\alpha+\beta=-\frac{2}{3}t<0$이 성립해야 한다. 따라서 $t>3\sqrt{3}$이다.

[3.2] α와 β는 방정식 $f'(x)=3x^2+2tx+9=0$의 두 근이다. $f'(x)=0$의 두 근은

$$x=\frac{-t\pm\sqrt{t^2-27}}{3}$$

이고 $\alpha<\beta$이므로

$$\alpha+\beta=-\frac{2t}{3},\ \alpha\beta=3,\ \alpha-\beta=-\frac{2}{3}\sqrt{t^2-27}$$

이다. 그러므로

$$\alpha^2-\beta^2=(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)=\frac{4t}{9}\sqrt{t^2-27}$$

이다.

[3.3] $\tan\theta_1=\frac{f(\alpha)}{\alpha}$, $\tan\theta_2=\frac{f(\beta)}{\beta}$이므로

$$g(t)=\frac{f(\alpha)}{\alpha}-\frac{f(\beta)}{\beta}=\frac{\beta f(\alpha)-\alpha f(\beta)}{\alpha\beta}=\frac{\beta f(\alpha)-\alpha f(\beta)}{3}$$

이다. 이때

$$\begin{aligned}\beta f(\alpha)-\alpha f(\beta)&=\beta(\alpha^3+t\alpha^2+9\alpha+15)-\alpha(\beta^3+t\beta^2+9\beta+15)\\&=(\alpha-\beta)\{\alpha\beta(\alpha+\beta)+3t-15\}\\&=-\frac{2}{3}(t-15)\sqrt{t^2-27}\end{aligned}$$

이다. 따라서

$$g(t)=\frac{f(\alpha)}{\alpha}-\frac{f(\beta)}{\beta}=-\frac{2}{9}(t-15)\sqrt{t^2-27}$$

이다.

[3.4] 먼저 $g(t)$를 미분하면

$$g'(t)=-\frac{2(t-9)(2t+3)}{9\sqrt{t^2-27}}$$

이다. $t>3\sqrt{3}$이므로 $\sqrt{t^2-27}$과 $2t+3$은 양수이고, 함수 $g(t)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

t	$\cdots$	9	$\cdots$
$g'(t)$	$+$	0	$-$
$g(t)$	$\nearrow$	$4\sqrt{6}$ (극대)	$\searrow$

따라서 함수 $g(t)$는 $t=9$에서 극댓값이자 최댓값인 $4\sqrt{6}$을 갖는다.

문항카드 10

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열-4차 / 문제1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I, 수학 II, 확률과 통계
	핵심개념 및 용어	방정식, 다항함수의 미분, 접선의 방정식, 수열, 수열의 합, 이항분포
예상 소요 시간	34분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[문제 1] 다음 물음에 답하시오.

[1.1] 두 함수 $f(x)=|x^3-2x|$, $g(x)=x^2$에 대하여 그래프 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 제1사분면에 있는 교점을 모두 구하고, 각 교점을 접점으로 하는 $y=f(x)$의 접선의 방정식을 구하시오.

[1.2] 첫째항이 0이 아닌 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{(k+2)a_{k+1}}{(k+1)a_k}=n^2+5n$$

일 때, $\dfrac{a_{10}}{a_8}$의 값을 구하시오.

[1.3] 클레이 사격선수 A와 B가 표적을 명중시킬 확률은 각각 $\dfrac{1}{2}$과 p이다. A가 4회의 사격 중 1회 이상 명중시킬 확률과 B가 2회의 사격 중 1회 이상 명중시킬 확률이 같기 위한 p를 구하시오.

3. 출제 의도

고등학교 수학 과정에서 배우는 수학의 내용들은 대학에서 배우는 전공에서 필수 지식을 습득하는 바탕이 된다. 이 문제를 풀기 위한 수학적 개념은 여러 가지 방정식과 함수, 함수에 대한 미분, 수열, 확률 등 고등학생이 알아야 할 기본적인 내용이며 이공계 대학생이 갖춰야 할 기초 지식이기도 하다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

[1.1] 절댓값이 포함된 방정식의 해를 구하고 원하는 점에서의 접선의 방정식을 구할 수 있는지 평가한다.
[1.2] 수열의 합으로 원하는 수열의 성질을 구할 수 있는지 평가한다.
[1.3] 이항분포를 이해하고 원하는 확률을 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
1.1	[수학] - (2) 방정식과 부등식 - 3 여러 가지 방정식과 부등식 [10수학01-12] 간단한 삼차방정식과 사차방정식을 풀 수 있다. [수학 II] - (1) 미분 - 2 도함수 [12수학Ⅱ02-04] 함수 $y=x^n$(n은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다. [12수학Ⅱ02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다. [12수학Ⅱ02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
1.2	[수학 I] - (3) 수열 - 2 수열의 합 [12수학Ⅰ03-04] $\sum$의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12수학Ⅰ03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.
1.3	[확률과 통계] - (3) 통계 - 1 확률분포 [12확통03-01] 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다. [12확통03-03] 이항분포의 뜻을 알고, 평균과 표준편차를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	홍성복 외	지학사	2021	81~83
	수학	이준열 외	천재교육	2021	76~77
	수학 I	박교식 외	동아출판	2018	127~137
	수학 I	황선욱 외	미래엔	2021	143~154
	수학 II	권오남 외	㈜교학사	2021	80~82
	수학 II	고성은 외	좋은책신사고	2020	72~74
	확률과 통계	이준열 외	천재교육	2019	98~99
	확률과 통계	홍성복 외	지학사	2020	92~94

5. 문항 해설

[1.1] 절댓값이 포함된 삼차방정식의 해를 구하여 삼차함수의 그래프의 접선을 구하는 문제로 절댓값의 의미와 접선을 구하는 방법을 알고 있다면 쉽게 해결할 수 있다.

[1.2] 주어진 수열의 합에 대한 식을 통해 일반항을 구하는 문제로 n항까지의 합과 $(n-1)$번 항까지의 합의 차이가 n번째 일반항과 같음을 이용하면 쉽게 해결할 수 있다.

[1.3] 확률로 이해할 수 있는 상황을 이항분포를 이용한 식으로 세워 이차방정식을 풀 수 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1.1	$x>0$에서 방정식 $\lvert x^3-2x\rvert=x^2$의 해는 $x=1,2$이므로 교점은 $(1,1)$, $(2,4)$이다.	4
	$f'(x)=\begin{cases}-3x^2+2 & (0<x<\sqrt{2}) \\ 3x^2-2 & (x>\sqrt{2})\end{cases}$	4
	$(1,1)$에서 접선의 기울기는 $f'(1)=-1$이고 $(2,4)$에서 접선의 기울기는 $f'(2)=10$이다. 따라서 접선의 방정식은 $y=-x+2$와 $y=10x-16$이다.	4
1.2	$\dfrac{11a_{10}}{10a_9}=\sum_{k=1}^{9}\dfrac{(k+2)a_{k+1}}{(k+1)a_k}-\sum_{k=1}^{8}\dfrac{(k+2)a_{k+1}}{(k+1)a_k}=(9^2+5\times9)-(8^2+5\times8)=22$	4
	$\dfrac{10a_9}{9a_8}=\sum_{k=1}^{8}\dfrac{(k+2)a_{k+1}}{(k+1)a_k}-\sum_{k=1}^{7}\dfrac{(k+2)a_{k+1}}{(k+1)a_k}=(8^2+5\times8)-(7^2+5\times7)=20$	4
	$\dfrac{a_{10}}{a_8}=360$	4
1.3	A가 4회의 사격 중 1회 이상 명중시킬 확률은 $_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{15}{16}$ 또는 $1-{}_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{15}{16}$	4
	B가 2회의 사격 중 1회 이상 명중시킬 확률은 $_2C_1p(1-p)+{}_2C_2p^2=p(2-p)$ 또는 $1-{}_2C_0(1-p)^2=p(2-p)$	4
	$p(2-p)=\frac{15}{16}$를 풀면 $p=\frac{3}{4},\frac{5}{4}$이고 $p\le1$이므로 $p=\frac{3}{4}$이다.	2

7. 예시 답안

[1.1] $x>0$에서 방정식 $\lvert x^3-2x\rvert=x^2$의 해는 $x=1,2$이므로 교점은 $(1,1)$, $(2,4)$이다.

$$f(x)=\begin{cases}-x^3+2x & (0<x\le\sqrt{2}) \\ x^3-2x & (x>\sqrt{2})\end{cases}$$

이다. 미분하면

$$f'(x)=\begin{cases}-3x^2+2 & (0<x<\sqrt{2}) \\ 3x^2-2 & (x>\sqrt{2})\end{cases}$$

이므로, $(1,1)$에서 접선의 기울기는 $f'(1)=-1$이고 $(2,4)$에서 접선의 기울기는 $f'(2)=10$이다. 따라서 접선의 방정식은 $y=-x+2$와 $y=10x-16$이다.

[1.2] 주어진 식에서

$$\frac{11a_{10}}{10a_9}=\sum_{k=1}^{9}\frac{(k+2)a_{k+1}}{(k+1)a_k}-\sum_{k=1}^{8}\frac{(k+2)a_{k+1}}{(k+1)a_k}=(9^2+5\times9)-(8^2+5\times8)=22$$

이고

$$\frac{10\,a_9}{9\,a_8}=\sum_{k=1}^{8}\frac{(k+2)a_{k+1}}{(k+1)a_k}-\sum_{k=1}^{7}\frac{(k+2)a_{k+1}}{(k+1)a_k}=(8^2+5\times8)-(7^2+5\times7)=20$$

이므로

$$a_{10}=20a_9,\quad a_9=18a_8$$

이다. 따라서 $\dfrac{a_{10}}{a_8}=360$이다.

[1.3] A가 4회의 사격 중 1회 이상 명중시킬 확률은

$${}_4\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^4+{}_4\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{15}{16}\quad \text{또는}\ 1-{}_4\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{15}{16}$$

이고, B가 2회의 사격 중 1회 이상 명중시킬 확률은

$${}_2\mathrm{C}_1p(1-p)+{}_2\mathrm{C}_2p^2=p(2-p)\quad \text{또는}\ 1-{}_2\mathrm{C}_0(1-p)^2=p(2-p)$$

이다. $p(2-p)=\dfrac{15}{16}$를 풀면 $p=\dfrac{3}{4},\dfrac{5}{4}$이고 $p\le 1$이므로 $p=\dfrac{3}{4}$이다.

문항카드 11

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열-4차 / 문제2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	미적분
	핵심개념 및 용어	지수함수, 수열의 극한, 최댓값과 최솟값
예상 소요 시간	33분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 곡선 $y=e^x$ (e는 자연상수) 위의 점 $(0,1)$에서의 접선의 방정식을 $y=f(x)$라고 하자.
(나) 수렴하는 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}b_n=\alpha$이고, 수열 $\{c_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_n\le c_n\le b_n$이면 $\lim\limits_{n\to\infty}c_n=\alpha$이다.

[2.1] 제시문 (가)의 $f(x)$에 대하여 $e^x-f(x)$의 최솟값을 구하시오.

[2.2] $0\le x\le 1$에서 $2x^2+x+1-e^x$의 최솟값을 구하시오.

[2.3] 문항 [2.2]를 이용하여 모든 자연수 n에 대하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

$$\sqrt[n]{e}\le 1+\frac{1}{n}+\frac{2}{n^2}$$

[2.4] 문항 [2.1], [2.3]과 제시문 (나)를 이용하여 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{n\to\infty}n\left(\sqrt[n]{e}-1\right)$$

3. 출제 의도

복잡하고 다루기 어려운 함수를 비교적 간단한 함수를 이용하여 이해하는 것은 학생이 갖춰야 할 기본 소양 중 하나이다. 예를 들어 최근 각광 받는 인공지능 분야에서는 자연에서 등장하는 복잡한 함수를 상대적으로 간단한 인공신경망 함수로 표현한다. 본 문항에서는 다루기 어려운 지수함수의 크기를 비교적 간단한 다항함수와 미분을 이용해서 파악할 수 있는지와 수열의 극한을 이해하고 있는지 평가하고자 하였다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

[2.1] 미분을 이용하여 접선의 방정식 및 최솟값을 구할 수 있는지 평가한다.
[2.2] 미분을 이용하여 최솟값을 구할 수 있는지 평가한다.
[2.3] 함수를 이용하여 부등식을 증명할 수 있는지 평가한다.
[2.4] 주어진 상황을 이해하고 이를 활용하여 수열의 극한을 계산할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문	[미적분] - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다. [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다. [미적분] - (1) 수열의 극한 - 1 수열의 극한 [12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다.
2.1	[미적분] - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다. [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다. [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. [12미적02-13] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.
2.2	[미적분] - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다. [12미적02-10] 이계도함수를 구할 수 있다. [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. [12미적02-13] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.
2.3	[미적분] - (2) 미분법 - 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-13] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.
2.4	[미적분] - (1) 수열의 극한 - 1 수열의 극한 [12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	권오남 외	㈜교학사	2021	17~22 60~63
	미적분	고성은 외	좋은책신사고	2021	15~18 55~57

5. 문항 해설

[2.1] 지수함수를 미분할 수 있고 미분을 이용하여 접선의 방정식과 최대-최소를 구할 수 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

[2.2] 지수함수를 미분할 수 있고 미분을 이용하여 함수의 증감과 최대-최소를 판별할 수 있으면 쉽게 해결할 수 있다.
[2.3] 함수의 최솟값과 부등식 사이의 관계를 알고 있으면 쉽게 해결할 수 있다.
[2.4] 수열의 극한에 대한 성질을 알고 앞서 제시된 문제들 사이의 연관성을 이해하고 있으면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

<table>
<tr><th>하위 문항</th><th>채점 기준</th><th>배점</th></tr>
<tr><td rowspan="2">2.1</td><td>$y=e^x$를 미분하면 $y'=e^x$이므로 점 $(0,1)$에서 접선의 기울기는 1이다. 따라서
$f(x)=x+1$
이다.</td><td>3</td></tr>
<tr><td>$g(x)=e^x-x-1$이라고 하자. $g(x)$를 미분하면
$$g'(x)=e^x-1$$
이므로 $g(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.
<table>
<tr><td>x</td><td>$\cdots$</td><td>0</td><td>$\cdots$</td></tr>
<tr><td>$g'(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td>$\searrow$</td><td>0
(극소)</td><td>$\nearrow$</td></tr>
</table>
따라서 $g(0)=0$은 극솟값이자 최솟값이다.</td><td>6</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.2</td><td>$h(x)=2x^2+x+1-e^x$이라고 하면
$$h'(x)=4x+1-e^x,\ h''(x)=4-e^x$$
이다. 열린구간 $(0,1)$에서 $h''(x)>0$이므로 $h'(x)$는 구간 $(0,1)$에서 증가한다. 한편 $h'(0)=0$이므로 $0<x<1$에서 $h'(x)>0$이다.
따라서 $h(x)$는 열린구간 $(0,1)$에서 극값을 가지지 않는다.</td><td>6</td></tr>
<tr><td>$$h(0)=0,\ h(1)>0$$
이므로 함수 $h(x)$의 최솟값은 0이다.</td><td>3</td></tr>
<tr><td>2.3</td><td>문항 [2.2]에 의해서 $0\le x\le 1$에서 $2x^2+x+1-e^x\ge 0$이므로 부등식
$$e^x\le 1+x+2x^2$$
이 성립한다. 모든 자연수 n에 대하여 $0<\frac{1}{n}\le 1$이므로 $x=\frac{1}{n}$을 위 부등식에 대입하면
$$\sqrt[n]{e}\le 1+\frac{1}{n}+\frac{2}{n^2}$$
가 성립한다.</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2.4</td><td>문항 [2.1]에 의해서 $e^x\ge 1+x$가 성립한다. 여기서 $x=\frac{1}{n}$을 대입하면, 모든 자연수 n에 대하여
$$\frac{1}{n}\le\sqrt[n]{e}-1$$
이 성립함을 알 수 있다. 또 문항 [2.3]에 의하여</td><td>6</td></tr>
</table>

	$$\sqrt[n]{e}-1 \le \frac{1}{n}+\frac{2}{n^2}$$ 가 모든 자연수 n에 대하여 성립한다. $c_n = n(\sqrt[n]{e}-1)$이라고 하면 모든 자연수 n에 대하여 $$1 \le c_n \le 1+\frac{2}{n}$$ 가 성립한다.	
	$a_n = 1,\ b_n = 1+\frac{2}{n}$라고 하면 $$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} b_n = 1$$ 이므로 제시문 (나)에 의하여 $$\lim_{n\to\infty} n(\sqrt[n]{e}-1) = 1$$ 이다.	3

7. 예시 답안

[2.1] $y = e^x$를 미분하면 $y' = e^x$이므로 점 $(0, 1)$에서 접선의 기울기는 1이다.
따라서 $f(x) = x+1$이다. $g(x) = e^x - x - 1$이라고 하자. $g(x)$를 미분하면

$$g'(x) = e^x - 1$$

이므로 $g(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	0	$\cdots$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$\searrow$	0 (극소)	$\nearrow$

따라서 $g(0) = 0$은 극솟값이자 최솟값이다.

[2.2] $h(x) = 2x^2 + x + 1 - e^x$이라고 하면

$$h'(x) = 4x + 1 - e^x,\ h''(x) = 4 - e^x$$

이다. 열린구간 $(0, 1)$에서 $h''(x) > 0$이므로 $h'(x)$는 구간 $(0, 1)$에서 증가한다.
한편 $h'(0) = 0$이므로 $0 < x < 1$에서 $h'(x) > 0$이다.
따라서 $h(x)$는 열린구간 $(0, 1)$에서 극값을 가지지 않는다.
여기서 $h(0) = 0,\ h(1) > 0$이므로 함수 $h(x)$의 최솟값은 0이다.

[2.3] 문항 [2.2]에 의해서 $0 \le x \le 1$에서 $2x^2 + x + 1 - e^x \ge 0$이므로 부등식

$$e^x \le 1 + x + 2x^2$$

이 성립한다. 모든 자연수 n에 대하여 $0 < \frac{1}{n} \le 1$이므로 $x = \frac{1}{n}$을 위 부등식에 대입하면

$$\sqrt[n]{e} \le 1 + \frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}$$

가 성립한다.

[2.4] 문항 [2.1]에 의해서 $e^x \geq 1+x$가 성립한다. 여기서 $x=\frac{1}{n}$을 대입하면, 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{1}{n} \leq \sqrt[n]{e}-1$$

이 성립함을 알 수 있다. 또 문항 [2.3]에 의하여

$$\sqrt[n]{e}-1 \leq \frac{1}{n}+\frac{2}{n^2}$$

가 모든 자연수 n에 대하여 성립한다. $c_n = n(\sqrt[n]{e}-1)$이라고 하면 모든 자연수 n에 대하여

$$1 \leq c_n \leq 1+\frac{2}{n}$$

가 성립한다. $a_n = 1$, $b_n = 1+\frac{2}{n}$라고 하면

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} b_n = 1$$

이므로 제시문 (나)에 의하여

$$\lim_{n\to\infty} n(\sqrt[n]{e}-1) = 1$$

이다.

문항카드 12

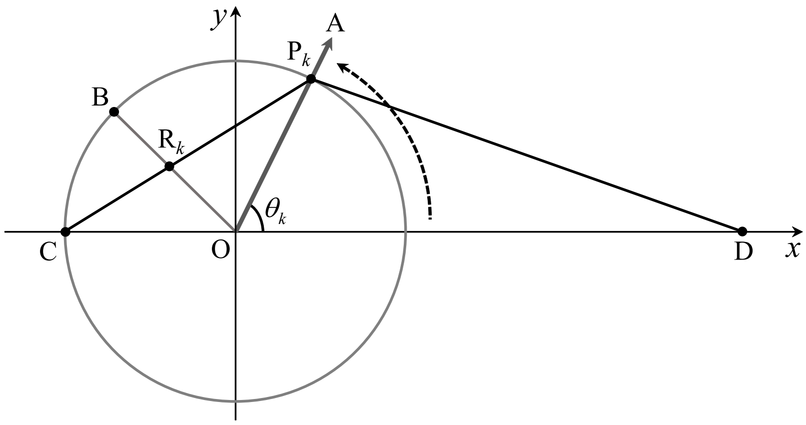
1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열-4차 / 문제3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I, 미적분
	핵심개념 및 용어	삼각함수, 삼각함수의 그래프, 수열의 합, 정적분
예상 소요 시간	33분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

아래 그림은 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원, 그리고 x축의 양의 방향을 시초선으로 하여 반시계방향으로 회전하는 동경 OA를 나타낸다.



(가) 점 $\mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}$의 좌표는 각각 $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $(-1, 0)$, $(3, 0)$이다.

(나) 시초선을 출발한 동경 OA는 매 초마다 같은 크기의 각으로 회전하여 n초 후에 선분 OB와 겹친다. $1 \le k \le n$인 k에 대하여 k초 후에 동경 OA가 시초선과 이루는 각은 θ_k $\left(0 \le \theta_k \le \frac{3\pi}{4}\right)$이고 원과 만나는 교점은 P_k이다. (단, k와 n은 자연수)

(다) $1 \le k \le n$인 k에 대하여 선분 CP_k와 선분 OB의 교점은 R_k이고 선분 OR_k의 길이를 L_k, 선분 CR_k의 길이를 M_k, 삼각형 CDP_k의 넓이를 S_k라고 하자.

[3.1] L_k를 θ_k에 대한 식으로 나타내시오.

[3.2] $n=3$일 때, $\sum_{k=1}^{3}\left(M_k^2 - L_k^2\right)$의 값을 구하시오.

[3.3] 자연수 n에 대하여 $T_n = \sum_{k=1}^{n} S_k$일 때, $\lim_{n \to \infty} \frac{T_n}{n}$의 값을 구하시오.

3. 출제 의도

주어진 상황을 이해하고 이를 수학적으로 기술하는 능력이 반드시 필요하다. 예를 들어 원운동이나 주기운동의 경우 물체의 운동을 삼각함수 등을 이용하여 기술할 수 있다. 이 문제를 풀기 위한 수학적 개념인 직선의 방정식, 삼각함수의 정의 및 법칙, 정적분과 급수의 합 사이의 관계 등은 학생이 갖춰야 할 기초지식이다.

각 문항별 출제 의도는 다음과 같다.

[3.1] 삼각함수, 호도법의 뜻을 알고 직선의 방정식을 활용하여 조건에 맞는 값을 구할 수 있는지 평가한다.
[3.2] 코사인법칙과 수열의 합을 이용하여 질문에 답할 수 있는지 평가한다.
[3.3] 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 바탕으로 질문에 답할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문	[수학 I] - (2) 삼각함수 - 1 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학 I 02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다. [미적분] - (3) 적분법 - 2 정적분의 활용 [12미적03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
3.1	[수학] - (3) 도형의 방정식 - 2 직선의 방정식 [10수학02-03] 직선의 방정식을 구할 수 있다. [수학 I] - (2) 삼각함수 - 1 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학 I 02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다. [12수학 I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.
3.2	[수학 I] - (2) 삼각함수 - 1 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학 I 02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [수학 I] - (3) 수열 - 2 수열의 합 [12수학 I 03-04] $\sum$의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
3.3	[미적분] - (3) 적분법 - 1 여러 가지 적분법 [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다. [미적분] - (3) 적분법 - 2 정적분의 활용 [12미적03-04] 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 이해한다. [12미적03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	홍성복 외	지학사	2021	126-139
	수학 Ⅰ	황선욱 외	비상교육	2021	64~91 94~107
	미적분	황선욱 외	비상교육	2020	28~31 121~125 143~146
	미적분	홍성복 외	지학사	2021	161~165

5. 문항 해설

[3.1] 두 점을 지나는 직선의 방정식을 구한 뒤 두 직선의 교점을 찾아 선분이 가지는 길이를 알 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.

[3.2] 코사인법칙을 이용하여 한 선분의 길이의 제곱을 구하고, 이와 앞서 구한 선분의 길이의 제곱과의 차이를 찾을 수 있다. 또한 합의 기호 Σ의 의미를 이해하고 식을 간단히 정리할 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.

[3.3] 삼각형에서의 넓이를 구하고 급수와 정적분의 관계를 이해하고 있다면 정적분의 계산을 통하여 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3.1	교점 R_k의 좌표는 $\left(-\dfrac{\sin\theta_k}{\sin\theta_k+\cos\theta_k+1}, \dfrac{\sin\theta_k}{\sin\theta_k+\cos\theta_k+1}\right)$이다.	5
	$L_k=\dfrac{\sqrt{2}\sin\theta_k}{\sin\theta_k+\cos\theta_k+1}$	5
3.2	삼각형 $\mathrm{R}_k\mathrm{CO}$에서 코사인법칙을 이용하면 $M_k^2=L_k^2+1-2L_k\cos\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=L_k^2+1-\sqrt{2}\,L_k$ 이다.	5
	$\theta_k=\dfrac{3\pi}{4n}k$이므로 $n=3$일 때 $\theta_k=\dfrac{\pi}{4}k$이다. 따라서 구하고자 하는 값은 $\displaystyle\sum_{k=1}^{3}\left(M_k^2-L_k^2\right)=\sum_{k=1}^{3}\left(1-\sqrt{2}\,L_k\right)=3-2\sum_{k=1}^{3}\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}k\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4}k\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}k\right)+1}$ $=3-2\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=0$ 이다.	5

3.3	$\theta_k = \frac{3\pi}{4n}k$이므로 $$S_k = \frac{1}{2}\times 4\times \sin\frac{3k\pi}{4n} = 2\sin\frac{3k\pi}{4n},\ T_n = \sum_{k=1}^{n} S_k = \sum_{k=1}^{n} 2\sin\frac{3k\pi}{4n}$$ 이다.	5
	따라서 정적분을 이용하여 극한값을 구하면 $$\lim_{n\to\infty}\frac{T_n}{n} = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} 2\sin\frac{3k\pi}{4n}\frac{1}{n} = \int_0^1 2\sin\left(\frac{3\pi x}{4}\right)dx = -\frac{8}{3\pi}\left[\cos\left(\frac{3\pi x}{4}\right)\right]_0^1 = \frac{8+4\sqrt{2}}{3\pi}$$ 이다.	8

7. 예시 답안

[3.1] 점 P_k의 좌표는 $(\cos\theta_k, \sin\theta_k)$이고 $\mathrm{C}(-1,0)$이므로 점 C와 점 P_k를 지나는 직선의 방정식은 $y = \frac{\sin\theta_k}{\cos\theta_k + 1}(x+1)$이다. 점 O와 점 B를 지나는 직선의 방정식은 $y = -x$이고, 이 두 직선의 교점 R_k의 좌표는 $\left(-\frac{\sin\theta_k}{\sin\theta_k + \cos\theta_k + 1}, \frac{\sin\theta_k}{\sin\theta_k + \cos\theta_k + 1}\right)$이다.

따라서 $L_k = \frac{\sqrt{2}\sin\theta_k}{\sin\theta_k + \cos\theta_k + 1}$ 이다.

[3.2] 삼각형 $\mathrm{R}_k CO$에서 코사인법칙을 이용하면

$$M_k^2 = L_k^2 + 1 - 2L_k\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = L_k^2 + 1 - \sqrt{2}L_k$$

이다. $\theta_k = \frac{3\pi}{4n}k$이므로 $n=3$일 때 $\theta_k = \frac{\pi}{4}k$이다. 따라서 구하고자 하는 값은

$$\sum_{k=1}^{3}\left(M_k^2 - L_k^2\right) = \sum_{k=1}^{3}\left(1 - \sqrt{2}L_k\right) = 3 - 2\sum_{k=1}^{3}\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}k\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4}k\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}k\right) + 1} = 3 - 2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$$

이다.

[3.3] $\theta_k = \frac{3\pi}{4n}k$이므로

$$S_k = \frac{1}{2}\times 4\times \sin\frac{3k\pi}{4n} = 2\sin\frac{3k\pi}{4n},\ T_n = \sum_{k=1}^{n} S_k = \sum_{k=1}^{n} 2\sin\frac{3k\pi}{4n}$$

이다. 따라서 정적분을 이용하여 극한값을 구하면

$$\lim_{n\to\infty}\frac{T_n}{n} = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} 2\sin\frac{3k\pi}{4n}\frac{1}{n} = \int_0^1 2\sin\left(\frac{3\pi x}{4}\right)dx = -\frac{8}{3\pi}\left[\cos\left(\frac{3\pi x}{4}\right)\right]_0^1 = \frac{8+4\sqrt{2}}{3\pi}$$

이다.