

2026학년도

성균관대학교

논술 가이드북

수리 논술

Chapter 01

CONTENTS

2026학년도 성균관대학교 논술전형 안내	06
2026학년도 성균관대학교 논술시험의 특징	11
최근 3개년 논술 출제 핵심 개념 정리	12
출제위원이 말하는 성균관대학교 논술	14
교사가 알려주는 논술시험 대비 요령	16
2025학년도 논술전형 합격자 인터뷰	18
논술시험 실전 Q&A	22
논술시험 유의사항	24

Chapter 02

CONTENTS

1. 모의논술

2026학년도 모의논술 문제	28
2026학년도 모의논술 해설	32
2026학년도 모의논술 출제의도 및 출제방향	43
2026학년도 모의논술 문제 분석	44
2025학년도 모의논술 시험	46
2025학년도 모의논술 해설	50

2. 기출문제

2025학년도 논술시험 기출문제 [수리형 1교시]	64
2025학년도 논술시험 기출문제 해설 [수리형 1교시]	68
2025학년도 논술시험 기출문제 [수리형 2교시]	84
2025학년도 논술시험 기출문제 해설 [수리형 2교시]	88
2025학년도 논술시험 기출문제 [수리형 3교시]	104
2025학년도 논술시험 기출문제 해설 [수리형 3교시]	108

Chapter 01



2026학년도 성균관대학교 논술전형 안내	06
2026학년도 성균관대학교 논술시험의 특징	11
최근 3개년 논술 출제 핵심 개념 정리	12
출제위원이 말하는 성균관대학교 논술	14
교사가 알려주는 논술시험 대비 요령	16
2025학년도 논술전형 합격자 인터뷰	18
논술시험 실전 Q&A	22
논술시험 유의사항	24

2026학년도 논술전형 안내

지원자격

고교졸업(예정)자* 또는 관련 법령에 의하여 이와 동등 이상의 학력이 있다고 인정된 자

*2026년 2월 2학년 수료예정자 중 상급학교 조기입학 자격 부여자
(상급학교 진학대상자) 포함



전형방법

1. 전형요소 및 반영비율 : 논술 100 %

※ 수능 최저학력기준 있음

2. 선발방법

수능 최저학력기준 충족자를 대상으로 논술시험 성적 총점 순으로 최종합격자 선발

3. 논술시험 안내

① 평가시간 : 100분

② 평가내용

언어 논술 국어, 사회(역사/도덕 포함), 한국사 - 3문제

수리 논술 수학, 수학 I, 수학 II - 3문제

③ 출제유형

언어 논술

문제 1 요약형

문제 2 평가·설명형

문제 3 논술·논증형

수리 논술

수학개념 유도 가능성 평가

수학 개념 이해도 평가

문제해결 능력 평가 포함

2026학년도 논술위주전형 주요사항

논술위주전형 언어형/수리형 분리선발

- 문·이과 통합 교육에 따라 수험생 선택의 폭 확대

2025학년도	2026학년도
논술우수	논술위주(언어형)/ 논술위주(수리형)

※ 논술위주 언어형 전형과 수리형 전형은 별개의 전형으로, 두 전형간 중복 지원이 가능함

※ 학교폭력 조치 사항 1호의 경우 전형 총점 10점 감점, 2~9호의 경우 0점 처리함

모집단위 및 모집인원

모집단위	모집인원	설치 학부 / 학과
자유전공계열	15	'하단 참고'
글로벌융합학부	4	인공지능융합전공
사회과학계열	5	행정학과, 정치외교학과, 미디어커뮤니케이션학과, 사회학과, 사회복지학과, 심리학과, 소비자학과, 아동·청소년학과, 경제학과, 통계학과
경영학과	5	
글로벌리더학부	5	
글로벌경제학과	5	
글로벌경영학과	5	
자연과학계열	25	생명과학과, 수학과, 물리학과, 화학과, 식품생명공학과, 바이오메카트로닉스학과, 융합생명공학과
전자전기공학부	25	
공학계열	45	화학공학부, 신소재공학부, 기계공학부, 건설환경공학부, 시스템경영공학과, 나노공학과
소프트웨어학과	10	
반도체시스템공학과	10	
지능형소프트웨어학과	5	
글로벌바이오메디컬공학과	10	
반도체융합공학과	5	
에너지학과	5	
약학과	5	
의예과	5	
건설환경공학부	10	
합계	204	

※ 계열 모집단위 입학생은 교양기초교육을 이수한 후, 2학년 진급 시 모집단위에 설치된 학부/학과를 대상으로 본인의 희망과 1학년 학업성적에 따라 각 입학계열에 설치된 학부/학과에 진입함(설치 학부/학과는 학생정원조정 결과에 따라 변경될 수 있음).

모집단위	전공 진입 가능 학부/학과
자유전공계열	모든 학부/학과 - 의·약학계열, 사범대학, 예체능계열, 융합과학계열 첨단학과(반도체융합공학과, 양자정보공학과, 에너지학과, 바이오신약·규제과학과), 정원의 계약학과(반도체시스템공학과, 지능형소프트웨어학과, 배터리학과), 건축학과(5년제) 제외

※ 자유전공계열 입학생은 교양기초교육을 이수한 후, 2학년(또는 3학년) 진입 시 본인의 희망과 선수과목 등 해당 학부/학과 진입요건 충족 여부에 따라 진입불가 학부/학과를 제외한 모든 학부/학과에 진입함(학부/학과 진입 기회는 1번 부여되며, 설치 학부/학과는 학생정원조정 결과에 따라 변경될 수 있음).

수능 필수응시영역 및 최저학력기준

1. 수능 필수응시영역

전 모집단위 국어, 수학, 영어, 탐구(직탐 불가), 한국사

※ 탐구영역은 반드시 2개 과목을 응시해야 함

2. 수능 최저학력기준

모집단위	수능 최저학력기준
글로벌융합학부, 사회과학계열, 경영학과, 자연과학계열, 전자전기공학부, 공학계열, 건설환경공학부	국어, 수학, 영어, 탐구, 탐구 5개 영역/과목 중 3개 등급합 6등급 이내
자유전공계열, 글로벌리더학부, 글로벌경제학과, 글로벌경영학과, 반도체시스템공학과, 소프트웨어학과, 글로벌바이오메디컬공학과, 지능형소프트웨어학과, 약학과, 반도체융합공학과, 에너지학과	국어, 수학, 영어, 탐구, 탐구 5개 영역/과목 중 3개 등급합 5등급 이내
의예과	국어, 수학, 영어, 탐구(2개 과목 평균) 4개 영역 중 3개 등급합 4등급 이내

※ 제2외국어/한문을 탐구영역 1개 과목으로 대체 가능(의예과 모집단위는 해당하지 않음)

동점자 처리 방법

1. 논술 우선순위 문항 취득점수 상위자

배점이 높은 문항 > 배점이 동일한 경우 문제 번호가 빠른 문항

2. 학교생활기록부 과목별 석차등급 상위자

수학 > 국어 > 사회/과학 > 영어 > 한국사

※ 비교내신 대상자는 논술시험 성적에 의한 비교내신 등급 적용

(2021년 2월 이전 졸업자(고교졸업 후 5년 이상 경과자), 검정고시 출신자, 해외고 졸업자, 반영 교과성적(석차등급)이 없는 자 등)



전형 일정

1. 전체 전형 일정

2025

9

원서접수 : 9. 9.(화) ~ 9. 12.(금) | 10:00 ~ 18:00

서류제출 : 9. 9.(화) ~ 9. 13.(토) | 10:00 ~ 18:00

- 해당자에 한해 우편제출
- 마감일자 동기우편소인 유효

10

논술 시험장 발표 : 10. 28.(화)

- 입학안내 홈페이지에서 개인별 시험장 조회
- 시험장소는 인문사회과학캠퍼스(서울) 또는 자연과학캠퍼스(수원) 중 한 곳에 임의 배정

11

시험일

언어 논술 : 11. 15.(토) | 수리 논술 : 11. 16.(일)

12

최초합격자 발표 : 12. 12.(금) 이전

최초합격자 등록 (온라인 문서등록) : 12. 15.(월) ~ 12. 17.(수) | 10:00 ~ 16:00

추가합격자 발표 : 12. 18.(목) ~ 12. 23.(화) | ~ 18:00

추가합격자 등록 : 12. 18.(목) ~ 12. 24.(수) | ~ 16:00

- 입학안내 홈페이지에서 조회
- 추가합격자는 합격 차수별 지정 기간 내에 등록해야 함

2026

2

합격자 최종등록 (등록금 납부)

2. 3.(화) ~ 2. 5.(목) | ~ 16:00

2. 모집단위별 논술시험 일정



언어 논술		
구분	시간	모집단위
1교시	8:30 ~ 10:10 (08:00 입실완료)	자유전공계열, 글로벌경제학과, 글로벌리더학부, 사회과학계열, 건설환경공학부, 공학계열, 전자전기공학부
2교시	13:00 ~ 14:40 (12:30 입실완료)	인문과학계열, 경영학과, 글로벌경영학과, 글로벌융합학부, 자연과학계열, 소프트웨어학과

수리 논술		
구분	시간	모집단위
1교시	8:30 ~ 10:10 (08:00 입실완료)	글로벌경제학과, 글로벌리더학부, 사회과학계열, 글로벌융합학부, 건설환경공학부, 글로벌이오메디컬공학과, 반도체시스템공학과, 반도체융합공학과, 소프트웨어학과, 에너지학과, 지능형소프트웨어학과
2교시	13:00 ~ 14:40 (12:30 입실완료)	자연과학계열, 공학계열, 전자전기공학부
3교시	17:00 ~ 18:40 (16:30 입실완료)	자유전공계열, 경영학과, 글로벌경영학과, 약학과, 의예과

※ 개인별 시험장 발표 : 2025. 10. 28.(화)

우리대학 입학안내 홈페이지 <https://admission.skku.edu>



시험장소 : 2025.10.28(화) 논술시험장 발표

인문사회과학캠퍼스(서울) 또는 자연과학캠퍼스(수원) 중 한 곳에 임의 배정

※ 수험생이 지원한 모집단위 및 수험번호 순서와 관계없음

준비물 : 수험표, 신분증, 필기구 등(수험생 안내사항(추후 공지 예정) 참조)

2026학년도 논술시험의 특징

논술시험의 특징

1

공교육 기반형 : 고등학교 교육과정과 연계

- 교과서 기반 출제
- 적절한 수준의 난이도

2

수리논술 : 수학 교과 출제

- 수학교과(수학, 수학 I, 수학 II) 내 3개 문제(각 문제는 2~4개의 소문항으로 구성)

3

과정 중심 평가

: 수학개념 유도 가능성 평가, 수학개념 이해도 평가, 문제해결능력 평가 포함

- 단순 답안 도출형 지양
- 해설 및 과정 중심 평가

논술 문제 개요

1. 문제 구성 : 수학 3개 문제(각 문제는 2~4개의 소문항으로 구성되어 있음)
2. 시험범위 : 수학, 수학 I, 수학 II
3. 시험시간 : 100분

답안 작성 포인트

1. 제시문의 활용 - 핵심개념, 핵심용어 사용 및 인용
- 옮겨쓰기 지양
2. 논리적 전개 - 구어체 지양
- 결론에 대한 근거와 적절한 이유
- 핵심용어, 간단 명료하게
3. 수리 계산 - 답안 도출 과정 기술, 풀이과정별 부분점수 부여 가능
4. 시간 안배 - 요점 메모, 시간 정해서 글쓰기 연습
- 답안지 범위 내 답안 작성, 답안 작성 시간 안배

최근 3개년 논술 출제 핵심 개념 정리

2025학년도

논술시험

1교시

문제1 이차함수, 두 점 사이의 거리, 원의 방정식, 접선의 방정식

문제2 극대와 극소, 그래프의 개형, 정적분

문제3 이차방정식과 이차함수, 삼차방정식과 사차방정식, 함수의 증가와 감소, 극대와 극소, 함수의 그래프

2교시

문제1 이차함수, 함수의 그래프의 개형, 최댓값과 최솟값, 정적분, 곡선과 x 축 사이의 넓이

문제2 두 점 사이의 거리, 원과 직선의 위치관계, 합성함수, 삼각함수, 수열의 합

문제3 이차방정식의 근과 계수의 관계, 이차방정식의 판별식, 이차함수의 그래프와 직선의 위치관계, 이차부등식, 함수의 연속성과 미분가능성, 도함수

3교시

문제1 원과 직선의 관계, 사인법칙, 코사인법칙

문제2 이차함수와 직선의 위치관계, 내접, 도형의 넓이, 직선의 평행

문제3 거듭제곱근, 등비수열, 수열의 귀납적 정의, 수열의 합

모의논술

모의논술

등차수열의 활용, 이차함수의 그래프, 이차방정식, 정적분, 이차함수의 최대 최소, 다항식의 인수분해, 이차부등식, 삼차함수의 그래프의 개형

2024학년도

논술시험

1교시

문제1

함수의 그래프의 개형, 접선의 방정식, 극대와 극소, 점과 점 사이의 거리, 대칭이동

문제2

직선의 방정식, 원의 방정식, 이차함수, 사차함수

문제3

이차방정식의 근과 계수의 관계, 접선의 방정식, 도형의 넓이

2교시

문제1

미분계수, 도함수, 극값, 함수의 그래프의 개형, 함수의 최대와 최소

문제2

원과 직선의 위치 관계, 일반각과 호도법, 사인법칙

문제3

이차방정식, 도함수, 정적분

모의논술

모의논술

미분을 활용한 접선의 방정식, 적분을 활용한 도형의 넓이, 지수와 로그, 등비수열, 도함수의 활용, 정적분, 수열의 정의, 함수의 미분 가능, 미분 불가능의 개념, 함수의 그래프의 평행이동, 정적분의 계산

2023학년도

논술시험

1교시

문제1

이차방정식의 근과 계수의 관계, 직선의 방정식, 원의 방정식, 접선의 방정식, 함수의 증가와 감소, 극대와 극소

문제2

연립이차방정식, 사인법칙, 코사인법칙

문제3

삼각함수, 등비수열, 수학적 귀납법

2교시

문제1

인수분해, 등차수열, 등비수열

문제2

삼각함수, 삼각함수의 그래프, 도함수

문제3

정적분, 정적분의 활용, 미분계수, 도함수의 활용

모의논술

모의논술

수학적 귀납법, 이차방정식의 근과 계수의 관계, 등차수열, 함수의 극대와 극소, 다항함수의 정적분, 경우의 수, 연속성과 미분가능성, 평균값 정리, 미분과 적분의 관계 등

출제위원이 말하는 성균관대학교 논술

성균관대학교 논술시험의 특징

성균관대학교 논술시험의 목표는 수험생의 수리 능력을 변별력있게 확인하는 것입니다. 그 과정에서 고등학교 교육 과정을 준수하는 것은 지난 논술에서 꾸준히 하고 철저하게 지켜온 사항입니다. 이를 위해 모든 출판사의 교과서를 구비하여 참조하고 있으며, 문제 출제 시 교과서 이외의 자료를 참고하는 것은 지양하고 있습니다. 또한 고교 교사로 이루어진 자문단을 구성하여, 혹시라도 발생할 수 있는 교육과정 밖의 문제 출제 혹은 수험생에게 익숙하지 않은 용어의 사용 등을 미연에 방지하고자 하는 노력을 이어가고 있습니다.

2026학년도 성균관대학교 수리형 논술은 전년도 기조를 따라 수학 교과에서만 문항을 출제합니다. 수학 분야에서 총 3개의 문항이 도합 100점의 배점으로 주어지고, 각 문항은 2~4개의 소문항으로 구성됩니다. 각 문항의 배점은 문제의 난이도와 복잡도에 비례하게 주어지며, 이는 각 문항을 푸는데 소비하는 시간을 반영하고자 함입니다. 이를 통해 논술시험의 변별력이 주어지게 됩니다. 3개의 문항 각각에 2~4개 정도의 제시문이 주어지는데, 일반적으로 처음 1~2개의 제시문은 문제를 푸는 데 필요한 기본적인 수학 개념 및 정리들을 포함하며, 모든 교과서에 수록되어 있는 보편적인 내용을 담고 있습니다. 그 다음에 주어지는 제시문에서는 소문항에서 풀어야 하는 문제의 기본적인 설정을 설명하는데, 이 역시 교과서에서 다루는 내용을 크게 벗어나지 않아 수험생이 무리없이 이해할 수 있습니다.

각 문항의 특성을 살펴보면, 일반적으로 단일 분야의 문제를 직접적으로 묻기보다는 두 가지 이상의 분야에서 중요한 개념을 결합하여 각 소문항을 통해 체계적이고 다양하게 질문을 던진다는 것을 알 수 있습니다.

방정식과 부등식, 수열, 미분과 적분, 경우의 수에 이르기까지 광범위한 교육과정의 항목들을 반영하는 문제를 출제하고 있으며, 이를 통해 수험생이 종합적인 사고력과 복합적인 문제 해결 능력을 가지고 있는지를 평가하고자 합니다.

특히 첫 번째 문항은 기본적인 수학 개념을 수험생이 올바르게 이해하는지 확인하는 문제로 구성되며, 고등학교 교육과정을 충실히 수행한 수험생이라면 누구든 해결할 수 있도록 조정됩니다. 두 번째 문항과 세 번째 문항은 난이도와 문제의 성격 측면에서 다소 쉽지 않은 문항이 출제됩니다. 이는 전년도 논술의 출제 경향을 그대로 따른 것입니다. 전체적으로 보면 앞서 언급한 바와 같이 교과서를 기본으로 문제를 출제하기 때문에 정상적인 교육을 통해 배양한 수학 능력으로 충분히 해결할 수 있습니다.



논술시험 고득점 전략

1. 교과서 내용 이해

성균관대학교 수리 논술 문제는 철저하게 교육과정 내에서 출제되며, 문제의 내용 또한 모든 교과서에서 공통적으로 사용되는 예를 바탕으로 하기 때문에 교과서의 내용을 충분히 이해하는 것이 우선되어야 합니다. 특히 수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ 과목 출제를 원칙으로 하고 있으므로, 이 과목에서 소개되는 개념을 활용하여 다양한 문제를 풀어보는 것이 도움이 됩니다.

3. 정확한 계산 능력

정확한 계산 능력을 갖추는 것도 필요합니다. 구체적으로 수치화된 답을 요구하는 문제의 경우, 계산의 정확성도 채점 기준의 한 요소가 됩니다. 간혹 사소한 듯 보이는 계산 실수가 전체적인 문제의 핵심을 흐리게 하여, 학생들이 출제자가 의도치 않았던 조건의 문제를 풀어야 하는 상황이 발생하는 경우가 있습니다. 이 경우 채점기준 상 추가적인 감점 요인이 되어 큰 손실이 발생합니다. 필요이상으로 지나치게 복잡한 계산과 답은 지양하지만, 너무 단순한 답인 경우에는 오히려 학생의 논술 능력을 명확히 판단하는 것을 어렵게 만들기 때문에 적절한 계산이 필요하게끔 출제를 합니다. 따라서 논술 시험 도중 본인의 계산이 정확한지 확인하는 과정이 필요하고, 이는 부분 점수의 획득에도 도움이 됩니다.

5. 수학적 개념과 정리

성균관대학교는 논술 문제 출제 시 교육과정 밖의 수학적 개념이나 정리를 활용하여 풀 수 있는 지에 대한 검토가 동시에 이루어집니다. 그 과정을 통해 다른 정리를 활용할 수 있다는 것이 밝혀진다면 그 문제는 수정이 되거나 폐기됩니다. 따라서, 수험생들에게 철저히 교육과정 내의 개념과 정리를 활용하여 풀이를 작성하는 것을 당부합니다. 그렇지 않을 경우 오히려 문제 해결에 더 큰 어려움을 맞닥뜨리게 됩니다.

2. 내신과 수능 대비 학습 심화

우선 대학수학능력시험과 논술시험의 과거 기출문제를 중심으로 풀이 과정을 체계적으로 서술하는 연습을 하는 것이 필요합니다. 논술시험의 채점 시, 문제의 난이도로부터 예상되는 점수와 실제 채점 결과 사이에 꽤 유의미한 차이가 있음을 확인할 수 있습니다. 답안을 체계적으로 작성하지 못하여 채점자가 그 논리를 파악하기 어려운 경우에서부터 충분한 논리없이 답안을 제시한 경우에 이르기까지, 논술시험에서 판단하고자 하는 학생의 논리적 수리능력을 가늠하기 어려운 답안이 가장 큰 이유입니다. 최종 정답만이 필요한 대학수학능력시험과는 달리 논술시험에서는 문제의 풀이과정도 중요한 채점 근거라는 점을 충분히 인지하고, 그 능력을 향상시키기 위한 노력을 해야 합니다. 교과서나 다양한 문제지의 풀이과정을 익히는 것도 도움이 될 것입니다.

4. 수학 개념 및 활용

첫 번째 문항은, 기본적인 수학 개념을 묻거나 이를 간단히 활용하는 문제로 구성됩니다. 고등학교 교육과정을 충실히 이수한 수험생이라면 충분히 풀 수 있는 문제입니다. 교과서에서 새로운 개념을 설명하는 부분을 정확히 파악하고, 이를 스스로 전개할 수 있는 능력이 필요합니다. 두 번째 문항과 세 번째 문항은, 기존에 출제된 수학 문제와 유사하므로 기출문제를 중심으로 어떠한 출제경향을 보이는지 익히는 것도 도움이 될 것입니다. 각 문항별로 1번 소문항에는 가장 쉽게 풀 수 있는 문제가 배치되는 경향이 있기 때문에 이 소문항을 완벽히 푸는 것에 집중하는 것도 좋은 전략일 것입니다.

교사가 알려주는 논술시험 대비 요령

인천예일고등학교 최미희

삼일여자고등학교 장동만

X

성균관대학교 수리 논술의 특징

· 고등학교 교육과정에서 벗어나지 않는다

논술 문제를 출제할 때 고등학교 교육과정에서 벗어나지는 않는지 철저한 검증을 거칩니다. 따라서 1학년 수학, 2학년 수학 I, 수학 II를 벗어나는, 특히 고등학교 교육과정을 벗어나는 어려운 개념을 학습할 필요가 없습니다.

· 문항은 기존에 보아오던 유형에서 출발한다

논술 문제 출제는 수많은 교과서 분석에서부터 시작합니다. 그러다 보니 교과서에서 자주 보던 유형에서 출발합니다. 직사각형의 종이를 접는 문제, 곡선과 x축 사이의 넓이 등이 그렇습니다. 기존의 유형에서 생각의 방향을 조금 바꾸는 것, 그것이 필요합니다.

· 제시문에서 활용해야 하는 개념을 알려준다

제시문은 새로운 개념을 설명하기 위해 존재하는 것이 아니라 이 문항을 해결하기 위한 핵심 개념을 설명하기 위해 존재합니다. 제시문이 힌트가 될 수 있으니 문제 해결을 위해 반드시 해당 개념을 활용하세요.

· 소문항들은 문항의 풀이 방향을 알려준다

각 문항의 소문항들은 같은 방향성을 가지고 심화하도록 배치되어 있습니다. 어려운 문제라고 당황하지 말고, 첫 소문항부터 차근차근 해결해 보세요. 분명 풀이 방향을 알려줄 거예요.

성균관대학교 수리 논술의 특징

① 기본에 충실하기

논술 문항 출제는 교과서와 교육과정에서 출발합니다. 따라서 기본 개념에 충실해야 합니다. 다만 개념을 단순히 계산을 위한 도구로 생각하기 보다는 그것이 어떤 의미를 갖는지 이해해야 합니다. 이번 2026학년도 모의논술 [문제 3]도 도함수가 접선과 연결되어 있다는 사실을 파악해야 해결이 가능한 문제였습니다.

특히 수학이라는 과목은 기본 개념을 바탕으로 계산력을 키워서 보다 복잡한 개념으로 연계할 수 있도록 학습해야 합니다. 학교 시험을 통해 기본 개념을 연습하고, 나아가 수능시험 준비를 통해 복잡한 개념까지 범위를 확장할 수 있습니다. 결국 내신, 수능, 논술시험 모두 기본에 충실하는 것이 준비의 시작입니다.

② 요령 부리지 않기

간혹 극한 문제를 풀면서 로피탈의 정리를 활용하지 않으면 효율적이지 않다고 생각하거나, 삼각형의 넓이를 구하면서 신발끈 공식을 이용해야 한다고 생각하는 학생들이 있습니다. 그러나 답을 작성하는 과정에서 교육과정에서 벗어난 경우, 혹은 과정을 지나치게 생략하는 경우에는 오히려 감점 요인이 될 수 있습니다.

또한 논술 문제 해결 과정에서 정확한 계산은 반드시 필요합니다. 한군데에서 계산 실수가 발생하면 그 이후에도 영향을 줄 수 있기 때문입니다. 그런데 학생 중에 지나치게 암산을 하는 학생들이 있습니다. 차분히 계산을 하기 보다 암산을 하며 빠른 결과를 도출하려고 하다 보면 실수가 발생하기 마련입니다.

③ 정확한 표현 사용하기

학교 정기고사에서 서술형 채점을 하다 보면 가장 기본적인 기호 사용이나 표현이 올바르지 않아 답답할 때가 많습니다. 예를 들어, $\sin$ 을 s 로만 쓴다든지, $\lim$ 을 흘려 쓰는 등의 경우입니다. 명확히 쓰지 않으면 제대로 전달할 수 없습니다.

④ 친구들에게 설명하기

다른 사람에게 설명하는 것은 가장 좋은 학습 방법입니다. 다른 사람에게 설명하려면 본인 스스로 이해가 충분히 되어야 하고, 논리적으로 설명을 해야 다른 사람이 이해하기 때문입니다. 그 과정에서 개념을 정확히 이해하고, 올바르게 활용할 수 있습니다.

⑤ 왜 그럴까 질문하기

'이건 왜 그럴까요?', '이렇게 생각하면 안 되는 걸까요?' 등의 질문을 던져보세요. 다른 사람이 제시하는 풀이를 그대로 받아들이기보다는, 평소 비판적으로 생각하고 논리적으로 생각하려는 노력이 중요할 수 있습니다. 이러한 과정에서 사고가 유연해지고 다른 관점에서 바라보는 시각을 기를 수 있습니다.

⑥ 모의고사 활용하기

고등학교 3학년 학력평가 및 모의평가는 6번 시행됩니다. 이 시험에서 4점짜리 문항에 대한 기본적인 분석과 자신만의 풀이 방법을 찾는 연습을 해봅시다. 이는 수능 수학에 대한 준비이기도 하지만 수리논술을 위해서도 필요하니까요. 다만 수능 수학 준비는 답을 찾는 것에 중점을 두되, 수리논술은 그 과정에 집중하여 직접 손으로 풀이과정을 작성하는 연습이 필요합니다. 논술은 정답을 찾는 것만이 아니라 정답을 찾아가는 과정의 논리성을 갖춰야 하기 때문입니다.

⑦ 기출문제 풀어보기 (예시답안 참고하기)

항상 첫 번째 시험을 못 보고 점점 향상되는 학생들이 있습니다. 그 이유를 살펴보면 매년 담당하는 선생님이 달라지니까 그 선생님의 경향 파악이 안 되어 그런 경우들이 있었습니다. 경향 파악은 중요합니다. 기출문제를 많이 접해보세요. 그러다 보면 어떤 부분에서 많이 출제되고 있는지 확인할 수 있을 거예요. 논술 가이드북에서도 볼 수 있지만 미분과 적분, 수열 부분이 많이 등장하고 있는 것을 확인할 수 있습니다. 누군가 알려주는 것보다는 스스로 파악하고 연습하는 것이 도움이 될 거예요.

⑧ 논술 가이드북 보기

가장 중요한 것은 출제자들이 어떤 생각을 가지고 문제 출제를 하는지 알아야 하는 것이 아닐까요? 어떤 평가든 출제는 학생의 생각대로 출제되는 것이 아니라 출제자의 생각대로 출제됩니다. 출제자의 의도를 파악하려고 노력해 보세요.

대부분의 대학은 논술 안내 책자를 통해 전년도 기출문항에 대한 출제의도, 배점, 문항해설 등을 공개합니다. 이 책자를 읽고 대학에서 요구하는 의도와 해설을 확인해야 합니다.

2025학년도 논술전형 합격자 인터뷰

공학계열 조준형
반도체시스템공학과 양현민

1 논술전형으로 지원하게 된 이유와 논술전형에 적합한 자신의 강점은 무엇이었나요?

조준형 저는 주변에서 수학을 잘한다는 얘기를 줄곧 들었습니다. 어릴 때부터 어려운 문제를 좋아하기도 했고, 고등학생이 되서는 남들보다 잘하고 싶다는 마음에 고난도 문제도 혼자서 어떻게든 풀어내려 하다보니 무슨 문제든지 풀 수 있겠다는 자부심이 생겼습니다. 학교 선생님께서 수학을 잘하는 몇몇 친구들에게 수리논술을 추천해주시는 걸 들었는데, 수학만으로 시험을 보는 전형이다보니 한 번 공부해봐야겠다는 생각을 하였습니다. 그리고 성균관대학교 논술전형을 선택해 지원하게 되었습니다.

저의 강점은 학교에서 친구들에게 풀이를 가르쳐달라고 자주 부탁을 받았는데, 저의 문제해결의 과정을 다시 되돌아가 친구가 핵심을 깨닫고 발전할 수 있게 설명하고자 노력하고, 풀이에서도 발상의 흐름을 캐치할 수 있도록 개선하다보니 어려운 문제도 풀이를 해매지 않고 해결하게 된 것이라고 생각합니다.

양현민 논술전형으로 지원하게 된 이유는 처음에는 정시 준비가 더 유리하다고 판단해 수능 대비에 집중했지만, 수시로 학생부종합을 채우고 나머지 부분을 논술로 도전해보는 것이 낫겠다고 생각하여 지원하였습니다. 특히 수학 모의고사에서 꾸준히 높은 성적을 기록한 경험이 있어 “논술전형에 도전해도 되겠다”는 확신을 얻었습니다. 논술전형에 적합한 강점으로는 우선 복잡한 계산을 빠르고 정확하게 처리할 수 있다는 점이 있습니다. 어려운 문제가 나오면 복합적인 고차원적 사고에 의존할때도 있지만 수식을 세워 계산으로 밀어붙여 해결하는 경험이 많았고 이를 통해 빠른 시간 내에 답을 도출할 수 있었습니다. 두 번째로는 논리적 비약 없이 모든 풀이 과정을 꼼꼼히 서술하는 습관이 있습니다. 시험장에서는 직관적으로 풀이를 마무리하기도 하지만, 검토 단계나 N제 풀이 시에는 “어떤 단계가 생략되면 안 되는가”를 늘 고민하며 빠짐없이 논리적 흐름을 정리해 왔습니다.

2 본인이 성균관대학교 논술전형에 합격할 수 있었던 이유는 무엇이라고 생각하나요?

조준형 저는 사실 서술형, 논술형 문제에 자신이 없었습니다. 글씨를 쓰는 속도가 정말 느린 편이라 길게 서술해야 할 경우 불리했고, 계산 실수도 많이 해봤기 때문입니다. 그래서 저는 문제를 풀며 답안을 답안지에 바로 쓰는 방식을 사용했습니다. 내용을 수정할 경우를 고려해 한 줄만 쓰고 한 줄은 비워두어 중간에 추가하거나 풀이를 다시 쓸 수 있도록 했습니다. 풀이가 많이 짧은 편이라 답안 공간이 부족하지도 않았고, 한 번에 풀어도 올바른 흐름으로 풀 수 있다는 자신감이 있었기 때문입니다. 덕분에 시험지 앞부분의 복잡한 계산 문제를 빠르게 끝내고 뒷 문제에 시간을 투자해 이번 논술시험에서 좋은 점수를 받을 수 있었던 것 같습니다.

양현민 성균관대학교 논술전형에 합격할 수 있었던 이유는 무엇보다도 계산 실수가 거의 없고, 논술에서 요구하는 분량의 복잡한 수학적 계산을 끝까지 견디며 정확하게 풀어낼 수 있었기 때문이라고 생각합니다. 모의고사에서 복잡한 문제를 만나도 계산으로 밀어붙여 해결하거나, 빠르게 처리한 뒤 검토하면서 실수를 잡아내고 보완하는 경험이 많았기 때문에 논술 시험에서도 끝까지 버티며 문제를 풀 수 있었습니다. 또 저는 미적분을 선택 과목으로 공부했는데, 성균관대 논술전형은 확률과 통계나 기하문제를 출제하지 않아 타 대학 논술에 비해 상대적으로 부담이 적었습니다.

3 언제부터 논술전형을 준비했고, 어떤 방법(공부법)으로 논술전형을 준비했나요?

조준형 고등학교 3학년 학기가 시작하고 4월부터 수리논술 공부를 시작했습니다. 일주일 중 월요일 하루를 정해 여러 대학의 기출문제를 공부했습니다. 저는 두 가지 공부방법을 사용하였는데, 첫 번째는 시간을 투자해 스스로 문제를 푸는 연습을 많이 한 것이고, 두 번째는 문제와 해설지를 동시에 보며 해설을 그대로 따라 쓴 것입니다.

첫 번째 방법은 비교적 초반에 사용한 방법으로, 사고력과 문제해결능력, 즉 수학 실력 자체를 기르는 것을 공부의 목적으로 하였습니다. 상대적으로 여유가 있는 기간에 사용하면 좋은 방법입니다. 안 풀리는 문제가 있으면 오래 고민해보고, 논술을 공부하는 친구 중에 서로 먼저 풀어본 시험지가 있다면 힌트를 주기도 하며 답을 내는 자체에 집중했습니다.

두 번째 방법은 9월 모의고사 쯤부터 사용한 방법으로, 완벽한 서술을 위해서 해설을 따라 쓰거나, 중요한 포인트를 찾아 요약하듯이 답안을 쓰는 연습을 했습니다. 풀어본 문제라면 복습 방법으로도 유용하고, 짧은 기간동안 많이 성장할 수 있는 공부법입니다.

9월 모의고사 이후에는 논술에 집중하지 못하고 수능 이후로 미룰 가능성이 있으니 미리 사전준비를 해놓으시는 것을 권장드립니다.

양현민 논술전형 준비는 9월 말, 수시 원서 접수 기간이 끝난 후 시작했습니다. 논술을 따로 독립적으로 준비하기보다는 수능, 내신과 통합적으로 공부했는데, 특히 1~2주에 한 번씩 기출문제를 풀면서 단순히 정답을 구하는 데 그치지 않고 '왜 이 풀이가 가장 합리적인가', '생각하면 안 되는 논리적 단계는 무엇인가'를 고민하며 풀이 과정을 글로 작성해 보았습니다. 이 과정에서 논술 특유의 논리적 서술 능력을 기르는 데 치중하여 공부했던 것 같습니다.

4 내신, 논술, 수능 등 다른 전형 준비 역시 병행해야 했을텐데, 부족한 시간을 효율적으로 활용할 수 있었던 방법을 알려주세요!

조준형 저는 논술에 시간을 투자하는 것에 대해 조금 다른 마인드를 가지고 있습니다. 논술이 수능에, 수능이 논술에 도움이 된다고 생각하기 때문에 공부하는 것이 손해라는 생각을 하지 않았습니다. 결국 수학실력을 키워주기 때문입니다.

저는 고3 때 학종, 수리논술, 수능을 모두 준비했고, 그 중 논술 원서는 두 장을 썼습니다. 저 같은 경우에는 고3의 본질이자 중심을 두어야 하는 것은 수능이라고 말하고 싶습니다. 학교 수업은 수능의 기본 공부라고 생각해 안정적인 성적이 아니었지만 내신을 포기하지 않았고, 기하와 확통이 들어가는 다른 논술 문제의 경우에도 학교에서 배운 개념만으로 모두 해결할 수 있었습니다. 여러분도 논술 공부를 수학 실력을 기른다는 관점에서 보고 초조해 하시지 않으시면 좋겠습니다. 아울러 어떤 전형이든 수능 최저 또한 고려해 수능 공부를 멀리하지 않으시길 바랍니다.

양현민 내신과 논술, 수능을 병행해야 했기에 부족한 시간을 효율적으로 활용하기 위해서는 성공관대 수리논술과 수능 수학이 매우 유사하다는 점을 감안하여 내신 수학, 논술 수학, 수능 수학의 구분을 크게 두지 않고 고루 풀었습니다. 그중에서도 수능 수학 문제를 중심으로 연습했습니다. 특히 계산과 사고력을 동시에 평가하는 22번이나 30번처럼 고난도 문제를 풀면서 "이 문제를 논술에 출제한다면 어떻게 논리적이고 정연하게 서술해야 할까"를 고민하며 풀이를 정돈하는 연습을 꾸준히 했습니다. 이렇게 하면 제한된 시간을 가장 효율적으로 활용하면서도 논술전형 준비와 수능 준비를 동시에 준비할 수 있었습니다.

5 성균관대의 모의논술이 실제 논술시험 준비에 도움이 되었나요? 그 이유는 무엇인가요?

조준형 저의 경우 고등학교에서 성균관대 모의 논술을 응시할 학생들을 교실에 모아 함께 시험을 봤습니다. 인터뷰를 준비하며 당시 25학년도 논술문제와 모의논술문제를 다시 풀어보았는데, 충분히 성균관대학교 논술에 대한 방향성 소개와 올해만의 특징을 담고 있다는 것을 알 수 있다고 생각했습니다.

하지만 저는 모의논술에서 실전 연습의 측면이 더욱 중요하다고 생각합니다. 모의논술문제가 당해 논술에 가장 가까운 시험지라는 내용이 주는 압박감과 더불어, 학교에서 실시하는 모의논술을 주변 친구들과 동시에 응시한다면 실제 시험장에서 느끼는 것과 유사한 긴장감을 경험할 수 있어 실전에서 답안지를 작성하는 연습에 많은 도움이 될 것입니다.

양현민 평소에는 풀이 과정을 깔끔하게 써볼 기회가 많지 않은데, 모의논술을 통해 실제 시험 상황처럼 풀이 과정을 논리정연하고 간결하게 정리해보는 경험을 할 수 있었습니다. 특히 채점하면서 “어떤 부분에 가점을 주는지”, “어디까지가 최소한 서술해야 할 논리적 단계인지”를 파악할 수 있었기에 실제 시험에서 어느 정도 강약을 두고 서술해야 할지 감을 잡을 수 있었습니다.

6 논술시험 당일, 어떤 마음가짐으로 시험에 임했나요?

조준형 두가지 자료를 챙겨갔는데, 하나는 작년 기출문제와 해설, 다른 하나는 오답노트를 가져갔습니다. 기출문제는 옆에서 말했듯이 해설로 서술의 느낌을 의식하고자 다시 읽었습니다. 그리고 수능 수학 과도 관련한 방법인데, 여러 실수가 많아 평소에 수학 문제지를 풀면 틀린 문제를 고친 후 문제 위에 한 마디 코멘트를 남겼습니다. 이것을 모아 정리하니 반복해서 실수하는 부분이 잘 보이기도 하고, 비슷한 실수를 하려 할 때 지침이 떠오르며 실수를 줄이게 되었습니다. 시험을 보기 전 코멘트들이 머릿속에 각인될 수 있게 노트를 읽었습니다.

마지막으로 쉬운 문제에서 자세히 적고자 자칫 여유로워지지 않도록 시험 직전 마인드컨트롤을 반복한 후 집중 상태로 시험을 보았습니다.

양현민 논술 시험 당일에는 지나치게 긴장하지 않기 위해 가볍게 수학 하프 모의고사를 보러 간다는 마음으로 시험에 임했습니다. 논술 시험에 대한 부담감과 주변에서 들은 합격이 어렵다는 이야기에 긴장되기도 했지만, 전날까지 기출 문제와 개념 정리를 모두 마쳐두었기 때문에 시험 당일에는 머리를 최대한 비우고 심호흡을 하며 마음을 가라앉히려고 노력했습니다. 긴장을 완화하기 위해 우황청심원을 복용했고, 시험장에 들어가서는 평소처럼 훈련해왔던 방식으로 문제 풀이에 집중했습니다.

7 논술시험을 마치고 느꼈던 부분에 대해 생생하게 작성해주세요.

조준형 저는 3가지 시험 중 1교시 시험을 봐서 3번 문제가 어려운 편이었는데, 끝까지 조금이라도 더 쓰려고 했으나, 문제를 다 풀지 못했고 급하게 쓰다가 풀이에서도 계산 실수를 했다고 생각해 아쉬웠습니다.

동시에, 나가는 길에 겨울이기에 공기가 찬데, 수험장 가는 길에 응원해주신 선배님들이 정말 멋있어 보였고, 시험이 끝난 마음과 더불어 시원하고도 해탈했던 감정이 들었던 기억이 납니다.

양현민 논술 시험 시간 100분 동안은 딴생각 없이 문제 풀이에 온전히 집중했던 것이 가장 기억에 남습니다. 계산량이 많은 문제들이 있었지만 침착하게 접근했고, 약 10~20분 정도 시간이 남았을 때는 미리 표시해 두었던 문제들을 중심으로 차분히 검토를 진행했습니다. 검토가 필요하다고 생각했던 문항의 검토를 완전히 마쳐서 나를 합격에 대한 확신을 하였습니다. 하지만 시험장을 나서며 수많은 수험생들이 한꺼번에 쏟아져 나오는 모습을 보니, 과연 이 경쟁률을 뚫고 합격할 수 있을지 의문이 들기도 했습니다.

8 성균관대 논술의 특징은 무엇이라고 생각하나요? 성균관대 논술전형 준비를 위한 전략 포인트는 무엇일까요?

조준형 성균관대 논술의 특징은 수능 수학과 가장 가깝다는 것이라고 생각합니다. 확률과 통계, 기하 과목이 범위 밖이라는 것이 가장 큰 체감이 되는 차이인 것 같습니다. 선택과목의 경우 개념 문제 만으로도 변별력을 가지는데, 성균관대의 경우 공통 범위에서만 시험을 보기에 오히려 수학 실력 자체를 경쟁하는 시험이라고 생각합니다. 그리고 논술 시험을 수능과 따로 준비하여 떠올리기 어려운 아이디어를 생각할 수 있어야 하는 것이 아니라, 학생의 풀이 전개 능력을 더 많이 본다는 느낌을 받았습니다. 또 계산이 복잡할 수도 있다는 점을 인지하여, 방향이 맞다면 학생 여러분의 풀이를 믿고 나아가는 것도 중요합니다. 시간을 확보하기 위해 한 번에 답안지에 작성하는 제가 푸는 풀이법을 상황에 따라 본인에 맞게 응용하여 보시는 것도 좋을 것 같습니다.

양현민 저는 수능에서 미적분을 선택하였기에 타 대학논술에 출제되는 기하나 확률과 통계 문제에 대한 두려움이 있었는데 성균관대학교 논술의 경우 다른 선택과목에 대한 부담이 없어 미적분 선택자에게 유리하다고 생각합니다. 성균관대 논술문제는 수능 고난도문제와 결이 비슷하다고 생각합니다. 그래서 수능 문제를 풀 때 직관적으로 상황이 보여 다른 케이스를 배제하기보다 각각의 케이스를 머리로 굴려가며 안되는 이유를 생각하면서 최대한 논리적 비약 없이 문제를 푸는 습관을 길들이면 논술전형에도 도움이 될 것 같습니다. 또한 성균관대 논술의 경우 각 문제마다 꼬리문제가 3개씩 있었어서 이 점이 문제 풀이의 방향성을 제공해주어 오히려 문제수에 대한 압박보다 문제에 접근하기 쉬운 측면이 있었습니다.

9 마지막으로 성균관대 논술전형을 준비하는 수험생들에게 응원과 격려의 한 마디 부탁드립니다!

조준형 올해부터 언어 논술과 수리 논술을 모두 선택할 수 있는 기회가 열리게 되었으니, 자신의 장점을 잘 가꿔 좋은 결과 얻으시길 바라겠습니다. 또한 힘든 순간에도 버티고 노력하는 여러분은, 꿈을 이루며 사는 멋진 인물이 될 겁니다. 여러분의 수험 생활이 뿌듯함으로 가득할 수 있도록 응원합니다!

양현민 논술은 실수 없이 차분하게 문제를 풀어내는 힘이 중요하다고 생각합니다. 수능 공부와 병행하며 힘들겠지만, 평소 문제를 논리적으로 정리하는 연습을 꾸준히 해나가면 분명 좋은 결과가 있을 거라 믿습니다. 끝까지 포기하지 말고 자신만의 페이스를 지키며 꾸준히 노력하시길 바라겠습니다.

논술시험 실전 Q&A



Q.1

올해도 모의논술
유형대로
출제되나요?

A 우리 대학은 수험생들의 논술시험 준비에 방향을 제시하고 시험 출제 기준을 제공하고자 해마다 모의논술을 시행하고 있습니다. 그리고 예시 답안과 강평영상을 통해 문제 풀이 및 해설에 접근할 수 있도록 하고 있습니다. 이러한 모의논술의 시행 취지에 입각해, 2026학년도 수리형 논술도 모의논술의 유형대로 출제됩니다. 2026학년도 모의논술 문항을 분석하면 2026학년도 논술시험의 난이도와 문제 출제 방향을 파악할 수 있습니다.

Q.2

출제할 때
가장 중요하게
생각하는 포인트는
무엇인가요?

A 우리 대학 수리 논술의 두 가지 목표는 학문적 잠재력을 지닌 우수 인재 발굴과 고교교육의 정상화 및 학력 신장 도모입니다. 이러한 목표에 맞춰 학생들이 비판적 사고, 창의적 사고 등 고차원의 사고력과 문제 해결 능력을 가지고 있는지, 지식의 단순한 암기력보다 지식을 활용한 문제 해결 능력을 가지고 있는지를 평가하기 위한 문제를 출제하려고 노력하고 있습니다.

Q.3

글씨체가 채점에
영향을 미칠까요?

A 글씨체는 채점에 영향을 주지 않습니다. 우리 대학 논술시험 채점위원들은 시험의 결과가 대학 입시 당락과 학생들의 미래에 미치는 영향이 지대하다는 것을 충분히 인지하고 가독성이 좋지 않은 글씨체라도 시간을 들여서 그 내용을 파악하여 답안을 평가합니다. 따라서 답안의 내용을 파악할 수 있을 정도의 글씨체이면 점수에 영향을 주지 않습니다. 만약 글씨체에 자신이 없다면 내용이 구분되는 단락을 한 줄 띄고 작성하거나, 중요한 결론에 해당하는 핵심 용어 또는 문장에 밑줄을 긋는 형식으로 자신이 주장하는 답안을 보다 명료하게 채점위원에게 전달할 수 있도록 노력해 봅시다.

Q.4

답안 작성 시
파해야 할 점이나
실수에는 무엇이
있을까요?

A 수험생이 파해야 할 점은 제시문을 그대로 옮겨 적는 것과 답안에 풀이 과정을 생략하게 정답만 적는 것입니다. 제시문을 그대로 옮겨 적는 것은 본인의 실력이라고 볼 수 없을 뿐 아니라 정확한 답을 알지 못한다는 반증이기도 합니다. 논술시험 답안의 채점 과정에는 풀이과정이 적절하게 기술되어 있는지 평가하는 항목이 있습니다. 답안이 적절하다 하더라도 풀이과정이 없으면 높은 점수를 기대할 수 없습니다. 수험생이 흔히 하는 실수는 수식 계산 과정에서 실수와 단위를 적지 않거나 잘못 적는 것입니다. 정답 도출 과정은 모두 적절하게 기술했으나 최종 정답의 숫자가 잘못되어 있는 경우가 종종 있습니다. 최종 정답의 숫자까지도 맞는데 단위가 없거나 잘못 기재된 경우도 정답으로 처리할 수 없으니 끝까지 주의를 기울여야 합니다.

Q.5

고3 학생들은
성균관대 논술 준비를
어떻게 하는 것이
좋을까요?

A 논술 준비의 기본은 단편적인 지식의 암기가 아니라 해당 주제에서 수리 개념을 확실하게 파악하도록 평소에 노력하는 것입니다. 논술시험에서는 기존에 나와 있지 않은 새로운 문제를 접하게 되므로 수리 개념을 정확히 파악하고 있어야 여러 가지 방향으로 응용이 가능합니다. 어느 주제에서 문제가 출제되는지, 어느 정도의 난이도로 문제가 출제되는지 최근 3년간 기출문제를 분석하면 파악이 가능합니다. 또한 논술시험의 주제는 빈번히 출제되는 몇 가지 주제가 반복되는 경향이 있으므로 적어도 기출문제 주제에 대해서는 정확하게 심화 학습을 해야 합니다. 특정 주제에 대해 논술시험을 염두에 두고 학습을 하는 것이 많은 도움이 됩니다. 예를 들면, 수험생끼리 특정 주제에 대해서 출제 가능한 예상 문제들을 출제해 보고 정답을 토론해 보는 연습은 실제 논술시험을 치르는 데 많은 도움이 됩니다. 이 가이드북에 실린 기출문제들을 잘 활용해 보기 바랍니다. 논리적인 사고 훈련 및 글쓰기 연습도 고득점을 위한 과정입니다. 논술시험의 답안에는 자신이 제시한 정답에 대한 판단 근거와 수리적인 사실에 기반을 둔 적절한 이유를 제시하는 것이 정답을 맞추는 것 만큼 중요합니다. 또한 총 100분 동안 10개 내외의 소문항을 풀어야 하므로 시간을 정해놓고 답안 작성 연습을 하는 것도 실제 논술시험을 치르는 데 많은 도움이 됩니다.

논술시험 유의사항



시험 장소 및 시험 시간 확인하기



- ① 2025년 10월 28일(화) 우리대학 입학안내 홈페이지
<https://admission.skku.edu> 에 이름과 수험번호를 입력하여 확인합니다.
- ② 시험 장소는 언어형/수리형 상관없이 인문사회과학캠퍼스(서울) 또는
자연과학캠퍼스(수원)로 임의 지정됩니다.
시험 장소까지 교통수단, 소요시간도 미리 체크해 두세요.

준비물 확인



- ① 신분증
주민등록증, 여권, 운전면허증, 청소년증, 주민등록증발급신청확인서 등이 시험장에서 인정되는 신분증입니다. 신분증을 소지하지 않으면 시험을 볼 수 없으니 꼭 챙기세요.
*학생증은 성명, 생년월일, 사진이 모두 있는 경우에 한해 인정
- ② 필기 도구
볼펜, 연필, 플러스펜, 샤프펜슬 등 본인이 원하는 것으로 준비하되, 흑색 필기도구를 사용해야 합니다. 답안 작성 중 필기 도구 종류 변경은 불가하오니 동일한 필기구를 여유 있게 준비하면 혹시 모를 상황에 대비할 수 있습니다.
- ③ 수정 도구
지우개는 사용 가능하지만 수정액 또는 수정테이프는 사용 불가합니다.



시험 당일

시험 당일 여유 있게 출발



- ❶ 입실 완료 시간까지 시험장에 들어가지 않으면 논술시험 응시에 제한을 받을 수 있습니다.
- ❷ 교통 체증, 배탈, 지하철 연착 등 만일의 상황에 대비하여 꼭 여유 있게 출발하도록 합니다.
- ❸ 소요 시간을 예상할 때는 시험을 치르게 될 건물이나 교실까지 찾아가는 시간도 염두에 두도록 합니다.

대중교통 이용



- ❶ 논술시험 당일 시험장 안으로는 차량 진입이 불가능합니다.
- ❷ 반드시 대중교통을 이용하여 정해진 시간 안에 도착하도록 합니다.

답안 작성 시 유의사항



- ❶ 제시된 문제 순서대로 번호를 매겨 답안을 작성합니다.
- ❷ 학교에서 제공한 문제지와 답안지 이외에는 어떤 연습지도 따로 사용할 수 없습니다.
- ❸ 글자 수 제한은 없지만 문항마다 정해진 답안 영역 안에서만 작성이 가능합니다.
- ❹ 답안지에는 꼭 답안만 작성하세요. 답안과 관계없는 내용이나 표시는 어떠한 것도 하면 안 됩니다.
- ❺ 시험이 종료되면 문제지와 답안지를 함께 제출해야 하며, 시험장 밖으로 가지고 나갈 수 없습니다.
- ❻ 답안 작성을 끝낸 학생들도 시험이 종료되기 전에는 시험장 밖으로 나갈 수 없습니다.

Chapter 02



1. 모의논술

2026학년도 모의논술 문제	28
2026학년도 모의논술 해설	32
2026학년도 모의논술 출제의도 및 출제방향	43
2026학년도 모의논술 문제 분석	44
2025학년도 모의논술 시험	46
2025학년도 모의논술 해설	50

2. 기출문제

2025학년도 논술시험 기출문제 [수리형 1교시]	64
2025학년도 논술시험 기출문제 해설 [수리형 1교시]	68
2025학년도 논술시험 기출문제 [수리형 2교시]	84
2025학년도 논술시험 기출문제 해설 [수리형 2교시]	88
2025학년도 논술시험 기출문제 [수리형 3교시]	104
2025학년도 논술시험 기출문제 해설 [수리형 3교시]	108

2026학년도 모의논술 논술시험(수리 논술)

모집단위		전형유형	
수험번호		성명	



답안작성 유의사항

- 가. 시험 시간은 100분이며, 문제별 답안은 반드시 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 작성해야 합니다.(문제번호와 답안번호는 반드시 일치해야 합니다.)
- 나. 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 다른 문제의 답안을 작성한 경우 평가하지 않습니다.
- 다. 답안은 지정된 작성영역 내에 작성해야 하며, 지정된 작성영역을 초과하여 작성한 부분에 대해서는 평가하지 않습니다.
- 라. 답안 작성영역에는 어떠한 경우에도 인적사항을 기재하면 안됩니다. 인적사항(성명, 서명 등) 또는 답안과 관계없는 표기를 하는 경우 결격처리 될 수 있습니다.
- 마. 흑색 필기구를 사용해야 합니다.(연필·샤프 사용가능, 답안작성 중 필기구 종류 또는 색상 변경 불가)
- 바. 답안 수정 시에는 취소선을 긋거나 지우개로 지워야 하며 수정액이나 수정테이프는 사용할 수 없습니다.
- 사. 답안지 전면 상단에 본인의 인적사항(모집단위, 수험번호, 성명 등)을 기재하고, 감독위원의 확인을 받아야 합니다.

문제 1

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [문제1-i] ~ [문제1-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(30점)

<제시문 1>

자연수의 거듭제곱의 합은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^n k &= \frac{n(n+1)}{2} \\ \sum_{k=1}^n k^2 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\ \sum_{k=1}^n k^3 &= \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2\end{aligned}$$

<제시문 2>

첫째항이 a , 공차가 d 인 등차수열의 제 n 항을 l 이라 하고, 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 하면

$$S_n = \frac{n(a+l)}{2} = \frac{n(2a+(n-1)d)}{2}$$

이다.

<제시문 3>

서로 다른 실수로 이루어진 집합 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ 에 대해 $S(A)$ 를 집합 A 의 모든 원소들의 합으로 정의하자.

$$S(A) = a_1 + a_2 + \dots + a_k$$

예를 들어, 소수 p 에 대해 집합 A 를 $A = \{1, p\}$, 즉 p 의 약수들의 집합이라 할 때, $S(A) = p+1$ 이다.

[문제 1 - i] <제시문3>에서 집합 A 를, 자연수 2^{2025} 의 약수에 $\log_2$ 를 취한 값들의 집합이라 하자. 이때 $S(A)$ 의 값을 소인수분해하고 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 1 - ii] <제시문3>에서 집합 A 를, 자연수 10^{2025} 의 약수에 $\log_{10}$ 를 취한 값들의 집합이라 하자. 이때 $S(A)$ 의 값이 자연수임을 보인 뒤, 그 수를 소인수분해하고 그 이유를 논하시오. (10점)

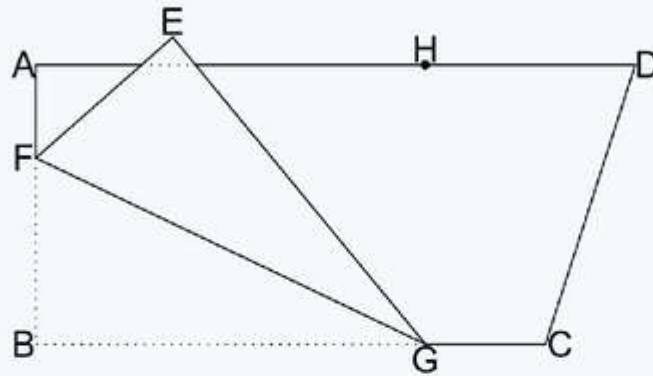
[문제 1 - iii] <제시문3>에서 집합 A 를, 자연수 10^{2025} 의 약수에 $\log_{10}$ 를 취한 다음, 약수가 짝수이면 $+1$ 을 곱하고 홀수이면 -1 을 곱한 값들의 집합이라 하자. 이때 $S(A) = 2025 \cdot 2026 \cdot \log_{10} 2$ 의 값이 자연수임을 보이고, 그 수를 소인수분해한 뒤 그 이유를 논하시오. (10점)

문제 2

다음 <제시문>을 읽고 [문제2- i] ~ [문제2- iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(35점)

<제시문>

좌표평면 위에 네 점 $A(0, 0)$, $B(0, -9)$, $C(17, -9)$, $D(20, 0)$ 을 꼭짓점으로 갖는 사각형 모양의 종이를 생각하자. $0 < a \leq 9$ 이고 $0 < b \leq 17$ 인 두 양수 a 와 b 에 대하여, 선분 AB 에 놓인 한 점을 $F(0, a-9)$, 선분 BC 에 놓인 한 점을 $G(b, -9)$, 선분 AD 에 놓인 한 점을 $H(b, 0)$ 이라 하자. 이때 선분 FG 를 접는 선으로 하여 종이를 안쪽으로 접어서 점 B 를 이동시킬 때, 점 B 가 이동한 점을 점 E 라고 하자. $a=6$, $b=13$ 일 때, 제시된 상황을 그림으로 나타내면 아래와 같다.



[문제 2 - i] <제시문>에 주어진 점 A, B, D, E, F, G, H 와 두 실수 a, b 에 대하여, 점 E 가 선분 AD 위의 점이라고 하자. 이때 사각형 $ABGH$ 의 넓이를 네 삼각형 (삼각형 AFE , 삼각형 EGH , 삼각형 FBG , 삼각형 EFG)의 넓이의 합으로 표현한 후, 이를 이용하여 b 를 a 에 대한 식으로 나타내고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 2 - ii] <제시문>에 주어진 점 A, D, E, F 에 대하여, 점 E 가 선분 AD 위의 점일 때, 삼각형 AEF 의 넓이의 최댓값을 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 2 - iii] <제시문>에 주어진 실수 a 에 대하여, θ 를 $\tan \theta = \frac{17}{a}$ 인 예각으로 놓자. 또한 <제시문>에 주어진 점 B, C, E, F, G 에 대하여, 점 F 를 고정하고, 점 G 가 점 $\left(\frac{a}{\sqrt{3}}, -9\right)$ 를 출발하여 선분 BC 를 따라 점 C 까지 움직인다고 하자. 이때 점 E 가 그리는 곡선의 길이를 θ 에 관한 식으로 표현하고, 그 이유를 논하시오. (15점)

문제 3

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [문제3-i] ~ [문제3-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(35점)

<제시문 1>

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 를 이은 선분 AB를 $m:n$ ($m>0$, $n>0$)으로 내분하는 점 M의 좌표는 다음과 같다.

$$\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$

<제시문 2>

두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이 S 는 다음과 같다.

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

<제시문 3>

이차함수 $y=x^2$ 위의 두 점 $P_1(x_1, y_1)$ 과 $P_2(x_2, y_2)$ 를 잇는 선분 P_1P_2 를 생각하고, 이 선분을 $m:n$ 으로 내분하는 점을 M이라 하자. (단, $x_1 < x_2$)

[문제 3-i] <제시문3>에서 $m=1$, $n=2$ 이고 $\overline{P_1P_2} = 3\sqrt{6}$ 라고 하자. 점 M이 y 축 위의 점일 때, 선분 P_1P_2 와 이차함수 $y=x^2$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하고 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 3-ii] <제시문3>에서 점 M의 좌표가 $(1, 2)$ 라고 하자. 직선 P_1P_2 의 기울기 k 가 $0 \leq k \leq \frac{1}{2}$ 을 만족할 때, $\frac{n}{m}$ 이 가질 수 있는 값의 범위를 구하고 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 3-iii] <제시문3>에서 $x_2 - x_1 = 1$ 이고 $-\frac{1}{2} \leq x_1 \leq 1$ 일 때, 선분 P_1P_2 위의 점들로 이루어진 도형의 넓이를 구하고, 그 이유를 논하시오. (15점)

해설(수리 논술)

문제 1

개요 및 주요 평가항목

로그 개념을 이용하여 수학적으로 정의된 집합의 원소들의 합을 구하는 문제이다. 매우 큰 수의 약수들에 특정한 밀을 가지는 로그함수를 취해 나오는 수들로 이루어진 집합의 원소들의 합을 구하는 과정에서, 등차수열의 개념과 합을 구할 수 있는지를 평가하고자 한다.

×	
문제 1 - i	등차수열의 합을 구할 수 있는지 평가하고자 한다.
문제 1 - ii	등차수열의 합과 로그의 성질을 활용할 수 있는지 평가하고자 한다.
문제 1 - iii	등차수열의 합과 로그의 성질을 활용할 수 있는지 평가하고자 한다.



예시답안 및 채점기준

문제 1 - i

<예시답안>

자연수 2^{2025} 의 약수는 $1, 2, 4, \dots, 2^{2025}$ 이고, 여기에 $\log_2$ 를 취했으므로, 집합 A 는

$$A = \{0, 1, 2, \dots, 2025\}$$

이다. 따라서, $S(A) = \frac{2025 \times 2026}{2} = 3^4 \cdot 5^2 \cdot 1013$ 이다.



채점기준

- 5점 집합 A 를 올바르게 구할 수 있다.
- 5점 $S(A)$ 의 값을 올바르게 구하고 소인수분해할 수 있다.

문제 1 - ii

<예시답안>

집합 A 의 원소는 $0 \leq a, b \leq 2025$ 인 정수 a, b 에 대하여 $\log_{10} 2^a 5^b$ 의 형태를 가진다.

따라서, $S(A)$ 의 값은 10^{2025} 의 모든 약수들의 곱에 $\log_{10}$ 를 취한 것과 같다.

고정된 a 에 대하여, 2^a 에 의해 나뉘지지만 2^{a+1} 에 의해서 나뉘지지 않는 약수는

$2^a, 2^a 5, 2^a 5^2, \dots, 2^a 5^{2025}$ 가 되어 모두 2026개다. 마찬가지로 고정된 b 에 대하여, 2^b 에 의해 나뉘

지지만 2^{b+1} 에 의해서 나뉘지지 않는 약수는 모두 2026개다.

$$\begin{aligned}
 \text{따라서, } S(A) &= \log_{10}(2^{0 \times 2026} 2^{1 \times 2026} \dots 2^{2025 \times 2026} \times 5^{0 \times 2026} 5^{1 \times 2026} \dots 5^{2025 \times 2026}) \\
 &= \log_{10} 10^{2026(0+1+\dots+2025)} \\
 &= 2026 \times \frac{2025 \times 2026}{2} \\
 &= 2 \cdot 3^1 \cdot 5^2 \cdot 1013^2
 \end{aligned}$$

이다.



채점기준

- 5점 집합 A 를 올바르게 구할 수 있다.
- 5점 $S(A)$ 의 값을 올바르게 구하고 소인수분해할 수 있다.

문제 1-iii

<예시답안>

집합 A_1 를 10^{2025} 의 짝수인 약수에 $\log_{10}$ 를 취한 수들의 집합이라고 하고, 집합 A_2 를 10^{2025} 의 홀수인 약수에 $-\log_{10}$ 를 취한 수들의 집합이라고 하자. 그러면, $A = A_1 \cup A_2$ 이고 $S(A) = S(A_1) + S(A_2)$ 가 성립한다.

집합 A_1 의 원소는 $1 \leq a \leq 2025$ 와 $0 \leq b \leq 2025$ 인 정수 a, b 에 대하여 $\log_{10} 2^a 5^b$ 의 형태를 띠므로, [문제 1-ii]에서와 같은 방법으로

$$\begin{aligned} S(A_1) &= \log_{10}(2^{1 \times 2026} \dots 2^{2025 \times 2026} \times 5^{0 \times 2025} 5^{1 \times 2025} \dots 5^{2025 \times 2025}) \\ &= \log_{10} 2^{2026(1+\dots+2025)} 5^{2025(0+1+\dots+2025)} \end{aligned}$$

임을 알 수 있다. 집합 A_2 의 원소는 $0 \leq b \leq 2025$ 인 정수 b 에 대하여 $-\log_{10} 5^b$ 의 형태를 띠므로,

$$S(A_2) = -\log_{10}(5^{0+1+\dots+2025})$$

이다. 따라서,

$$\begin{aligned} S(A) &= S(A_1) + S(A_2) \\ &= \log_{10} 2^{\frac{2026^2 \times 2025}{2}} 5^{\frac{2024 \times 2025 \times 2026}{2}} \\ &= \left(\frac{2024 \times 2025 \times 2026}{2} \right) + \log_{10} 2^{2025 \times 2026} \end{aligned}$$

이고, $S(A) = 2025 \cdot 2026 \cdot \log_{10} 2 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 11 \cdot 23 \cdot 1013$ 이다.



채점기준

5점 집합 A 를 올바르게 구할 수 있다.

5점 $S(A) = 2025 \cdot 2026 \cdot \log_{10} 2$ 의 값을 올바르게 구하고 소인수분해할 수 있다.

문제 2

개요 및 주요 평가항목

좌표 평면 위에 주어진 네 점을 꼭짓점으로 갖는 사각형과 관련된 기하에 관한 문제로서, 이를 삼각형의 합동, 도형의 넓이, 호의 길이와 연관짓는 문제를 해결할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다. 본 문제는 고교과정 중 도형의 넓이, 미분을 활용한 함수의 최대와 최소, 호도법, 삼각 함수 등의 개념을 이해하고 있으면 풀 수 있는 문제이다.

×

문제 2 - i 삼각형의 합동을 이용하여, 사각형 ABGH의 넓이를 삼각형들의 넓이의 합으로 제대로 표현할 수 있는지 평가한다.

문제 2 - ii 도함수를 활용하여 문제에 주어진 삼각형의 넓이의 최댓값을 제대로 구할 수 있는지 평가한다.

문제 2 - iii 호도법과 삼각함수의 개념을 이용하여 문제에 주어진 호의 길이를 제대로 구할 수 있는지 평가한다.



예시답안 및 채점기준

문제 2 - i

<예시답안>

삼각형 FBG와 삼각형 FEG는 서로 합동이므로, 사각형 ABGH의 넓이를 네 삼각형 (삼각형 AFE, 삼각형 EGH, 삼각형 FBG, 삼각형 EFG)의 넓이의 합으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} 9b &= 2\triangle FBG + (\triangle AFE + \triangle EGH) = 2\left(\frac{1}{2}ab\right) + \frac{1}{2}(9-a)\overline{AE} + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \overline{EH} \\ &= ab + \frac{1}{2} \cdot 9(\overline{AE} + \overline{EH}) - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \overline{AE} = ab + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot b - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \sqrt{a^2 - (9-a)^2} \end{aligned}$$

$$= ab + \frac{9b}{2} - \frac{a\sqrt{9(2a-9)}}{2}$$

삼각형 AEF는 빗변의 길이가 $\overline{EF} = a$ 이고 $\overline{AF} = 9 - a$ 인 직각삼각형이다. 따라서 a 는

부등식 $\frac{9}{2} < a < 9$ 를 만족해야하므로, $2a - 9$ 는 양수임을 알 수 있다. 이제 위에서 구한

식으로부터 b 를 a 에 관하여 풀면, $b = \frac{3a}{\sqrt{2a-9}}$ 를 얻는다.



채점기준

7점 삼각형 EGH, 삼각형 FBG, 삼각형 EFG의 넓이의 합으로 표시하고, 이를 a 와 b 에 관한 식으로 표현한다.

3점 b 를 a 에 관한 식으로 제대로 나타낸다.

문제 2 - ii

<예시답안>

[문제 2-i]의 예시답안에서, a 는 부등식 $\frac{9}{2} < a < 9$ 를 만족해야함을 알고 있다. 또한 a 와 b 는

[문제 2-i]의 답에서 구한 조건, 즉, $b = \frac{3a}{\sqrt{2a-9}} \leq 17$ 을 추가로 만족해야한다. 함수

$f(a)$ 를 삼각형 AEF의 넓이의 제곱으로 두자. 그러면,

$$f(a) = \frac{1}{4}(9-a)^2(a^2 - (9-a)^2) = \frac{9}{4}(9-a)^2(2a-9) \text{ 이 되고, } f(a) \text{의 극값을}$$

조사하여 $f(a)$ 의 최댓값을 구하도록 하자. $f(a)$ 의 도함수 $f'(a)$ 를 계산하여 정리하면,

$$f'(a) = \frac{9}{2}(9-a)(18-3a) \text{ 이고, } a = 6 \text{ 일 때 함수 } f(a) \text{는 극댓값 } f(6) = \frac{243}{4} \text{ 을 갖게}$$

되는데, 위에서 구한 조건으로부터 $b = 6\sqrt{3}$ 이 얻어지고, $(a, b) = (6, 6\sqrt{3})$ 은 $b \leq 17$ 을

만족함을 알 수 있다. 또한 $\frac{9}{2} < a < 9$ 일 때, 함수 $f(a)$ 의 증감을 살펴보면, 극댓값

$f(6) = \frac{243}{4}$ 이 최댓값이 됨을 알 수 있다. 따라서 삼각형 삼각형 AEF 넓이의 최댓값은

$\frac{9\sqrt{3}}{2}$ 이 된다.



채점기준

5점 삼각형 AEF의 넓이의 제곱을 a 에 관한 식으로 표현한다.

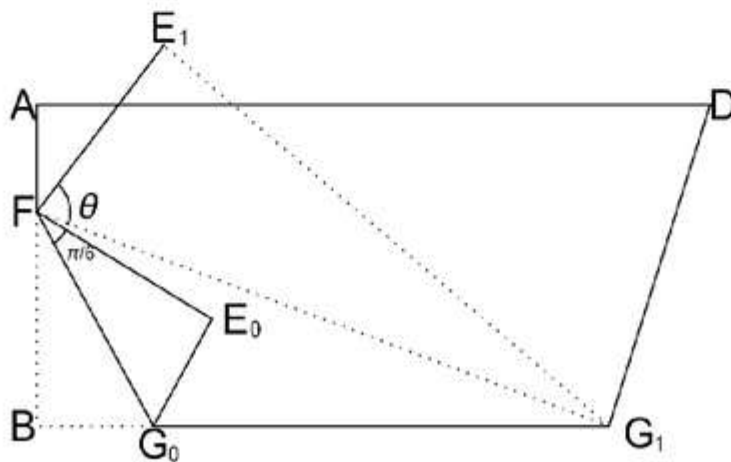
5점 도함수를 활용하여 삼각형 AEF의 넓이의 최댓값을 구한다.

문제 2 - III

<예시답안>

점 G_0 와 점 G_1 을 $G_0 = \left(\frac{a}{\sqrt{3}}, -9\right)$, $G_1 = C$ 로 두자. 또한 $G = G_0$ 일 때, 점 E 를 E_0 ,

$G = G_1$ 일 때, 점 E 를 E_1 으로 표기하자. 제시된 상황을 그림으로 나타내면 아래와 같다.



점 G 가 점 G_0 을 출발하여 선분 BC 를 따라 점 G_1 까지 움직일 때, 점 E 가 그리는 곡선은 중심이 F 이고 반지름이 $\overline{EF} = a$ 인 원의 일부이다. 또한 삼각형 EFG 는 삼각형 BFG 와 서로 합동인 직각삼각형임을 주목하자. 따라서, 점 G 가 점 G_0 일 때, $\overline{BG_0} = \overline{E_0G_0} = \frac{1}{\sqrt{3}}a$ 이다. 또한 삼각형 E_0FG_0 는 $\overline{E_0F} = a$, $\overline{E_0G_0} = \frac{1}{\sqrt{3}}a$ 인 직각삼각형이고, $\angle E_0FB = \frac{\pi}{3}$ 임을 알 수 있다. 한편 점 G 가 점 G_1 일 때, 삼각형 E_1FG_1 는 $\overline{E_1F} = a$, $\overline{E_1G_1} = 17$ 인 직각삼각형이 된다. 이때 $\tan(\angle E_1FG_1) = \frac{17}{a}$ 이므로, $\angle E_1FG_1 = \theta$ 이고, $\angle E_1FB = 2\theta$ 임을 알 수 있다. 따라서 점 E 가 될 수 있는 점들의 집합이 이루는 호에 대한 중심각은 $2\theta - \frac{\pi}{3}$ 가 되고, $\overline{EF} = a = \frac{17}{\tan \theta}$ 이므로, 이 호의 길이는 $\frac{17}{\tan \theta} \left(2\theta - \frac{\pi}{3} \right)$ 임을 알 수 있다.



채점기준

- 5점** 점 G 가 점 G_0 일 때, $\angle E_0FB$ 를 구한다.
- 5점** 점 G 가 점 G_1 일 때, $\angle E_1FB$ 를 구한다.
- 5점** 점 E 가 될 수 있는 점들의 집합이 이루는 호에 대한 중심각을 구하고, 이 호의 길이를 θ 에 관한 식으로 표현한다.

문제 3

개요 및 주요 평가항목

기본적인 이차함수의 그래프 위에 두 점을 잇는 선분과 그래프 사이의 도형의 넓이를 구하는 문제이다. 미분을 이용하여, 함수의 증가와 감소를 판단하고 접선의 방정식을 구할 수 있는지와 정적분 개념을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

×

문제 3 - i 내분점의 개념을 이해하고, 정적분을 이용하여 주어진 도형의 넓이를 구할 수 있다.

문제 3 - ii 함수의 증가와 감소를 판단할 수 있다.

문제 3 - iii 접선의 방정식을 구하고, 정적분의 값을 구할 수 있다.



예시답안 및 채점기준

문제 3 - i

<예시답안>

점 P_1 의 좌표를 $(-t, t^2)$ 라고 하면, 점 P_2 의 좌표는 $(2t, 4t^2)$ 이다. $\overline{P_1P_2} = 3\sqrt{6}$ 로부터

$9t^2 + 9t^4 = 54$ 를 얻고, $(t^2 - 2)(t^2 + 3) = 0$ 이다. 따라서, $t^2 = 2$ 이고 $t = \sqrt{2}$ 이다.

이로부터 $P_1(-\sqrt{2}, 2)$ 과 $P_2(2\sqrt{2}, 8)$ 을 얻을 수 있고, 이 두 점을 잇는 직선의 방정식은

$y = \sqrt{2}x + 4$ 이다. 따라서, 도형의 넓이는

$$\int_{-\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} (\sqrt{2}x + 4 - x^2) dx = 9\sqrt{2}$$

이다.



채점기준

5점 두 점 P_1 과 P_2 의 좌표를 구할 수 있다.

5점 도형의 넓이를 구할 수 있다.

문제 3 - ii

<예시답안>

$k=0$ 일 때, $P_1(-\sqrt{2}, 2)$ 과 $P_2(\sqrt{2}, 2)$ 이므로 $\frac{n}{m} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = 3-2\sqrt{2}$ 이다.

$k=\frac{1}{2}$ 일 때, $P_1(-1, 1)$ 과 $P_2(\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$ 이므로, $\frac{n}{m} = \frac{1}{4}$ 이다.

이차곡선 $y=x^2$ 위의 점 $P(x, x^2)$ 에 대하여

$$f(x) = \overline{PM}^2 = (x-1)^2 + (x^2-2)^2 = x^4 - 3x^2 - 2x + 5$$

라고 하면, $f'(x) = 2(x+1)(2x^2-2x-1) = 0$ 의 해는 $x = -1, \frac{1-\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ 가 된다.

따라서, 함수 $f(x)$ 는 $[-\sqrt{2}, -1]$ 에서는 감소하고, $[\sqrt{2}, \frac{3}{2}]$ 에서는 증가한다.

이로부터 비율 $\frac{n}{m}$ 의 값은 $3-2\sqrt{2}$ 부터 $\frac{1}{4}$ 까지 증가하게 된다. 즉, $3-2\sqrt{2} \leq \frac{n}{m} \leq \frac{1}{4}$ 이다.



채점기준

5점 비율 $\frac{n}{m}$ 의 값의 범위를 구할 수 있다.

5점 함수의 증가와 감소를 올바르게 판단할 수 있다.

문제 3 - iii

<예시답안>

선분 P_1P_2 를 1:1로 내분하는 점을 M 이라 하면, 점 M 의 좌표는 $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{x_1^2+x_2^2}{2}\right)$ 이다.

이때, $a = \frac{x_1+x_2}{2}$ 라고 두면, $\frac{x_1^2+x_2^2}{2} = a^2 + \frac{1}{4}$ 가 된다.

따라서, 점 M 은 이차곡선 $y = x^2 + \frac{1}{4}$ 위에 있다.

역으로, 이차곡선 $y = x^2 + \frac{1}{4}$ 위의 한 점 $\left(a, a^2 + \frac{1}{4}\right)$ 에서의 접선의 방정식은

$y = 2ax - a^2 + \frac{1}{4}$ 이고, 접선과 곡선 $y = x^2$ 이 만나는 두 점의 x 좌표 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)는

$$x^2 = y = 2ax - a^2 + \frac{1}{4}$$

의 해가 되어, $x_2 - x_1 = 1$ 을 만족하게 된다. 즉, 문제에 주어진 선분 P_1P_2 는 이차곡선

$y = x^2 + \frac{1}{4}$ 의 접선의 일부이다.

$x_1 = 1$ 일 때, 직선 P_1P_2 의 방정식은 $y = 3x - 2$ 이고 $M\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$ 이므로, 도형의 넓이는

$$\int_{-\frac{1}{2}}^0 \left(\frac{1}{4} - x^2\right) dx + \int_0^{\frac{3}{2}} \left(\left(x^2 + \frac{1}{4}\right) - x^2\right) dx + \int_{\frac{3}{2}}^2 (3x - 2 - x^2) dx = \frac{13}{24}$$

이다.



채점기준

5점 점 M 을 포함하는 함수를 구할 수 있다.

5점 접선의 방정식을 구할 수 있다.

5점 도형의 넓이를 구할 수 있다.

2026학년도 모의논술

출제의도 및 출제방향

[수리 논술]

2026학년도 성균관대학교 수리형 논술 시험은 작년과 마찬가지로 고등학교 교육과정 중 공통과목인 수학, 수학I, 수학II에서 문제를 출제하고, 선택과목인 미적분, 기하, 확률과 통계에서 다루는 개념들은 배제합니다. 예를 들어, 예전 성균관대학교 논술에서 출제된 적이 있던 개념 중 조합/확률/급수/삼각함수의 미분 등은 다루지지 않습니다. 올해 모의논술에서 출제된 문제를 살펴보면, 교과서에서 일반적으로 다루고 있는 기본적인 다항함수를 토대로 함수의 증가와 감소, 극대와 극소, 함수의 그래프의 개형, 이차방정식의 판별식과 근과 계수의 관계, 다항함수의 정적분과 이를 활용한 도형의 넓이, 그리고 등차수열, 로그의 성질, 호의 길이와 호도법, 삼각함수에 대한 다양한 개념을 묻고 있습니다. 이를 조금 더 자세히 살펴보면 다음과 같습니다.

첫 번째 문제는 로그 개념을 이용하여 수학적으로 정의된 집합의 원소들의 합을 구하는 문제입니다. 매우 큰 수의 약수들에 특정한 밀을 가지는 로그함수를 취해 나오는 수들로 이루어진 집합의 원소들의 합을 구하는 과정에서, 등차수열의 개념과 합을 구할 수 있는지를 평가하고자 하였습니다. 소문항 1,2,3에서 모두, 등차수열의 합과 로그의 성질을 이해하고 활용할 줄 안다면 어렵지 않게 해결할 수 있습니다.

두 번째 문제는 좌표 평면 위에 주어진 네 점을 꼭짓점으로 갖는 사각형과 관련된 문제로서, 이를 삼각형의 합동, 도형의 넓이, 호의 길이와 연관짓는 문제를 해결할 수 있는 능력을 평가하는 문제입니다. 본 문제는 고교과정 중 도형의 넓이, 미분을 활용한 함수의 최대와 최소, 호도법, 삼각함수 등의 개념을 이해하고 있으면 풀 수 있는 문제입니다. 소문항 1에서는 삼각형의 합동을 이용하여, 사각형의 넓이를 삼각형들의 넓이의 합으로 제대로 표현할 수 있는지 평가하고자 하였으며, 소문항 2에서는 도함수를 활용하여 문제에 주어진 삼각형의 넓이의 최댓값을 제대로 구할 수 있는지 평가하고자 하였습니다. 소문항 3에서는 호도법과 삼각함수의 개념을 이용하여 문제에 주어진 호의 길이를 제대로 구할 수 있는지 평가하고자 하였습니다.

세 번째 문제는 기본적인 이차함수의 그래프 위에 두 점을 잇는 선분과 그래프 사이의 도형의 넓이를 구하는 문제입니다. 미분을 이용하여, 함수의 증가와 감소를 판단하고 접선의 방정식을 구할 수 있는지와 정적분 개념을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있는지를 평가하고자 하였습니다. 소문항 1은 내분점의 개념을 이해하고, 정적분을 이용하여 주어진 도형의 넓이를 구할 수 있는지를 평가하고자 하였습니다. 소문항 2는 함수의 증가와 감소를 판단할 수 있는지를 평가하고자 하였으며, 소문항 3은 접선의 방정식을 구하고, 정적분의 값을 구할 수 있는지를 평가하고자 하였습니다.

문제 분석[수리 논술]

인천예일고등학교 최미희

상일여자고등학교 장동만

각 문제는 모두 해당 문제의 소문항들이 같은 방향으로 접근하면 되는 문항으로 조금씩 심화시켜 묻고 있다. [문제1]은 소수인 약수가 2뿐인 자연수에서 시작하여 소수인 약수가 2와 5인 자연수로 확장하고 있으며, [문제2]는 모두 삼각형 FBG와 삼각형 FEG가 서로 합동인 직각삼각형임을 이용하도록 하고 있고, [문제3]은 앞의 두 소문항을 통해 세 번째 소문항이 선분을 내분하는 점을 이용하여 함을 알려주고 있다. 따라서 각 문제의 첫 번째 소문항을 풀고 그 이후부터 앞의 소문항에서 힌트를 얻어야 한다.

[문제1]은 여러 가지 수열의 합, 집합, 약소, 로그에 대한 개념을 활용해 풀 수 있는 문제이다. 소인수분해를 통해 자연수의 약수가 어떤 형식을 취하게 되는지 파악하고 로그의 성질을 적절히 활용하면 되는 문항으로 관련 개념을 정확히 파악하고 활용할 수 있다면 어려움 없이 해결할 수 있는 문항이다.

[문제1]의 <제시문>은 자연수의 거듭제곱의 합과 등차수열의 첫째항에서부터 제 n 항까지의 합에 관련된 내용을 제시하고 집합 A 의 원소의 합으로 $S(A)$ 를 정의하고 있다.

[문제1-i]은 자연수 2^{2025} 의 약수들이 모두 2^a 의 형태를 가진다는 사실과 밑이 2인 로그를 이용하면 $S(A)$ 가 자연수의 합이 된다는 사실을 이용하면 해결할 수 있다.

[문제1-ii]은 [문제1-i]과 비슷한 방식으로 접근하되, 자연수 10^{2025} 의 약수들이 모두 $2^a \times 5^b$ 의 형태를 가진다는 사실과 $\log_{10} M + \log_{10} N = \log_{10} MN$ 임을 이용하면 된다.

[문제1-iii]는 [문제1-ii]에서 알게 된 사실을 이용하여 [문제1-ii]와 같은 방식으로 접근하되, 자연수 10^{2025} 의 짝수인 약수는 $2^a \times 5^b$ 에서 a 가 1이상인 자연수라는 점을 파악하면 해결할 수 있다.

[문제2]는 삼각형의 합동, 미분을 활용한 함수의 최대, 호도법과 삼각함수에 관한 문항이다. 사각형 모양의 종이를 접는 상황은 학생들이 평소에도 많이 접하는 문제 상황으로 삼각형 FBG와 삼각형 FEG가 합동인 직각삼각형이라는 것을 어렵지 않게 파악할 수 있으리라 생각되고, 그 사실을 이용하는 문항이다. 단지, 해당 사실을 이용하여 점 F를 고정했을 때, 점 E가 그리는 곡선이 원의 일부임을 파악하는 것은 생소할 수 있어 [문제2-iii]은 어려움이 예상되는 문항이다.

[문제2]의 <제시문>은 사각형 모양의 종이를 접는 상황을 설명하고 있으며, 좌표평면 위에 각 점을 대응시켜 선분의 길이에 관한 정보를 예뉘려 제시하고 있다.

[문제2-i]은 사각형의 넓이를 네 직각삼각형의 넓이의 합으로 표현할 수 있음을 이용해야 하는 문제로, 각 변의 길이를 a 와 b 로 나타낼 수 있다면 어려움 없이 해결할 수 있는 문제이다.

[문제2-ii]은 [문제2-i]을 해결하는 과정에서 알게 되는 사실을 활용해야 하는 문제로, 삼각형 AEF의 넓이의 최댓값을 구하기 위해 미분으로 해결하는 것은 자주 활용하는 방법이다.

[문제2-iii]은 삼각형 FBG와 삼각형 FEG가 합동인 직각삼각형임을 이용하여 점 F를 고정했을 때,

점 E가 그리는 곡선이 원의 일부임을 파악해야 하는 문제이다. 해당 사실을 파악하는 것이 쉽지 않을 것으로 예상되지만, 그 점만 파악한다면 중심각의 크기와 반지름의 길이를 찾고 문제를 해결하는 것에는 어려움이 없을 것으로 판단되는 문제이다.

[문제3]은 정적분을 활용하여 도형의 넓이를 구하는 것과 관련된 문항이다. 모두 이차함수 위의 두 점을 잇는 선분을 내분하는 점을 이용해야 한다. 이 문제는 [문제3-i], [문제3-ii]를 해결하면서 [문제3-iii] 또한 선분을 내분하는 점을 이용해야 함을 유추할 수 있어야 한다. 또한 그동안 미분계수를 활용하여 접선의 방정식을 구하는 상황은 자주 만나지만, 이번에는 반대로 접선을 이용하여 함수를 찾아야 한다. 평소에 접하지 못 한 생소한 문제 상황으로 응시생의 변별이 될 수 있는 문제이다.

[문제3]의 <제시문>은 선분을 내분하는 점의 좌표를 구하는 방법과 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 방법을 제공하고 있으며, 이차함수 $y = x^2$ 위의 두 점과 그 두 점을 잇는 선분의 내분하는 점을 제시하고 있다.

[문제3-i]는 주어진 조건을 만족하는 점 P_1 과 점 P_2 의 좌표를 구하기만 한다면 넓이를 구하는 것은 크게 어려움이 없는 문제이다. 점 P_1 과 점 P_2 의 좌표도 주어진 조건을 따라 차분히 해결해 나간다면 충분히 찾을 수 있다.

[문제3-ii]는 $k = 0$ 인 경우와 $k = \frac{1}{2}$ 인 경우의 점 P_1 과 점 P_2 의 좌표를 구할 수 있다면 해결이 어렵지 않은 문제이다. 그러나 $k = 0$ 과 $k = \frac{1}{2}$ 인 경우만 확인하면 되는 근거를 제시하기 위해서는 함수의 증가와 감소를 확인해야 할 필요가 있으나, 이 과정을 놓칠 가능성이 매우 높아 보인다. 논리적 판단의 근거를 반드시 제시할 수 있어야 한다.

[문제3-iii]은 제시된 조건을 만족하는 선분이 특정 곡선의 접선이라는 점을 파악하고, 그 특정 곡선의 함수식을 찾을 수 있어야 하는 문제이다. 제시된 조건을 만족하는 선분의 중점을 활용해야 함을 파악하기가 쉽지 않고, 그 중점들로 이루어진 곡선의 접선이 제시된 선분이라는 점 또한 파악이 쉽지 않다. 더군다나 도형의 넓이를 구하기 위해 정적분을 활용해야 한다는 것은 쉽게 파악할 수 있으나, 구간을 나누어 어떤 함수들을 이용해야 하는지 구분하는 것도 쉽지 않다. 그러나 평소 다양한 관점으로 바라볼 줄 아는 학생이라면 해결 방안을 찾을 수 있으리라 생각된다.



2025학년도 모의논술 논술시험(수리 논술)

모집단위		전형유형	
수험번호		성명	

답안작성 유의사항

- 가. 시험 시간은 100분이며, 문제별 답안은 반드시 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 작성해야 합니다.(문제번호와 답안번호는 반드시 일치해야 합니다.)
- 나. 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 다른 문제의 답안을 작성한 경우 평가하지 않습니다.
- 다. 답안은 지정된 작성영역 내에 작성해야 하며, 지정된 작성영역을 초과하여 작성한 부분에 대해서는 평가하지 않습니다.
- 라. 답안 작성영역에는 어떠한 경우에도 인적사항을 기재하면 안됩니다. 인적사항(성명, 서명 등) 또는 답안과 관계없는 표기를 하는 경우 결격처리 될 수 있습니다.
- 마. 답안작성은 흑색 필기구를 사용해야 합니다.(연필·샤프 사용가능, 답안작성 중 필기구 종류 또는 색상 변경 불가)
- 바. 답안 수정 시에는 취소선을 긋거나 지우개로 지워야 하며 수정액이나 수정테이프는 사용할 수 없습니다.

문제 1

다음 <제시문 1> ~ <제시문 3>을 읽고 [문제1-i] ~ [문제1-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(30점)

<제시문 1>

첫째항이 a , 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = a + (n-1)d \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이고, 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 은 다음과 같다.

$$S_n = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$$

<제시문 2>

서로 다른 n 개에서 r 개를 택하는 조합의 수는 다음과 같다.

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{단, } 0 \leq r \leq n)$$

<제시문 3>

양의 정수 n 에 대하여, n 개의 서로 다른 양의 정수로 이루어진 집합 $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 를 생각하자. (단, $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ 이라고 가정하자.) 집합 S 에서 서로 다른 두 개의 원소를 뽑아 더한 ${}_nC_2$ 개의 수가 모두 다르고, 이 수들을 크기가 작은 것부터 나열했을 때 등차수열을 이룬다고 가정하자. 예를 들어, $n=3$ 일 때 집합 $S = \{1, 2, 3\}$ 이라고 하면, 등차수열 3, 4, 5를 얻을 수 있다.

[문제 1-i] <제시문 3>에서 $n=3$ 일 때, 집합 S 로부터 얻은 등차수열의 합이 600이 되는 가능한 모든 집합 S 의 개수를 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 1-ii] <제시문 3>에서 $n=4$ 일 때, 집합 S 로부터 얻은 등차수열의 합이 2025가 되는 가능한 모든 집합 S 의 개수를 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 1-iii] $n \geq 5$ 일 때, <제시문 3>의 조건을 만족하는 집합 S 가 존재하지 않음을 보이고, 그 이유를 논하시오. (10점)

문제 2

다음 <제시문 1> ~ <제시문 3>을 읽고 [문제2- i] ~ [문제2- iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(35점)

<제시문 1>

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $D = b^2 - 4ac$ 라고 하면, (a, b, c 는 실수)

- (i) $D > 0$: 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- (ii) $D = 0$: 중근(서로 같은 두 실근)을 갖는다.
- (iii) $D < 0$: 서로 다른 두 허근을 갖는다.

<제시문 2>

두 함수 $f(x), g(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x), y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a, x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이 S 는 다음과 같다.

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

<제시문 3>

실수 $k (\neq \pm 1)$ 에 대하여 이차함수 $y = \left(\frac{1-k^2}{2}\right)x^2$ 과 직선 $y = kx + 1$ 의 교점의 개수가 2일 때, 두 교점을 $P_1(x_1, y_1)$ 과 $P_2(x_2, y_2)$ 로 나타낸다 (단, $x_1 < x_2$). 만약, 교점의 개수가 1이라면, $P_1 = P_2$ 라고 하자 (즉, $x_1 = x_2$).

[문제 2 - i] <제시문 3>에서 교점의 개수가 2라고 가정하자. 두 점 P_1, P_2 의 중점과 점 $Q(2, 0)$ 을 잇는 직선이 y 축과 만나지 않는다고 할 때, 가능한 k 의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 2 - ii] <제시문 3>에서 교점의 개수가 2이고 $0 < x_1 < x_2$ 라 가정하자. 두 점 P_1, P_2 의 중점과 점 $Q(2, 0)$ 을 잇는 직선이 y 축과 만날 때, 그 교점을 $R(0, c)$ 라고 하자. y 축 위의 점 중에서 교점 $R(0, c)$ 이 될 수 없는 점들의 집합이 이루는 선분의 길이를 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 2 - iii] <제시문 3>에서 교점의 개수가 1이고 $x_1 = x_2 < 0$ 일 때, 직선 $y = kx + 1$ 에 수직이고 점 P_1 을 지나는 직선이 이차곡선 $y = \left(\frac{1-k^2}{2}\right)x^2$ 과 만나는 또 다른 한 점을 T 라고 하자. 그리고, 점 T 에서 이차곡선 $y = \left(\frac{1-k^2}{2}\right)x^2$ 에 그은 접선이 직선 $y = kx + 1$ 과 만나는 교점을 B 라 하자. 이차곡선 $y = \left(\frac{1-k^2}{2}\right)x^2$ 에 의해 삼각형 P_1TB 는 두 영역으로 나뉘게 되는데, 두 영역의 넓이의 비를 구하고 그 이유를 논하시오. (10점)

문제 3

다음 <제시문 1>과 <제시문 2>를 읽고 [문제3-i] ~ [문제3-iv]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(40점)

<제시문 1>

좌표 평면 위에 세 점 $A(0, 0)$, $B(2, 0)$, $C(1, \sqrt{3})$ 을 꼭짓점으로 하는 정삼각형 ABC 가 있다. 1이상의 실수 a 에 대하여 중심이 $\left(a, \frac{a^2}{\sqrt{3}}\right)$ 이고 반지름이 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 인 원 C_a 와 정삼각형 ABC 의 교점을 생각하자.

<제시문 2>

<제시문 1>의 원 C_a 와 세 점 A, B, C , 1이상의 실수 a 에 대하여 함수 $f_1(a)$, $f_2(a)$, $f_3(a)$ 를 각각 다음과 같이 정의하자.

- (i) 원 C_a 와 선분 AB 의 교점의 개수를 $f_1(a)$ 라고 하자.
- (ii) 원 C_a 와 선분 AC 의 교점의 개수를 $f_2(a)$ 라고 하자.
- (iii) 원 C_a 와 선분 BC 의 교점의 개수를 $f_3(a)$ 라고 하자.

[문제 3 - i] <제시문 2>에 주어진 함수 $f_1(a)$ 에 대하여, $f_1(a) \geq 10$ 이 위한 a 의 범위에 대하여 논하시오. (10점)

[문제 3 - ii] <제시문 2>에 주어진 함수 $f_1(a)$ 에 대하여, $f_1(a) = 2$ 인 1보다 큰 a 의 값들 중에서 가장 작은 값을 m 이라고 두자. m 을 근으로 하고 최고차항의 계수가 1이며 정수 계수를 갖는 삼차다항식을 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

[문제 3 - iii] <제시문 2>에 주어진 함수 $f_2(a)$ 에 대하여, $f_2(a) \geq 10$ 이 위한 a 의 범위에 대하여 논하시오. (10점)

[문제 3 - iv] <제시문 2>에 주어진 함수 $f_3(a)$ 에 대하여, $f_3(a) \geq 10$ 이 위한 a 의 범위를 [문제 3 - ii]에서 제시된 m 을 이용하여 구하고, 그 이유를 논하시오. (10점)

해설(수리 논술)

문제 1

개요 및 주요 평가항목

서로 다른 n 개의 숫자에서 2개를 선택하여 만들어 낼 수 있는 ${}_nC_2$ 개의 숫자들이 언제 등차수열의 항을 이루는지를 확인하는 문제로, 등차수열의 기본적인 개념과 간단한 경우에서의 조합의 의미를 이해하고 있는지 평가하는 문제이다. 본 문제는 고교 과정 중 경우의 수(조합)과 등차수열 등을 이해하고 있으면 해결할 수 있는 문제이다.

×	
문제 1-i	등차수열의 뜻을 알고, 그 성질을 활용할 수 있는지 평가한다.
문제 1-ii	등차수열의 뜻을 알고, 그 성질을 활용할 수 있는지 평가한다.
문제 1-iii	등차수열의 뜻을 알고, 그 성질을 활용할 수 있는지 평가한다.



예시답안 및 채점기준

문제 1-i

<예시답안>

집합 $S = \{a = a_1, a_2, a_3\}$ 로부터 얻은 등차수열은

$$a_1 + a_2 < a_1 + a_3 < a_2 + a_3$$

이고, 공차를 d 라고 하면, $d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2$ 가 된다. 따라서, 등차수열은

$$2a + d, 2a + 2d, 2a + 3d$$

가 되고, 이 세수의 합은 $6(a + d) = 6000$ 이 되어 $a + d = 100$ 을 얻게 된다. $a, d \geq 1$ 이므로

만족하는 순서쌍 $(a, d) = (1, 99), (2, 98), \dots, (99, 1)$ 이고 가능한 모든 집합 S 의 개수는 99이다.



채점기준

5점 집합 S 의 원소들이 만족해야되는 조건을 수식화 할 수 있다.

5점 가능한 집합 S 의 개수를 올바르게 구할 수 있다.

문제 1 - ii

<예시답안>

집합 $S = \{a = a_1, a_2, a_3, a_4\}$ 로부터 얻은 등차수열의 처음 세 개의 항은

$$a_1 + a_2 < a_1 + a_3 < a_1 + a_4 \text{ 혹은 } a_1 + a_2 < a_1 + a_3 < a_2 + a_3$$

이다. 먼저, $a_1 + a_2 < a_1 + a_3 < a_1 + a_4$ 라고 가정하자. 이때, 등차수열은

$$a_1 + a_2 < a_1 + a_3 < a_1 + a_4 < a_2 + a_3 < a_2 + a_4 < a_3 + a_4$$

가 되고, 공차를 d 라고 하면 $d = a_3 - a_2 = a_4 - a_3$ 이 된다. 이로부터,

$$d = (a_2 + a_3) - (a_1 + a_4) = a_2 - a_1 - d$$

을 얻게 되어, $a_2 - a_1 = 2d$ 이다. 따라서, $S = \{a, a + 2d, a + 3d, a + 4d\}$ 가 되고, 집합 S 의 원소들로

만들어진 등차수열은 첫째항이 $2a + 2d$ 이고 공차가 d 인 등차수열이므로 $\frac{6(4a + 9d)}{2} = 2025$, 즉

$4a + 9d = 675$ 이고 이를 만족하는 양의 정수의 쌍 (a, d) 는 $(162, 3), (153, 7), \dots, (9, 71)$ 으로 총 18개다.

이제, $a_1 + a_2 < a_1 + a_3 < a_2 + a_3$ 라고 가정하자. 이때, 등차수열은

$$a_1 + a_2 < a_1 + a_3 < a_2 + a_3 < a_1 + a_4 < a_2 + a_4 < a_3 + a_4$$

이 되고, 위와 같은 방법으로(혹은 대칭성에 의해) $S = \{a, a + d, a + 2d, a + 4d\}$ 이고 집합 S 의

원소들로 만들어진 등차수열은 첫째항이 $2a + d$ 이고 공차가 d 인 등차수열이므로

$\frac{6(4a + 7d)}{2} = 2025$, 즉 $4a + 7d = 675$ 가 된다. 이를 만족하는 양의 정수의 쌍 (a, d) 는

$(167, 1), (160, 5), \dots, (6, 93)$ 으로 총 24개다. 따라서, 가능한 집합 S 의 개수는 42개다.



채점기준

2점 가능한 집합 S 를 두 가지로 나눌 수 있다.

4점 첫 번째 경우의 개수를 구할 수 있다.

4점 두 번째 경우의 개수를 구할 수 있다.

문제 1 - iii

<예시답안>

집합 $S = \{a_1, \dots, a_n\}$ 로부터 얻은 등차수열은 다음과 같다.

$$a_1 + a_2 < a_1 + a_3 < \dots < a_{n-2} + a_n < a_{n-1} + a_n$$

공차를 d 라 하면, $d = a_3 - a_2 = a_{n-1} - a_{n-2}$ 를 얻을 수 있다. 이로부터

$$a_2 + a_{n-1} = (a_3 - d) + (a_{n-2} + d) = a_3 + a_{n-2}$$

가 되어, 만약 $n \geq 6$ 이라면 <제시문 3>의 조건에 모순이다.

이제 $n=5$ 이라고 가정하면, $a_1 + a_2 < a_1 + a_3 < \dots < a_3 + a_5 < a_4 + a_5$ 를 얻는다.

이로부터, $d = a_3 - a_2 = a_4 - a_3$ 을 얻게 되고, $(a_1 + a_3) + d = a_1 + (a_3 + d) = a_1 + a_4$ 가 되어, $a_1 + a_4$ 가

3번째 항이 된다. 마찬가지로 $a_2 + a_5$ 는 8번째 항이 된다.

또한, $a_2 + a_3 < a_2 + a_4 < a_3 + a_4$ 도 각 항의 차이가 d 이므로 $a_1 + a_5$ 는 4번째 항이거나 7번째

항이 된다. 먼저, $a_1 + a_5$ 가 4번째 항이라고 가정하자. 그러면 등차수열은

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &< a_1 + a_3 < a_1 + a_4 < a_1 + a_5 \\ &< a_2 + a_3 < a_2 + a_4 < a_3 + a_4 \\ &< a_2 + a_5 < a_3 + a_5 < a_4 + a_5 \end{aligned}$$

이 된다. 이때, $a_5 - a_4 = (a_1 + a_5) - (a_1 + a_4) = d = (a_1 + a_3) - (a_1 + a_2) = a_3 - a_2$ 이다. 이로부터

$a_2 + a_5 = a_3 + a_4$ 가 되어, <제시문 3>의 조건에 모순이다.

마찬가지로 $a_1 + a_5$ 가 7번째 항인 경우에도 비슷한 방식으로 모순을 이끌어낼 수 있다.



채점기준

4점 $n \geq 6$ 인 경우 존재하지 않음을 보인다.

6점 $n = 5$ 인 경우 존재하지 않음을 보인다.

문제 2

개요 및 주요 평가항목

이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계로부터 파생되는 다양한 점의 좌표와 직선의 방정식을 구할 수 있는지와 이차방정식의 근과 계수의 관계를 올바르게 이해하고 있는지, 그리고 정적분을 올바르게 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다. 본 문제는 고교 과정 중에서 방정식과 부등식, 직선의 방정식, 정적분 등을 이해하고 있으면 해결할 수 있는 문제이다.

문제 2 - i 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 올바르게 이해하고 있는지 평가한다.

문제 2 - ii 이차방정식의 판별식과 근과 계수의 관계를 올바르게 이해하고 있는지 평가한다.

문제 2 - iii 직선의 방정식을 올바르게 구할 수 있고, 정적분을 계산할 수 있는지 평가한다.



예시답안 및 채점기준

문제 2 - i

<예시답안>

이차방정식 $(1-k^2)x^2 - 2kx - 2 = 0$ 이 두 개의 서로 다른 실근을 가져야 하므로,

$$D = k^2 + 2(1-k^2) > 0$$

이 성립한다. 따라서, $-\sqrt{2} < k < \sqrt{2}$ 이고 $k \neq \pm 1$ 이다.

$x_1 + x_2 = \frac{2k}{1-k^2}$ 이므로, 두 점 P_1, P_2 의 중점의 x 좌표는 $\frac{k}{1-k^2}$ 이다.

문제의 직선이 y 축과 만나지 않기 위해서는 $\frac{k}{1-k^2} = 2$, 즉 $2k^2 + k - 2 = 0$ 이 성립해야 하고

$k = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이다. 이 두 개의 k 의 값 모두 위에서 구한 부등식을 만족한다.



채점기준

5점 이차방정식이 서로 다른 두 실근을 가질 조건을 k 에 대한 조건으로 표현할 수 있다.

5점 가능한 k 의 값을 모두 구할 수 있다.

문제 2 - ii

<예시답안>

이차방정식 $(1-k^2)x^2 - 2kx - 2 = 0$ 이 두 개의 서로 다른 양의 실근을 가져야 하므로,

$$x_1 + x_2 = \frac{2k}{1-k^2} > 0, \quad x_1 x_2 = \frac{-2}{1-k^2} > 0, \quad D = k^2 + 2(1-k^2) > 0$$

이 성립한다. 따라서, $-\sqrt{2} < k < -1$ 이다.

이때, 두 점 P_1, P_2 의 중점의 좌표는 $\left(\frac{k}{1-k^2}, \frac{1}{1-k^2}\right)$ 이므로, $\frac{\frac{1}{1-k^2}}{\frac{k}{1-k^2} - 2} = \frac{c}{-2}$ 를 얻게 되어

$$c = \frac{2}{-2k^2 - k + 2}$$

가 성립한다. $-\sqrt{2} < k < -1$ 에 대해 $-2 + \sqrt{2} < -2k^2 - k + 2 < 1$ 이므로, $c < -2 - \sqrt{2}$ 혹은

$c > 2$ 이다. 따라서, 문제의 선분은 점 $(0, -2 - \sqrt{2})$ 와 점 $(0, 2)$ 를 연결하므로, 그 길이는

$4 + \sqrt{2}$ 이다.



채점기준

5점 가능한 k 값의 범위를 구할 수 있다.

5점 선분의 길이를 구할 수 있다.

문제 2 - iii

<예시답안>

[문제 2 - ii]와 대칭성으로부터 $k = \sqrt{2}$ 이다. 즉, 문제에서 주어진 직선의 방정식은 $y = \sqrt{2}x + 1$,

이차함수는 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고, 점 P_1 의 좌표는 $P_1(-\sqrt{2}, -1)$ 이다.

따라서, 직선 P_1T 의 방정식은 $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}x - 2$ 이고 $T(2\sqrt{2}, -4)$ 이다.

이로부터 직선 TB 의 방정식은 $y = -2\sqrt{2}x + 4$ 가 되어 $B\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 2\right)$ 이다.

이로부터 직각삼각형 P_1TB 에서 $\overline{P_1T} = 3\sqrt{3}$, $\overline{P_1B} = \frac{3}{2}\sqrt{6}$ 이므로, 그 넓이는 $\frac{27}{4}\sqrt{2}$ 이다.

이제 두 영역 중에서 아래에 놓인 부분의 넓이는

$$\int_{-\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{\sqrt{2}}x + 2 \right) dx = \frac{9}{2}\sqrt{2}$$

이므로 나머지 영역의 넓이는 $\frac{9}{4}\sqrt{2}$ 이고, 두 영역의 넓이의 비는 2:1이다.



채점기준

- 3점** 점 P_1, T, B 의 좌표를 구할 수 있다.
- 2점** 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.
- 5점** 정적분을 이용하여 각 영역의 넓이를 구할 수 있다.

문제 3

개요 및 주요 평가항목

좌표평면 위의 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 주어진 삼각형의 세 선분과 원과의 교점의 개수를 구할 수 있는지 평가하는 문제이다. 본 문제는 고교과정 중 두 점 사이의 거리 공식, 이차함수의 최대, 최소, 다항식의 인수분해, 이차부등식, 삼차함수의 그래프의 개형 등을 이해하고 있으면 해결할 수 있는 문제이다.

- 문제 3 - i

이차함수의 닫힌 구간에서의 최대, 최소를 활용하여 관련된 부등식을 제대로 풀 수 있는지 평가한다.
- 문제 3 - ii

삼차함수의 그래프의 개형을 이해하고, 이와 관련한 부등식을 제대로 풀 수 있는지 평가한다.
- 문제 3 - iii

사차다항식의 인수분해를 통하여 주어진 부등식을 제대로 풀 수 있는지 평가한다.
- 문제 3 - iv

이차함수와 관련된 절대부등식의 개념을 이용해, 주어진 부등식을 제대로 풀 수 있는지 평가한다.



예시답안 및 채점기준

문제 3 - i

<예시답안>

선분 AB 위의 임의의 점을 $(x, 0)$ 으로 놓자. 여기서 $0 \leq x \leq 2$ 이다. 원 C_0 와 선분 AB의 교점이 생길 필요충분조건은 두 점 $(x, 0)$ 과 $\left(a, \frac{a^2}{\sqrt{3}}\right)$ 사이의 거리가 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 이 되는 x 가 0과 2 사이에 존재한다는 것이다. 두 점 $(x, 0)$ 과 $\left(a, \frac{a^2}{\sqrt{3}}\right)$ 사이의 거리의 제곱을 $f(x)$ 로 두면,

$f(x) = (x-a)^2 + \frac{1}{3}a^4$ 이므로 $f(x) = \frac{4}{3}$ 이 되는 x 를 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 찾도록 하자. 다음 두

가지 경우로 나누어서 생각해보도록 하겠다.

(경우1) $1 \leq a \leq 2$: 이 경우 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(a) = \frac{1}{3}a^4$ 이고 최댓값은

$f(0) = a^2 + \frac{1}{3}a^4$ 이므로, $f_1(a) \geq 1$ 일 필요충분조건은 $\frac{1}{3}a^4 \leq \frac{4}{3} \leq a^2 + \frac{1}{3}a^4$ 임을 알 수 있다. 여기서

$\frac{1}{3}a^4 \leq \frac{4}{3}$ 를 풀면, $a^4 - 4 = (a^2 + 2)(a^2 - 2) \leq 0$ 이므로 $-\sqrt{2} \leq a \leq \sqrt{2}$ 를 얻는다. 또한

$\frac{4}{3} \leq a^2 + \frac{1}{3}a^4$ 를 풀면, $a^4 + 3a^2 - 4 \geq 0$ 이므로 $(a^2 - 1)(a^2 + 4) \geq 0$ 이 되어 $a \geq 1$ 또는 $a \leq -1$ 을

얻는다. 이제 $1 \leq a \leq 2$ 임을 고려하면, $1 \leq a \leq \sqrt{2}$ 이어야 한다.

(경우2) $a \geq 2$: 이 경우 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 $f(2) = (2-a)^2 + \frac{1}{3}a^4$ 이고

최댓값은 $f(0) = a^2 + \frac{1}{3}a^4$ 이므로, $f_1(a) \geq 1$ 일 필요충분조건은 $(2-a)^2 + \frac{1}{3}a^4 \leq \frac{4}{3} \leq a^2 + \frac{1}{3}a^4$ 임을

알 수 있다. 여기서 $(2-a)^2 + \frac{1}{3}a^4 \leq \frac{4}{3}$ 를 풀면, $a^4 + 3a^2 - 12a + 8 = (a-1)(a^3 + a^2 + 4a - 8) \leq 0$ 이

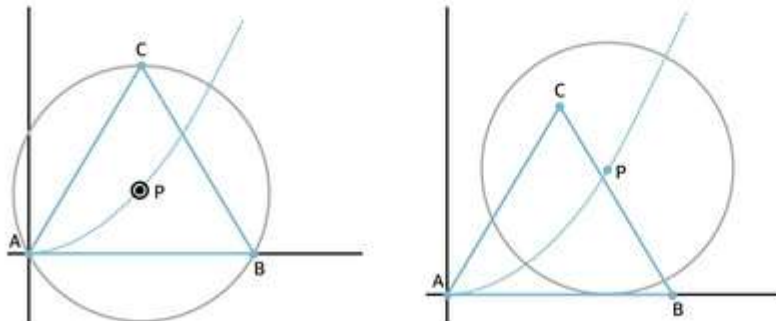
되는데, 주어진 조건 $a \geq 2$ 로부터 $a-1 \geq 1$ 이고,

$a^3 + a^2 + 4a - 8 = a^3 - 8 + a^2 + 4a = (a-2)(a^2 + 2a + 4) + a(a+4) \geq 12$ 이므로, 이 경우에 부등식

$(2-a)^2 + \frac{1}{3}a^4 \leq \frac{4}{3}$ 를 만족하는 a 는 존재하지 않는다. 따라서 (경우1)과 (경우2)를 종합적으로

고려하면, $f_1(a) \geq 1$ 이기 위한 a 의 범위는 $1 \leq a \leq \sqrt{2}$ 임을 알 수 있다. 아래 그림은 각각

$a=1$ 인 경우와 $a=\sqrt{2}$ 인 경우의 그림이다.





채점기준

- 4점** 원 C_a 와 선분 AB의 교점이 생길 필요충분조건을 거리함수와 관련지어 설정한다.
- 6점** a 의 범위를 두 가지 경우로 나누어, 거리함수와 관련지어 설정한 부등식을 해결한다.

문제 3 - ii

<예시답안>

[문제 3 -i]의 풀이로부터 $f_1(a) \geq 1$ 이기 위한 a 의 범위는 $1 \leq a \leq \sqrt{2}$ 이 됨을 알았다.

$1 \leq a \leq \sqrt{2}$ 일 때, 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 이차함수 $f(x) = (x-a)^2 + \frac{1}{3}a^4$ 의 그래프의 개형을

살펴보면, $y = f(x)$ 와 $y = \frac{4}{3}$ 의 교점이 2개가 되기 위한 필요충분조건은 $f(a) < \frac{4}{3} \leq f(2)$ 가 됨을

알 수 있다. 따라서 $f_1(a) = 2$ 일 필요충분조건은 $\frac{1}{3}a^4 < \frac{4}{3} \leq (2-a)^2 + \frac{1}{3}a^4$ 이 된다. 여기서

$\frac{1}{3}a^4 < \frac{4}{3}$ 를 풀면, $a^4 - 4 = (a^2 + 2)(a^2 - 2) < 0$ 이므로 $-\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$ 를 얻는다. 또한

$\frac{4}{3} \leq (2-a)^2 + \frac{1}{3}a^4$ 을 풀면, $a^4 + 3a^2 - 12a + 8 = (a-1)(a^3 + a^2 + 4a - 8) \geq 0$ 이 되는데, a 의 범위인

$1 \leq a \leq \sqrt{2}$ 를 감안하면, $a^3 + a^2 + 4a - 8 \geq 0$ 이 되어야 한다. 이제 함수

$k(a) = a^3 + a^2 + 4a - 8$ 이라고 두면, 이것의 도함수는 $3a^2 + 2a + 4$ 는 항상 양수이므로, 함수 $k(a)$ 는

증가함수가 됨을 알 수 있다. 또한 $k(1) = -2 < 0$ 이고 $k(\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} - 6 > 0$ 이므로, $k(x) = 0$ 의

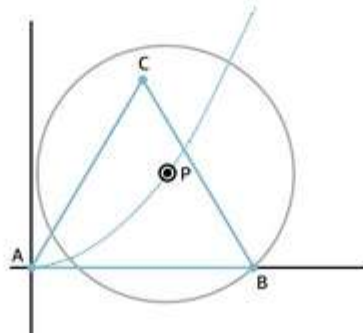
실근은 1과 $\sqrt{2}$ 사이에 딱 하나 존재함을 알 수 있다. 이 실근을 α 라고 두면, $f_1(a) = 2$ 일

필요충분조건은 $a = 1$ 또는 $\alpha \leq a < \sqrt{2}$ 가 된다. 따라서 $f_1(a) = 2$ 인 1보다 큰 a 의 값들 중에서

가장 작은 값을 m 이라고 두면, $m = \alpha$ 가 되고, m 이 만족하는 최고차항의 계수가 1인

정수계수 삼차다항식 중 하나는 $x^3 + x^2 + 4x - 8$ 임을 알 수 있다. 참고로 아래 그림은 $a = m$ 인

경우의 그림이다.





채점기준

5점 $f_1(a) = 2$ 이기 위해 a 가 만족해야되는 부등식을 올바르게 구한다.

5점 a 가 만족해야되는 부등식을 풀고, m 이 만족하는 삼차다항식을 제대로 구한다.

문제 3 - iii

<예시답안>

선분 AC 위의 임의의 점을 $(x, \sqrt{3}x)$ 로 놓자. 여기서 $0 \leq x \leq 1$ 이다. 원 C_a 와 선분 AC의 교점이 생길 필요충분조건은 두 점 $(x, \sqrt{3}x)$ 와 $\left(a, \frac{a^2}{\sqrt{3}}\right)$ 사이의 거리가 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 이 되는 x 가 0과

1 사이에 존재한다는 것이다. 두 점 $(x, \sqrt{3}x)$ 와 $\left(a, \frac{a^2}{\sqrt{3}}\right)$ 사이의 거리의 제곱을 $g(x)$ 로 두면,

$$g(x) = (x-a)^2 + \left(\sqrt{3}x - \frac{1}{\sqrt{3}}a^2\right)^2 = 4\left(x - \frac{(a+a^2)}{4}\right)^2 + \frac{1}{12}a^2(a-3)^2 \text{이므로 } g(x) = \frac{4}{3} \text{가 되는 } x \text{를}$$

달한 구간 $[0,1]$ 에서 찾도록 하자. $a \geq 1$ 이므로, $\frac{1}{2} \leq \frac{a+a^2}{4}$ 이다. 또한 $\frac{a+a^2}{4} = 1$ 이 되는 a 는

$\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$ 이므로, 다음 두 가지 경우로 나누어서 생각해보도록 하겠다.

(경우1) $1 \leq a \leq \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$: 이 경우 $\frac{1}{2} \leq \frac{a+a^2}{4} \leq 1$ 이므로, 달한 구간 $[0,1]$ 에서 $g(x)$ 의

최솟값은 $g\left(\frac{a+a^2}{4}\right) = \frac{1}{12}a^2(a-3)^2$ 이고 최댓값은 $g(0) = a^2 + \frac{1}{3}a^4$ 이 된다. 따라서, $f_2(a) \geq 1$ 일

필요충분조건은 $\frac{1}{12}a^2(a-3)^2 \leq \frac{4}{3} \leq a^2 + \frac{1}{3}a^4$ 임을 알 수 있다. 여기서 $\frac{1}{12}a^2(a-3)^2 \leq \frac{4}{3}$ 를 풀면,

$(a^2-3a+4)(a^2-3a-4) = (a^2-3a+4)(a+1)(a-4) \leq 0$ 이고, a^2-3a+4 는 항상 양수 값을

가지므로 $-1 \leq a \leq 4$ 를 얻는다. 또한 $\frac{4}{3} \leq a^2 + \frac{1}{3}a^4$ 를 풀면, $a^4 + 3a^2 - 4 \geq 0$ 이므로

$(a^2-1)(a^2+4) \geq 0$ 이 되어 $a \geq 1$ 또는 $a \leq -1$ 을 얻는다. 따라서 $1 \leq a \leq \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$ 인 모든 a 에

대하여 $f_2(a) \geq 1$ 임을 알 수 있다.

(경우2) $a \geq \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$: 이 경우 $\frac{a+a^2}{4} \geq 1$ 이므로, 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 $g(x)$ 의 최솟값은

$g(1) = (1-a)^2 + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}a^2\right)^2$ 이고 최댓값은 $g(0) = a^2 + \frac{1}{3}a^4$ 이 된다. 따라서 이

경우에, $f_2(a) \geq 1$ 일 필요충분조건은 $(1-a)^2 + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}a^2\right)^2 \leq \frac{4}{3} \leq a^2 + \frac{1}{3}a^4$ 임을 알 수 있다.

여기서 $(1-a)^2 + \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}a^2\right)^2 \leq \frac{4}{3}$ 를 풀면, $a^4 - 3a^2 - 6a + 8 \leq 0$ 이 되어

$(a-1)(a-2)(a^2+3a+4) \leq 0$ 이므로, $1 \leq a \leq 2$ 가 된다. 또한 $\frac{4}{3} \leq a^2 + \frac{1}{3}a^4$ 를 풀면,

$a^4 + 3a^2 - 4 \geq 0$ 이므로 $(a^2-1)(a^2+4) \geq 0$ 이 되어 $a \geq 1$ 또는 $a \leq -1$ 을 얻는다. 이제

$a \geq \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$ 임을 감안하면, $\frac{-1+\sqrt{17}}{2} \leq a \leq 2$ 임을 알 수 있다.

이제 (경우1)과 (경우2)를 종합적으로 고려하면, $f_2(a) \geq 1$ 이기 위한 a 의 범위는 $1 \leq a \leq 2$ 가 됨을 알 수 있다.



채점기준

- 4점** 원 C_0 와 선분 AC의 교점이 생길 필요충분조건을 거리함수와 관련지어 설정한다.
- 6점** a 의 범위를 두 가지 경우로 나누어, 거리함수와 관련지어 설정한 부등식을 해결한다.

문제 3 - iv

<예시답안>

선분 BC 위의 임의의 점을 $(x, \sqrt{3}(2-x))$ 로 놓자. 여기서 $1 \leq x \leq 2$ 이다. 원 C_a 와 선분 BC의

교점이 생길 필요충분조건은 두 점 $(x, \sqrt{3}(2-x))$ 와 $\left(a, \frac{a^2}{\sqrt{3}}\right)$ 사이의 거리가 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 이 되는 x 가

1과 2 사이에 존재한다는 것이다. 두 점 $(x, \sqrt{3}(2-x))$ 와 $\left(a, \frac{a^2}{\sqrt{3}}\right)$ 사이의 거리의 제곱을

이차함수 $h(x)$ 로 두자. 그러면, $h(x)$ 는 다음과 같다.

$$h(x) = (x-a)^2 + \left(\sqrt{3}(2-x) - \frac{1}{\sqrt{3}}a^2\right)^2 = 4\left(x - \frac{(a-a^2+6)}{4}\right)^2 + \frac{1}{12}(a^2+3a-6)^2. \text{ 이제 } h(x) = \frac{4}{3} \text{가}$$

되는 x 를 닫힌 구간 $[1, 2]$ 에서 찾도록 하자. $a \geq 1$ 이므로, $\frac{a-a^2+6}{4} \leq \frac{3}{2}$ 이다. 또한

$\frac{a-a^2+6}{4} = 1$ 이 되는 a 는 2이므로, 다음 두 가지 경우로 나누어서 생각해보도록 하겠다.

(경우1) $1 \leq a \leq 2$: 이 경우 $1 \leq \frac{a-a^2+6}{4} \leq \frac{3}{2}$ 이므로, 닫힌 구간 $[1, 2]$ 에서 $h(x)$ 의 최솟값은

$$h\left(\frac{a-a^2+6}{4}\right) = \frac{1}{12}(a^2+3a-6)^2 \text{이고 최댓값은 } h(2) = (2-a)^2 + \frac{1}{3}a^4 \text{이 된다. 따라서, } f_3(a) \geq 1 \text{일}$$

필요충분조건은 $\frac{1}{12}(a^2+3a-6)^2 \leq \frac{4}{3} \leq (2-a)^2 + \frac{1}{3}a^4$ 임을 알 수 있다. 여기서

$$\frac{1}{12}(a^2+3a-6)^2 \leq \frac{4}{3} \text{를 풀면, } (a^2+3a-10)(a^2+3a-2) = (a-2)(a+5)(a^2+3a-2) \leq 0 \text{이고,}$$

$1 \leq a \leq 2$ 에서 $(a+5)(a^2+3a-2)$ 는 항상 양수 값을 가지므로 $1 \leq a \leq 2$ 를 얻는다. 또한

$$\frac{4}{3} \leq (2-a)^2 + \frac{1}{3}a^4 \text{을 풀면, [문제 3-ii]의 풀이로부터 } a=1 \text{ 또는 } a \geq m \text{임을 알 수 있다. 따라서}$$

$f_3(a) \geq 1$ 일 필요충분조건은 $a=1$ 또는 $m \leq a \leq 2$ 이 된다.

(경우2) $a \geq 2$: 이 경우 $\frac{a-a^2+6}{4} \leq 1$ 이므로, 닫힌 구간 $[1, 2]$ 에서 $h(x)$ 의 최솟값은

$$h(1) = \frac{a^4}{3} - a^2 - 2a + 4 \text{이고 최댓값은 } h(2) = (2-a)^2 + \frac{1}{3}a^4 \text{이 된다. 따라서, } f_3(a) \geq 1 \text{일}$$

필요충분조건은 $\frac{a^4}{3} - a^2 - 2a + 4 \leq \frac{4}{3} \leq (2-a)^2 + \frac{1}{3}a^4$ 임을 알 수 있다. 여기서

$$\frac{a^4}{3} - a^2 - 2a + 4 \leq \frac{4}{3} \text{를 풀면, } a^4 - 3a^2 - 6a + 8 \leq 0 \text{이 되어 } (a-1)(a-2)(a^2+3a+4) \leq 0 \text{이므로,}$$

$1 \leq a \leq 2$ 가 된다. $a=2$ 인 경우에, $\frac{4}{3} \leq (2-a)^2 + \frac{1}{3}a^4$ 도 만족되므로, 이 경우에 $a=2$ 만이

$f_3(a) \geq 10$ 이 된다.

이제 (경우1)과 (경우2)를 종합적으로 고려하면, $f_3(a) \geq 10$ 이 되기 위한 a 의 범위는 $a=1$ 또는 $m \leq a \leq 2$ 가 된다.



채점기준

- 4점** 원 C_0 와 선분 BC의 교점이 생길 필요충분조건을 거리함수와 관련지어 설정한다.
- 6점** a 의 범위를 두 가지 경우로 나누어, 거리함수와 관련지어 설정한 부등식을 해결한다.

[별해]

거리함수 대신에 중심에서 직선까지의 거리(점과 직선 사이의 거리 공식 활용)가 반지름의 길이보다 작거나 같다는 정삼각형 각 꼭짓점까지의 거리를 이용하여 문제를 해결할 수 있다. $a=1$ 일 때는 중심의 좌표가 정삼각형의 무게중심, 즉 외심의 좌표와 같기 때문에 두 번째 문제를 제외하고 모두 $a=10$ 이 답에 포함이 됨을 알 수 있다. 원의 중심은 함수 $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x^2$ 의 그래프 위에서 움직이고 반지름의 길이는 일정하다. 그래서 [문제 3 -i]의 경우, 중심의 y 좌표가 반지름의 길이보다 작거나 같아야하므로, 이로부터 $1 \leq a \leq \sqrt{2}$ 가 나오고 해당 범위에서 원의 중심에서 x 축에 내린 수선의 발이 점 B를 넘어서지 않기 때문에 위에서 구한 범위가 답이 된다. [문제 3 -ii]의 경우에는 중심에서 점 B까지의 거리가 반지름의 길이보다 크거나 같으면 되기 때문에, 이로부터 답을 구할 수 있다. 나머지 문제들도 비슷한 방법으로 해결이 가능하다.

2025학년도 논술시험 기출문제

논술시험(수리형 1)

모집단위		전형유형	
수험번호		성명	



답안작성 유의사항

- 가. 시험 시간은 100분이며, 문제별 답안은 반드시 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 작성해야 합니다.(문제번호와 답안번호는 반드시 일치해야 합니다.)
- 나. 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 다른 문제의 답안을 작성한 경우 평가하지 않습니다.
- 다. 답안은 지정된 작성영역 내에 작성해야 하며, 지정된 작성영역을 초과하여 작성한 부분에 대해서는 평가하지 않습니다.
- 라. 답안 작성영역에는 어떠한 경우에도 인적사항을 기재하면 안됩니다. 인적사항(성명, 서명 등) 또는 답안과 관계없는 표기를 하는 경우 결격처리 될 수 있습니다.
- 마. 흑색 필기구를 사용해야 합니다.(연필·샤프 사용가능, 답안작성 중 필기구 종류 또는 색상 변경 불가)
- 바. 답안 수정 시에는 취소선을 긋거나 지우개로 지워야 하며 수정액이나 수정테이프는 사용할 수 없습니다.
- 사. 답안지 표지 상단에 본인의 인적사항(모집단위, 수험번호, 성명 등)을 기재하고, 감독위원의 확인을 받아야 합니다.

문제 1

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [문제1-i] ~ [문제1-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(30점)

<제시문 1>

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은 $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ 이다.

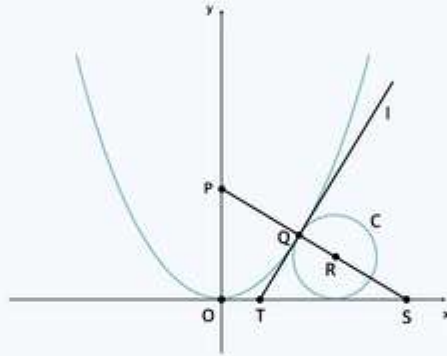
<제시문 2>

좌표평면 위의 두 직선 $y=mx+n, y=m'x+n'$ 에 대하여

- (1) 두 직선이 서로 수직이면 $mm'=-1$ 이다.
- (2) $mm'=-1$ 이면 두 직선이 수직이다.

<제시문 3>

아래 그림과 같이 곡선 $y=x^2$ 위의 한 점을 제1사분면 위에서 택하고 이를 Q라 한다. 곡선 $y=x^2$ 위의 점 Q에서의 접선을 l 이라 한다. 직선 l 이 x 축과 만나는 점을 T라 한다. 점 Q를 지나고 직선 l 에 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 P라 하고, x 축과 만나는 점을 S라 한다. 직선 l 과 점 Q에서 접하고, 동시에 x 축과 접하는 원을 C 라 한다. 단, 원 C 와 x 축의 접점의 x 좌표는 양수이다. 원 C 의 중심을 R라고 하고 그 둘레의 길이를 L 이라 한다. 좌표평면의 원점을 O라 한다.



[문제 1-i] <제시문3>에서 주어진 점 Q, S, T에 대하여, $\frac{\overline{QS} \times \overline{ST}}{\overline{QT}^3}$ 의 값은 점 Q의 위치에 관계없이 일정함을 보이고 그 이유를 논하시오.

[문제 1-ii] <제시문3>에서 주어진 점 P, Q, R에 대하여, $\frac{1}{2}\overline{PQ} + \overline{QR} - \overline{OP}$ 의 값은 점 Q의 위치에 관계없이 일정함을 보이고 그 이유를 논하시오.

[문제 1-iii] <제시문3>에서 정의된 점 Q의 x 좌표를 a 라 할 때, <제시문 3>에서 정의된 원 C 의 둘레의 길이 L 에 대하여 $\lim_{a \rightarrow +\infty} \frac{L}{\overline{PQ}^2}$ 의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

문제 2

다음 <제시문1>과 <제시문2>를 읽고 [문제2-i] ~ [문제2-iv]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(40점)

<제시문 1>

함수 $g(x)$ 가 미분가능하고 $g'(b)=0$ 일 때, $x=b$ 의 좌우에서 $g'(x)$ 의 부호가

- 양에서 음으로 바뀌면, $g(x)$ 는 $x=b$ 에서 극대이고, 극댓값 $g(b)$ 를 갖는다.
- 음에서 양으로 바뀌면, $g(x)$ 는 $x=b$ 에서 극소이고, 극솟값 $g(b)$ 를 갖는다.

<제시문 2>

- 함수 $f(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$f(t) = \begin{cases} t^2 + 2t & (t > 0) \\ -t & (t \leq 0) \end{cases}$$

- 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \frac{2x^3}{3} - 2x^2 + 12x + \int_{-10}^x (1-t)f(t)dt - \int_{-10}^x (4-t)f(t-3)dt$$

[문제 2 - i] <제시문2>에서 정의된 함수 $f(t)$ 에 대하여 $\int_{-2}^a f(t)dt = \frac{32-3a}{3}$ 를 만족시키는 양의 실수 a 의 값을 구하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 2 - ii] <제시문2>에서 정의된 함수 $f(t)$ 에 대하여 정적분 $\int_{-2}^2 f(t)|t-1|dt$ 의 값을 구하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 2 - iii] <제시문2>에서 정의된 함수 $f(t)$ 에 대하여 정적분 $\int_{-2}^2 f(t^2-2)|t-1|dt$ 의 값을 구하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 2 - iv] <제시문2>에서 정의된 함수 $g(x)$ 를 생각하자. 열린구간 $(-10, 10)$ 에서 $g(x)$ 가 극값을 갖는 x 의 값을 모두 구하고, 그 이유를 논하시오.

문제 3

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [문제3-i] ~ [문제3-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(30점)

<제시문 1>

함수 $f(x)$ 가 미분가능하고 $f'(a)=0$ 일 때, $x=a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가

- 양에서 음으로 바뀌면, $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극대이고, 극댓값 $f(a)$ 를 갖는다.
- 음에서 양으로 바뀌면, $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극소이고, 극솟값 $f(a)$ 를 갖는다.

<제시문 2>

함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하고 $x=a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$ 이다.

<제시문 3>

정수 a, b, c 에 대하여 삼차함수 $f(x)=4x^3+3ax^2+2bx+c$ 가 다음의 두 조건을 모두 만족한다.

- 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 세 실근 a_1, a_2, a_3 을 가진다. (단, $a_1 < a_2 < a_3$)
- 모든 정수 n 에 대하여 닫힌구간 $[n, n+1]$ 은 세 실근 a_1, a_2, a_3 중 많아야 하나를 포함한다.

[문제 3-i] <제시문3>에서 $a=-1, b=-3$ 일 때, 가능한 모든 함수 $f(x)$ 의 개수를 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 3-ii] <제시문3>에서 $b=0$ 이고 세 실근 a_1, a_2, a_3 중 두 수가 닫힌구간 $[0, 2]$ 에 포함될 때, 가능한 $|a_1|+|a_2|+|a_3|$ 의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 3-iii] [문제 3-ii]의 조건을 모두 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여, 정수 계수를 가지는 사차함수 $y=g(x)$ 가 $g'(x)=f(x)$ 이고 사차방정식 $g(x)=0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가진다고 한다. 이때 가능한 함수 $g(x)$ 를 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

해설(수리형 1)

문항 및 제시문

문제 1

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [문제1-i] ~ [문제1-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(30점)

<제시문 1>

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은 $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ 이다.

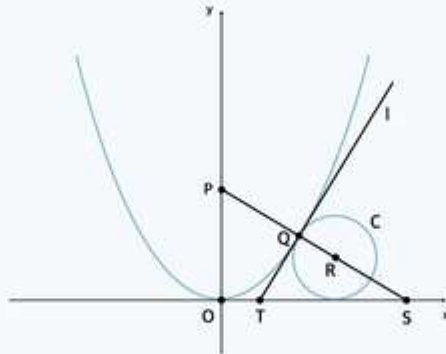
<제시문 2>

좌표평면 위의 두 직선 $y=mx+n, y=m'x+n'$ 에 대하여

- (1) 두 직선이 서로 수직이면 $mm'=-1$ 이다.
- (2) $mm'=-1$ 이면 두 직선이 수직이다.

<제시문 3>

아래 그림과 같이 곡선 $y=x^2$ 위의 한 점을 제1사분면 위에서 택하고 이를 Q라 한다. 곡선 $y=x^2$ 위의 점 Q에서의 접선을 l이라 한다. 직선 l이 x축과 만나는 점을 T라 한다. 점 Q를 지나고 직선 l에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 P라 하고, x축과 만나는 점을 S라 한다. 직선 l과 점 Q에서 접하고, 동시에 x축과 접하는 원을 C라 한다. 단, 원 C와 x축의 접점의 x좌표는 양수이다. 원 C의 중심을 R라고 하고 그 둘레의 길이를 L이라 한다. 좌표평면의 원점을 O라 한다.



[문제 1-i] <제시문3>에서 주어진 점 Q, S, T에 대하여, $\frac{QS \times ST}{QT^3}$ 의 값은 점 Q의 위치에 관계없이 일정함을 보이고 그 이유를 논하시오.

[문제 1-ii] <제시문3>에서 주어진 점 P, Q, R에 대하여, $\frac{1}{2} \overline{PQ} + \overline{QR} - \overline{OP}$ 의 값은 점 Q의 위치에 관계없이 일정함을 보이고 그 이유를 논하시오.

[문제 1-iii] <제시문3>에서 정의된 점 Q의 x좌표를 a라 할 때, <제시문 3>에서 정의된 원 C의 둘레의 길이 L에 대하여 $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{L}{PQ^2}$ 의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

일반 정보

유형	☒ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
개업(과목) / 문항번호	수리형 1교시 / 1번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학, 수학 II
	핵심개념 및 용어	이차함수, 두 점 사이의 거리, 원의 방정식, 접선의 방정식
예상 소요 시간	30 분/ 전체 100분	

출제 의도

주어진 기하학적 정보를 이해하고 이를 수식화하여 원하는 정보를 도출할 수 있는지를 평가하는 문제이다. 문제에 주어진 조건에 맞게 곡선 및 직선의 방정식을 유도하고 이를 바탕으로 다양한 점들의 위치 정보를 수식화할 수 있는지를 평가하고 자 한다. 또한 이러한 수식화를 바탕으로 점들 사이의 위치 관계 및 거리 관계를 도출하고 이들 사이에 변하지 않는 관계를 유도할 수 있는지, 혹은 이들 사이에 성립하는 극한 관계를 계산할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	2015 개정(교육부 고시 제2020-236호 [별책8] "수학과 교육과정")
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 1	[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-6] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
제시문 2	[수학] - (2) 기하 - ② 직선의 방정식 [10수학02-04] 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해한다.
제시문 3	[수학] - (1) 문자와 식 - ⑤ 이차방정식과 이차함수 [10수학01-10] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계 [수학] - (2) 기하 - ③ 원의 방정식 [10수학02-06] 원의 방정식을 구할 수 있다. [10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.
문제 1-Ⅰ	[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-6] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
문제 1-Ⅱ	[수학] - (2) 기하 - ② 직선의 방정식 [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
문제 1-Ⅲ	[수학] - (2) 기하 - ③ 원의 방정식 [10수학02-06] 원의 방정식을 구할 수 있다. [10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다. [수학 II] - (1) 함수의 극한과 연속 - ① 함수의 극한 [12수학 II 01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	황선욱 외	미래엔	2020	70-73, 111-113, 128-130, 139-148
	수학	김원경 외	비상교육	2020	59-62, 99-101, 116-119, 127-136
	수학 II	박교식 외	동아출판	2020	19-24, 73-75
	수학 II	류희찬 외	천재교과서	2021	21-26, 67-69

문항 해설

[문제1-i] : 문제에 제시된 직선들로 이루어진 삼각형의 각 변의 길이에 관한 식을 도출하고 이들 사이에 변하지 않는 값을 가지는 관계를 증명하는 문제이다.

[문제1-ii] : 문제에 주어진 곡선 및 직선을 조건에 맞게 수식화하고 이를 바탕으로 다양한 점들 사이의 거리 관계를 도출한 후, 이 점들로 이루어진 선분들 사이의 변하지 않는 값을 가지는 관계를 증명하는 문제이다.

[문제1-iii] : [문제1-ii]에서 도출한 원의 둘레의 길이와 점들 사이의 거리의 제곱값의 비가 일정한 값으로 수렴하는 것을 보이는 문제이다.



채점기준

- 10점** [1 - i] 문제에 제시된 직선들로 이루어진 삼각형의 각 변의 길이에 관한 식을 도출하고 이들 사이에 변하지 않는 값을 가지는 관계를 증명할 수 있다.
- 15점** [1 - ii] 문제에 주어진 곡선 및 직선을 조건에 맞게 수식화 하고 이를 바탕으로 다양한 점들 사이의 거리 관계를 도출한 후, 이 점들로 이루어진 선분들 사이의 변하지 않는 값을 가지는 관계를 증명할 수 있다.
- 5점** [1 - iii] 문제 1-ii에서 도출한 원의 둘레의 길이와 점들 사이의 거리가 일정한 값으로 수렴하는 보일 수 있다.

예시 답안

[문제 1 - i]

점 Q의 좌표를 $Q(a, a^2)$ 라 하자.

직선 l의 방정식은

$$y = 2a(x - a) + a^2 = 2ax - a^2$$

이므로 l의 x절편은 $\frac{a}{2}$ 이고 $T\left(\frac{a}{2}, 0\right)$.

따라서

$$\overline{QT} = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - a\right)^2 + (0 - a^2)^2} = a\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}}$$

직선 l 에 수직인 직선의 방정식은

$$y = -\frac{1}{2a}(x - a) + a^2 = -\frac{1}{2a}x + a^2 + \frac{1}{2}$$

이므로 x 절편을 구해보면 점 S 의 좌표는

$$S(2a^3 + a, 0)$$

이다. 따라서

$$\overline{ST} = 2a^3 + a - \frac{a}{2} = 2a^3 + \frac{a}{2} = 2a\left(a^2 + \frac{1}{4}\right)$$

$$\overline{QS} = \sqrt{(2a^3 + a - a)^2 + (0 - a^2)^2} = 2a^2\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}}$$

따라서

$$\frac{\overline{QS} \times \overline{ST}}{\overline{QT}^3} = \frac{2a^2\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}} \times 2a\left(a^2 + \frac{1}{4}\right)}{\left(a\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}}\right)^3} = 4.$$

따라서 Q 의 위치에 관계 없이 $\frac{\overline{QS} \times \overline{ST}}{\overline{QT}^3}$ 의 값은 일정하다.

[문제 1 - ii]

점 Q 의 좌표를 $Q(a, a^2)$ 라 하자.

직선 l 에 수직인 직선의 방정식:

$$y = -\frac{1}{2a}(x - a) + a^2 = -\frac{1}{2a}x + a^2 + \frac{1}{2}$$

이 직선의 y 절편은 $a^2 + \frac{1}{2}$ 이므로 P 의 좌표는

$$P\left(0, a^2 + \frac{1}{2}\right)$$

따라서

$$\overline{OP} = a^2 + \frac{1}{2} \quad \text{-----(1)}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{(0 - a)^2 + \left(a^2 + \frac{1}{2} - a^2\right)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}} \quad \text{-----(2)}$$

문제 1의 결과에 의해

$$\overline{QT} = a\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}}$$

이므로 R 에서 x 축에 내린 수선의 발을 U 라 하면

$$\overline{TU} = \overline{QT} = a\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}}$$

따라서

$$\overline{OU} = \frac{a}{2} + a\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}}$$

이제 선분 $\overline{QR}$ 의 길이를 r 이라 하면 점 R의 좌표는

$$R\left(\frac{a}{2} + a\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}}, r\right)$$

이 된다. 선분 $\overline{QR}$ 과 직선 l 은 서로 수직이므로

$$2a \times \left(\frac{r - a^2}{\frac{a}{2} + a\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}} - a} \right) = -1$$

이를 풀면

$$r = a^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}}$$

따라서

$$\overline{QR} = r = a^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}} \quad \text{----- (3)}$$

(1), (2), (3) 으로부터

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\overline{PQ} + \overline{QR} - \overline{OP} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}} + a^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}} - \left(a^2 + \frac{1}{2}\right) \\ &= -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

따라서 Q의 위치에 관계없이 $\frac{1}{2}\overline{PQ} + \overline{QR} - \overline{OP}$ 의 값은 일정하다.

[문제 1-iii]

점 Q의 좌표를 $Q(a, a^2)$ 라 하자.

문제 1에 의해

$$\overline{PQ} = \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}}, \quad \overline{QR} = a^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}}$$

따라서

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{L}{\overline{PQ}^2} = \lim_{a \rightarrow \infty} 2\pi \left(\frac{a^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + \frac{1}{4}}}{a^2 + \frac{1}{4}} \right) = 2\pi$$

문항 및 제시문

문제 2

다음 <제시문1>과 <제시문2>를 읽고 [문제2- i] ~ [문제2-iv]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(40점)

<제시문 1>

함수 $g(x)$ 가 미분가능하고 $g'(b) = 0$ 일 때, $x = b$ 의 좌우에서 $g'(x)$ 의 부호가

- 양에서 음으로 바뀌면, $g(x)$ 는 $x = b$ 에서 극대이고, 극댓값 $g(b)$ 를 갖는다.
- 음에서 양으로 바뀌면, $g(x)$ 는 $x = b$ 에서 극소이고, 극솟값 $g(b)$ 를 갖는다.

<제시문 2>

- 함수 $f(t)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$f(t) = \begin{cases} t^2 + 2t & (t > 0) \\ -t & (t \leq 0) \end{cases}$$

- 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \frac{2x^3}{3} - 2x^2 + 12x + \int_{-10}^x (1-t)f(t)dt - \int_{-10}^x (4-t)f(t-3)dt$$

[문제 2 - i] <제시문2>에서 정의된 함수 $f(t)$ 에 대하여 $\int_{-2}^a f(t)dt = \frac{32-3a}{3}$ 를 만족시키는 양의 실수 a 의 값을 구하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 2 - ii] <제시문2>에서 정의된 함수 $f(t)$ 에 대하여 정적분 $\int_{-2}^2 f(t)|t-1|dt$ 의 값을 구하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 2 - iii] <제시문2>에서 정의된 함수 $f(t)$ 에 대하여 정적분 $\int_{-2}^2 f(t^2-2)|t-1|dt$ 의 값을 구하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 2 - iv] <제시문2>에서 정의된 함수 $g(x)$ 를 생각하자. 열린구간 $(-10, 10)$ 에서 $g(x)$ 가 극값을 갖는 x 의 값을 모두 구하고, 그 이유를 논하시오.

일반 정보

유형	☒ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	수리형 / 1교시 2번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학 II
	핵심개념 및 용어	극대와 극소, 그래프의 개형, 정적분
예상 소요 시간	40분 / 전체 100분	

출제 의도

자연 현상이나 사회의 변화 현상 등 많은 분야와 영역에서 다양한 현상에 대해 미분을 이용하여 분석하고 예측할 수 있다. 그리고 그러한 현상들을 나타내는 함수는 구간에 따라 함수의 식이 다른 경우가 빈번하다. 이 문항은 실수를 나누는 두 구간에서 다르게 정의되는 함수를 정의하고, 이 함수가 포함된 정적분의 계산을 요구한다. 또한 정의된 함수의 적분을 포함하는 새로운 함수의 극값 판별을 요구한다. 구간별로 정의된 함수의 적분과 그래프의 개형을 구할 때, 구간별로 잘 나누고 구간별로 다항식의 적분과 미분을 정확히 계산할 수 있는지를 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	2015 개정(교육부 고시 제2020-236호 [별책8] "수학과 교육과정")
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 1	[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다
제시문 2	[수학 II] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학 II 03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.
문제 2 - i	[수학 II] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학 II 03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.
문제 2 - ii	[수학 II] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학 II 03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.
문제 2 - iii	[수학 II] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학 II 03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.
문제 2 - iv	[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 II	류희찬 외	천재교과서	2020	78-89, 122-128
	수학 II	박교식 외	동아출판	2020	81-88, 114-116



본 문제는 실수를 나누는 여러 구간에서 정의된 연속함수들을 구간별로 해당 되는 다항식을 찾아내고 적분을 계산할 수 있는지를 평가하고자 한다. 또한 적분이 포함된 함수의 개형을 조사할 때 미분과 적분의 관계를 활용하여 도함수를 찾을 수 있는지를 평가하고자 한다.

[문제 2 - i] 두 구간에서 서로 다른 다항식으로 정의된 함수의 적분 계산을 할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[문제 2 - ii] 절댓값이 포함된 함수를 적분할 때 구간을 나누어 적분 계산을 할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[문제 2 - iii] 절댓값이 포함된 함수와 간단한 합성함수가 포함된 적분을 구간별로 잘 나누어 적분 계산을 할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[문제 2 - iv] 구간별로 다르게 정의된 함수의 적분을 포함한 함수를 미분과 적분의 관계를 통해 미분하고 분석할 수 있는지를 평가하는 문제이다.



채점기준

10점 [2 - i] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

10점 [2 - ii] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

10점 [2 - iii] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

10점 [2 - iv] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.



[문제 2 - i] $a > 0$ 인 경우 $[-2, 0]$ 과 $[0, a]$ 구간으로 나누어 적분하면

$$\int_{-2}^0 f(t)dt = \int_{-2}^0 (-t)dt = 2$$

$$\int_0^a f(t)dt = \int_0^a (t^2 + 2t)dt = \frac{a^3}{3} + a^2.$$

이다. 따라서 아래와 같은 적분식을 얻는다.

$$\int_{-2}^a f(t)dt = \frac{a^3}{3} + a^2 + 2.$$

그러므로 주어진 식은 다음과 같다: $\frac{a^3}{3} + a^2 + 2 = \frac{32 - 3a}{3}$. 이 식을 정리하면 $a^3 + 3a^2 + 3a = 26$ 이 되고,

해를 구하면 $a = 2$ 가 된다.

[문제 2-ii] 적분의 영역을 $[-2, 0]$, $[0, 1]$, $[1, 2]$ 로 나누어 계산하자.

$$\begin{aligned} \int_{-2}^0 (-t)(1-t)dt &= \int_{-2}^0 (t^2 - t)dt = \left[\frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} \right]_{-2}^0 = \frac{8}{3} + 2 \\ \int_0^1 (t^2 + 2t)(1-t)dt &= \int_0^1 (-t^3 - t^2 + 2t)dt = \left[-\frac{t^4}{4} - \frac{t^3}{3} + t^2 \right]_0^1 = \frac{5}{12} \\ \int_1^2 (t^2 + 2t)(t-1)dt &= \int_1^2 (t^3 + t^2 - 2t)dt = \left[\frac{t^4}{4} + \frac{t^3}{3} - t^2 \right]_1^2 = \frac{8}{3} + \frac{5}{12}. \end{aligned}$$

따라서 전체 적분 값은 $\frac{16}{3} + \frac{17}{6} = \frac{49}{6}$ 이다.

[문제 2-iii] 주어진 함수의 적분을 적분의 구간을 $[-2, -\sqrt{2}]$, $[-\sqrt{2}, 1]$, $[1, \sqrt{2}]$, $[\sqrt{2}, 2]$ 로 나누어 계산하자.

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{-2}^{-\sqrt{2}} f(t^2 - 2)|t - 1|dt \\ &= \int_{-2}^{-\sqrt{2}} ((t^2 - 2)^2 + 2(t^2 - 2))(1 - t)dt \\ &= \int_{-2}^{-\sqrt{2}} (t^4 - 2t^2)(1 - t)dt \\ &= \int_{-2}^{-\sqrt{2}} (-t^5 + t^4 + 2t^3 - 2t^2)dt. \\ I_2 &= \int_{-\sqrt{2}}^1 f(t^2 - 2)|t - 1|dt \\ &= \int_{-\sqrt{2}}^1 (2 - t^2)(1 - t)dt = \int_{-\sqrt{2}}^1 (t^3 - t^2 - 2t + 2)dt \\ I_3 &= \int_1^{\sqrt{2}} f(t^2 - 2)|t - 1|dt = \int_1^{\sqrt{2}} (2 - t^2)(t - 1)dt \\ &= \int_1^{\sqrt{2}} (-t^3 + t^2 + 2t - 2)dt \\ I_4 &= \int_{\sqrt{2}}^2 f(t^2 - 2)|t - 1|dt = \int_{\sqrt{2}}^2 (t^4 - 2t^2)(t - 1)dt \\ &= \int_{\sqrt{2}}^2 (t^5 - t^4 - 2t^3 + 2t^2)dt \end{aligned}$$

이를 토대로 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_1 &= \left[-\frac{t^6}{6} + \frac{t^5}{5} + \frac{t^4}{2} - \frac{2t^3}{3} \right]_{-2}^{-\sqrt{2}} \\ &= \left(-\frac{8}{6} - \frac{4\sqrt{2}}{5} + 2 + \frac{4\sqrt{2}}{3} \right) - \left(-\frac{64}{6} - \frac{32}{5} + 8 + \frac{16}{3} \right) \\ I_2 &= \left[\frac{t^4}{4} - \frac{t^3}{3} - t^2 + 2t \right]_{-\sqrt{2}}^1 = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} - 1 + 2 \right) - \left(1 + \frac{2\sqrt{2}}{3} - 2 - 2\sqrt{2} \right) \\ I_3 &= \left[-\frac{t^4}{4} + \frac{t^3}{3} + t^2 - 2t \right]_1^{\sqrt{2}} = \left(-1 + \frac{2\sqrt{2}}{3} + 2 - 2\sqrt{2} \right) - \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + 1 - 2 \right) \\ I_4 &= \left[\frac{t^6}{6} - \frac{t^5}{5} - \frac{t^4}{2} + \frac{2t^3}{3} \right]_{\sqrt{2}}^2 \\ &= \left(\frac{64}{6} - \frac{32}{5} - \frac{16}{2} + \frac{16}{3} \right) - \left(\frac{8}{6} - \frac{4\sqrt{2}}{5} - \frac{4}{2} + \frac{4\sqrt{2}}{3} \right) \end{aligned}$$

이를 이용해 아래와 같이 계산하자.

$$\begin{aligned} I_1 + I_4 &= -2\left(\frac{8}{6} - 2\right) + 2\left(\frac{64}{6} - 8\right) \\ &= -\frac{8}{3} + 4 + \frac{64}{3} - 16 = \frac{56}{3} - 12 = \frac{20}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 + I_3 &= 2(-1 + 2) + 2\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3} - 1 + 2\right) \\ &= 2 + 2\left(-\frac{1}{12} + 1\right) = 2 - \frac{1}{6} + 2 = \frac{23}{6} \end{aligned}$$

$$\text{이들을 합하면 } I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = \frac{63}{6} = \frac{21}{2}.$$

[문제 2-iv] $g(x) = \frac{2x^3}{3} - 2x^2 + 12x + \int_{-10}^x (1-t)f(t)dt - \int_{-10}^x (4-t)f(t-3)dt$

적분과 미분의 관계를 활용하여 함수 $g(x)$ 를 미분하면

$$g'(x) = 2x^2 - 4x + 12 + (1-x)f(x) - (4-x)f(x-3) \text{ 임을 알 수 있다. 이제 } x \text{의 구간을 } x \leq 0, \\ 0 \leq x < 3, x \geq 3 \text{ 으로 나누어 } g'(x) \text{의 개형을 조사하자.}$$

(가) $x \leq 0$ 인 경우.

$$g'(x) = 2x^2 - 4x + 12 + (1-x)(-x) - (4-x)(3-x) = 2x(x+1) \text{ 이고, } x=-1 \text{ 일 때와 } x=0 \text{ 일 때 } 0 \text{ 이 된다.}$$

(나) $0 < x \leq 3$ 인 경우.

$$g'(x) = -x^3 + 5x = -x(x^2 - 5) \text{ 이고, } x = \sqrt{5} \text{ 일 때 } 0 \text{ 이 된다.}$$

(다) $x > 3$ 인 경우.

$$g'(x) = -7x^2 + 17x = -x(7x - 17) < 0 \text{ 이므로 항상 음수이다.}$$

이제 $g'(x)$ 의 구간별 부호를 조사하면 아래와 같다.

x 값	$x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < 0$	$x = 0$	$0 < x < \sqrt{5}$	$x = \sqrt{5}$	$x > \sqrt{5}$
$g'(x)$	양수	0	음수	0	양수	0	음수

따라서 $x = -1, 0, \sqrt{5}$ 에서 극값을 갖는 것을 알 수 있다.

문항 및 제시문

문제 3

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [문제3-i] ~ [문제3-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(30점)

<제시문1>

함수 $f(x)$ 가 미분가능하고 $f'(a)=0$ 일 때, $x=a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가

- 양에서 음으로 바뀌면, $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극대이고, 극댓값 $f(a)$ 를 갖는다.
- 음에서 양으로 바뀌면, $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극소이고, 극솟값 $f(a)$ 를 갖는다.

<제시문2>

함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하고 $x=a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$ 이다.

<제시문3>

정수 a, b, c 에 대하여 삼차함수 $f(x)=4x^3+3ax^2+2bx+c$ 가 다음의 두 조건을 모두 만족한다.

- 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 세 실근 a_1, a_2, a_3 을 가진다. (단, $a_1 < a_2 < a_3$)
- 모든 정수 n 에 대하여 닫힌구간 $[n, n+1]$ 은 세 실근 a_1, a_2, a_3 중 많아야 하나를 포함한다.

[문제 3 - i] <제시문3>에서 $a=-1, b=-3$ 일 때, 가능한 모든 함수 $f(x)$ 의 개수를 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 3 - ii] <제시문3>에서 $b=0$ 이고 세 실근 a_1, a_2, a_3 중 두 수가 닫힌구간 $[0, 2]$ 에 포함될 때, 가능한 $|a_1|+|a_2|+|a_3|$ 의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 3 - iii] [문제 3 - ii]의 조건을 모두 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여, 정수 계수를 가지는 사차함수 $y=g(x)$ 가 $g'(x)=f(x)$ 이고 사차방정식 $g(x)=0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가진다고 한다. 이때 가능한 함수 $g(x)$ 를 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

일반 정보

유형	☒ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
개업(과목) / 문항번호	수리형 1교시 / 3번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학, 수학 II
	핵심개념 및 용어	이차방정식과 이차함수, 삼차방정식과 사차방정식, 함수의 증가와 감소, 극대와 극소, 함수의 그래프
예상 소요 시간	30분 / 전체 100분	

출제 의도

자연 현상이나 사회의 변화 현상 등 많은 분야와 영역에서 다양한 현상에 대해 미분을 이용하여 분석하고 예측할 수 있다. 이 문항은 미분을 활용하여 다항함수의 미분을 통해, 함수의 증가와 감소, 극대와 극소, 좌표축과의 교점 등을 이용하여 함수의 그래프의 개형을 올바르게 그릴 수 있는지를 물어본다. 이차방정식, 삼차방정식, 사차방정식의 근에 대한 성질을 대응하는 다항함수의 그래프의 개형을 통해 분석하는 능력이 필수적으로 요구되며, 이를 통해 고교 교육과정에서 함양하고자 하는 창의·융합적 사고를 가지고 있는지를 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	2015 개정(교육부 고시 제2020-236호 [별책8] "수학과 교육과정")
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 1	[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
제시문 2	[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
제시문 3	[수학] - (1) 문자와 식 - ⑥ 여러 가지 방정식과 부등식 [10수학 I-12] 간단한 삼차방정식과 사차방정식을 풀 수 있다. [수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
문제 3-Ⅰ	[수학] - (1) 문자와 식 - ⑤ 이차방정식과 이차함수 [10수학 I-09] 이차방정식과 이차함수의 관계를 이해한다. [수학] - (1) 문자와 식 - ⑥ 여러 가지 방정식과 부등식 [10수학 I-16] 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다. [수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
문제 3-Ⅱ	[수학] - (1) 문자와 식 - ⑥ 여러 가지 방정식과 부등식 [10수학 I-14] 미지수가 1개인 연립일차부등식을 풀 수 있다. [수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
문제 3-Ⅲ	[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	황선욱 외	미래엔	2020	70-73, 83-85, 89-98
	수학	김원경 외	비상교육	2020	59-62, 71-73, 76-87
	수학 II	박교식 외	동아출판	2020	81-95
	수학 II	류희찬 외	천재교과서	2021	78-90

문항 해설



본 문제는 함수의 그래프를 이해하고 도함수의 정의 및 함수의 극대 극소를 이용하여 주어진 문제를 해결할 수 있는지를 평가하고자 한다.

[문제 3-i] 이차부등식과 이차함수의 관계, 도함수를 통해 함수의 그래프의 개형을 올바르게 이해할 수 있는지를 평가한다.

[문제 3-ii] 미분을 이용하여 얻을 수 있는 연립일차부등식의 해를 구하는 과정을 통해, 다항함수에 대한 정보를 올바르게 유도할 수 있는지를 평가한다.

[문제 3-iii] 다항식의 연산과 미분을 이용하여, 사차함수의 개형을 그릴 수 있는지를 평가한다.



채점기준

10점 [3 - i] 이차부등식과 이차함수의 관계, 도함수를 통해 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

10점 [3 - ii] 삼차함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있고, 삼차방정식을 풀 수 있다.

10점 [3 - iii] 미분을 통해 사차함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.

※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

[문제 3-1]

함수 $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 6x + c$ 를 미분하여,

$$f'(x) = 12x^2 - 6x - 6 = 6(2x+1)(x-1)$$

를 얻게 된다. $f'(x) = 0$ 은 두 개의 근 $x = -\frac{1}{2}, 1$ 를 얻게 되어

$$f\left(-\frac{1}{2}\right)f(1) = \left(c + \frac{7}{4}\right)(c-5) < 0$$

이 성립한다. 이로부터 $-\frac{7}{4} < c < 5$ 를 얻게 되어, $-1 \leq c \leq 4$ 이다.

(i) $c = -1$ 일 때, $f(0) = -1 < 0$ 이므로 $\alpha_1 < -\frac{1}{2} < \alpha_2 < 0 < \alpha_3$ 이 성립한다. 따라서, 실근 α_2 이 닫힌구간 $[-1, 0]$ 에 포함되므로 $\alpha_1 < -1$ 이다. 이 경우, $0 < f(-1) = -2$ 가 되어 모순이다.

(ii) $c = 0$ 일 때, $f(x) = x(4x^2 - 3x - 6)$ 이므로,

$$\alpha_1 = \frac{3 - \sqrt{105}}{8}, \alpha_2 = 0, \alpha_3 = \frac{3 + \sqrt{105}}{8}$$

이고 α_1, α_2 가 닫힌구간 $[-1, 0]$ 에 포함되어 모순이다.

(iii) $c = 1, 2, 3, 4$ 일 때, $f(0) = c > 0$ 이고 $f(1) = c - 5 < 0$ 이므로 닫힌구간 $[0, 1]$ 은 α_2 만을 포함한다.

따라서, 가능한 함수 $f(x)$ 의 개수는 4 이다.

[문제 3-ii]

함수 $f(x) = 4x^3 + 3ax^2 + c$ 를 미분하여

$$f'(x) = 12x^2 + 6ax = 6x(2x+a)$$

를 얻게 된다. 세 개의 근이 존재하기 위해선 $f'(x) = 0$ 이 서로 다른 두 개의 실근을 가져야 하므로 $a \neq 0$ 이고

$$f(0)f\left(-\frac{a}{2}\right) = c\left(c + \frac{a^3}{4}\right) < 0$$

이다. 이로부터 $ac < 0$ 임을 알 수 있다.

$f'(0) = 0$ 이므로 삼차방정식 $f(x) = 0$ 은 적어도 하나의 음의 근을 가져야 한다. 따라서 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에는 α_2, α_3 가

포함된다. $\alpha_2 = 0$ 일 때, $f(x) = 4x^3 + 3ax^2 = 0$ 은 중근 $x = 0$ 을 갖게 되어 가능하지 않다.

그러므로 $\alpha_1 < 0 < \alpha_2 < 1 < \alpha_3 \leq 2$ 이 성립하고,

$$f(0) = c > 0, f(1) = 4 + 3a + c < 0, f(2) = 32 + 12a + c \geq 0$$

이다. a 와 c 가 정수이므로,

$$c \geq 1, 3a + c \leq -5, 12a + c \geq -32$$

이다. $1 \leq c \leq -3a - 5$ 와 $-32 - 12a \leq c \leq -3a - 5$ 로부터 $a = -2, -3$ 이다.

(i) $a = -2$ 일 때, $c = 1$ 이고

$$f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 1 = (2x-1)(2x^2 - 2x - 1)$$

이므로 $\alpha_1 = \frac{1-\sqrt{3}}{2}, \alpha_2 = \frac{1}{2}, \alpha_3 = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ 을 얻게 된다. 이 경우, $|\alpha_1| + |\alpha_2| + |\alpha_3| = \frac{1}{2} + \sqrt{3}$ 이다.

(ii) $a = -3$ 일 때, $c = 4$ 이고

$$f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 4 = (x-2)(4x^2 - x - 2)$$

이므로 $\alpha_1 = \frac{1-\sqrt{33}}{8}, \alpha_2 = \frac{1+\sqrt{33}}{8}, \alpha_3 = 2$ 를 얻게 된다. 이 경우, $|\alpha_1| + |\alpha_2| + |\alpha_3| = 2 + \frac{\sqrt{33}}{4}$ 이다.

따라서, 가능한 $|\alpha_1| + |\alpha_2| + |\alpha_3|$ 의 값은 $\frac{1}{2} + \sqrt{3}, 2 + \frac{\sqrt{33}}{4}$ 이다.

[문제 3-iii]

(i) 먼저 $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 1$ 이라고 가정하면,

$$g(x) = x^4 - 2x^3 + x + d$$

이고 d 는 정수이다. 문제의 조건으로부터 $g(\alpha_1) < 0$, $g(\alpha_2) = g\left(\frac{1}{2}\right) > 0$ 이고, $g(\alpha_3) < 0$ 을 만족해야 한다.

$$g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{16} + d > 0 \text{ 으로부터 } d \geq 0 \text{ 이 성립한다. 한편, } \alpha = \alpha_1 \text{ 에 대해}$$

$$g(\alpha) = \alpha^4 - 2\alpha^3 + \alpha + d = d - \frac{1}{4} < 0$$

을 얻게 되어 $d \leq 0$ 이다. 따라서, $g(x) = x^4 - 2x^3 + x = x(x-1)(x^2-x-1)$ 이고 서로 다른 네 개의 실근을 가진다.

(ii) $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 4$ 이라고 가정하면,

$$g(x) = x^4 - 3x^3 + 4x + d$$

이고 d 는 정수이다. 문제의 조건으로부터 $g(\alpha_1) < 0$, $g(\alpha_2) > 0$ 이고, $g(\alpha_3) = g(2) < 0$ 을 만족해야 한다.

$g(2) = d < 0$ 으로부터 $d \leq -1$ 이 성립한다. $g(0) = d \leq -1$ 이므로, $g(x) = 0$ 은 α_1 보다 작은 근을 하나 가진다. 따라서, 추가적으로 조건 $g(\alpha_2) > 0$ 을 만족하는 d 의 값을 찾아야 한다. $q = \alpha_2$ 라고 두면

$4q^2 - q - 2 = 0$ 이 성립하고, 이를 이용하면,

$$\begin{aligned} g(\alpha_2) = g(q) &= q^4 - 3q^3 + 4q + d \\ &= \frac{165}{64}q - \frac{3}{32} + d \end{aligned}$$

가 된다. $\frac{11}{2} < \sqrt{33} < 6$ 이므로 $\frac{13}{16} < \alpha_2 = \frac{1+\sqrt{33}}{8} < \frac{7}{8}$ 이다. 이를 이용하면,

$$g(q) = \frac{165}{64}q - \frac{3}{32} + d > \frac{165}{64} \times \frac{13}{16} - \frac{3}{32} + d = \frac{2049}{1024} + d$$

와

$$g(q) = \frac{165}{64}q - \frac{3}{32} + d < \frac{165}{64} \times \frac{7}{8} - \frac{3}{32} + d = \frac{1107}{512} + d$$

이므로, $g(q) > 0$ 을 만족하는 d 의 값은 $d = -1, -2$ 이다.

(i)과 (ii)를 종합하면, 가능한 함수 $g(x)$ 는

$$x^4 - 2x^3 + x, x^4 - 3x^3 + 4x - 1, x^4 - 3x^3 + 4x - 2$$

이다.

Blank lined area for writing answers.

2025학년도 논술시험 기출문제

논술시험(수리형 2)

모집단위		전형유형	
수험번호		성명	



답안작성 유의사항

- 가. 시험 시간은 100분이며, 문제별 답안은 반드시 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 작성해야 합니다.(문제번호와 답안번호는 반드시 일치해야 합니다.)
- 나. 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 다른 문제의 답안을 작성한 경우 평가하지 않습니다.
- 다. 답안은 지정된 작성영역 내에 작성해야 하며, 지정된 작성영역을 초과하여 작성한 부분에 대해서는 평가하지 않습니다.
- 라. 답안 작성영역에는 어떠한 경우에도 인적사항을 기재하면 안됩니다. 인적사항(성명, 서명 등) 또는 답안과 관계없는 표기를 하는 경우 결격처리 될 수 있습니다.
- 마. 흑색 필기구를 사용해야 합니다.(연필·사프 사용가능, 답안작성 중 필기구 종류 또는 색상 변경 불가)
- 바. 답안 수정 시에는 취소선을 긋거나 지우개로 지워야 하며 수정액이나 수정테이프는 사용할 수 없습니다.
- 사. 답안지 표지 상단에 본인의 인적사항(모집단위, 수험번호, 성명 등)을 기재하고, 감독위원의 확인을 받아야 합니다.

문제 1

다음 <제시문1>과 <제시문2>를 읽고 [문제1-i] ~ [문제1-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(30점)

<제시문 1>

함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이 S 는 $S=\int_a^b |f(x)|dx$ 이다.

<제시문 2>

$-3 \leq t \leq 0$ 인 임의의 실수 t 에 대하여 곡선 $y=3x^2-3$ 과 x 축 및 두 직선 $x=t$, $x=t+1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 $g(t)$ 라 한다.

[문제 1 - i] <제시문2>에서 정의된 함수 $g(t)$ 에 대하여, $g\left(-\frac{3}{2}\right)$ 의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 1 - ii] <제시문2>에서 정의된 함수 $g(t)$ 의 식을 구하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 1 - iii] <제시문2>에서 정의된 함수 $g(t)$ 의 최솟값을 구하고, 그 이유를 논하시오.

문제 2

다음 <제시문1>과 <제시문2>를 읽고 [문제2-i] ~ [문제2-iv]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(40점)

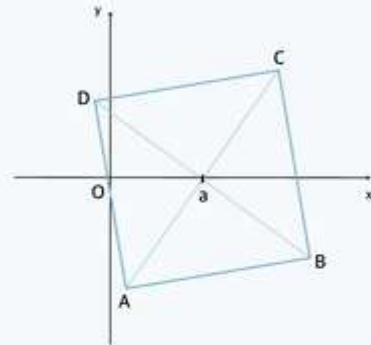
<제시문 1>

두 대각선의 교점이 x 축 위에 놓여있는 정사각형 ABCD가 다음 세 조건을 모두 만족한다.

- $AB = 2\sqrt{2}$ 이고 점 D의 y 좌표는 0보다 크다.
- 두 대각선의 교점이 $(a, 0)$ 일 때, 대각선 AC의 기울기는 a 이다.
- 꼭짓점 A, B, C, D는 시계바늘이 도는 반대 방향으로 주어진다.

<제시문 2>

임의의 실수 a 에 대하여 <제시문1>의 두 대각선의 교점이 $(a, 0)$ 일 때, 점 A의 y 좌표와 점 D의 y 좌표를 각각 함수 $f(a)$ 와 $g(a)$ 로 정의하자. 제시된 상황을 그림으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



[문제 2 - i] <제시문2>에 주어진 함수 $f(a)$ 와 $g(a)$ 를 각각 a 에 관한 식으로 표현하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 2 - ii] <제시문2>에 주어진 함수 $f(a)$ 와 $g(a)$ 에 대하여, $|f(a) - g(a)| = 1$ 이 되는 a 의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 2 - iii] <제시문1>에 주어진 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점이 $(a, 0)$ 이고 직선 AC가 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 접할 때, a^2 의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 2 - iv] <제시문2>에 주어진 함수 $f(a)$ 에 대하여, $\left| f\left(2\sin\left(\frac{\pi}{2}a\right)\right) \right| = \sqrt{3}$ 이 되는 모든 양수 a 를 작은 것부터 크기 순서대로 나열한 것을 수열 $\{a_n\}$ 으로 정의하자. 이때 부등식 $\sum_{k=1}^m a_k > 2025$ 를 만족하는 가장 작은 자연수 m 을 구하고, 그 이유를 논하시오.

문제 3

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [문제3- i] ~ [문제3-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(30점)

<제시문1>

함수 $y=f(x)$ 에서 x 의 값이 a 에서 $a+\Delta x$ 까지 변할 때의 평균변화율은 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$ 이다. 여기서 $\Delta x \rightarrow 0$ 일 때, 평균변화율의 극한값 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x}$ 가 존재하면 함수 $y=f(x)$ 는 $x=a$ 에서 미분가능하다고 한다. 이때 이 극한값을 함수 $y=f(x)$ 의 $x=a$ 에서의 순간변화율 또는 미분계수라 하고, 기호로 $y=f'(a)$ 와 같이 나타낸다.

<제시문2>

임의의 실수 a 에 대하여, 곡선 $y=-x^2$ 과 직선 $y=ax+a$ 의 교점의 개수가 $f(a)$ 가 되도록 함수 $f(x)$ 를 정의하자.

<제시문3>

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$ 와 <제시문2>의 함수 $f(x)$ 는 다음 세 조건을 모두 만족한다.

- 사차방정식 $g(x)=0$ 은 허근을 가지지 않는다.
- 함수 $h(x)=f(x)g(x)$ 는 모든 실수에서 연속이다.
- 함수 $h(x)=f(x)g(x)$ 는 열린구간 $(2, 10)$ 에서 미분가능하다.

[문제 3 - i] <제시문2>의 함수 $f(x)$ 에 대하여, $f(0)+f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)$ 의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 3 - ii] <제시문3>의 함수 $h(x)$ 에 대하여, 가능한 $h(-1)+3h(2)+5h(5)$ 의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 3 - iii] <제시문3>의 함수 $g(x)$ 에 대하여 두 방정식 $g(x)=0$ 과 $g'(x)+5x^3-20x^2=0$ 의 실근이 모두 정수이다. 이때 가능한 사차함수 $g(x)$ 의 개수를 구하고, 그 이유를 논하시오.

해설[수리형 2]

문항 및 제시문

문제 1

다음 <제시문1>과 <제시문2>를 읽고 [문제1-i] ~ [문제1-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(30점)

<제시문 1>

함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이 S 는 $S=\int_a^b |f(x)|dx$ 이다.

<제시문 2>

$-3 \leq t \leq 0$ 인 임의의 실수 t 에 대하여 곡선 $y=3x^2-3$ 과 x 축 및 두 직선 $x=t$, $x=t+1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 $g(t)$ 라 한다.

[문제 1 - i] <제시문2>에서 정의된 함수 $g(t)$ 에 대하여, $g\left(-\frac{3}{2}\right)$ 의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 1 - ii] <제시문2>에서 정의된 함수 $g(t)$ 의 식을 구하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 1 - iii] <제시문2>에서 정의된 함수 $g(t)$ 의 최솟값을 구하고, 그 이유를 논하시오.

일반 정보

유형	☒ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
개업(과목) / 문항번호	수리형 2교시 / 1번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학, 수학 II
	핵심개념 및 용어	이차함수, 함수의 그래프의 개형, 최댓값과 최솟값, 정적분, 곡선과 x축 사이의 넓이
예상 소요 시간	30분/ 전체 100분	

출제 의도

적분 이론을 이용하여 다양한 곡선으로 둘러싸인 넓이를 구할 수 있는지, 그리고 주어진 함수의 극값을 조사하여 최댓값 최솟값을 구할 수 있는지 평가하는 문제이다. 첫번째, 두번째 문제는 변수로 주어진 닫힌 구간 위에서 양수와 음수 값을 동시에 가지는 함수의 넓이를 함수로 나타낼 수 있는지를 평가하는 문제이다. 세번째 문제는 이렇게 구해진 함수의 극값과 그래프의 개형을 조사해서 최솟값을 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 1	[수학II] - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용 [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
제시문 2	[수학I] - (4) 함수 - ① 함수 [10수학04-01] 함수의 개념을 이해하고, 그 그래프를 이해한다. [수학II] - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용 [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
문제 1-i	[수학I] - (1) 문자와 식 - ⑥ 여러 가지 방정식과 부등식 [10수학01-16] 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다. [수학II] - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용 [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
문제 1-ii	[수학I] - (1) 문자와 식 - ⑥ 여러 가지 방정식과 부등식 [10수학01-16] 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다. [수학II] - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용 [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
문제 1-iii	[수학II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [12수학II02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	김원경 외	비상교육	2020	82-83, 203-204
	수학	고성은 외	좋은책 신사고	2020	87-88, 209
	수학 II	류희찬 외	천재교과서	2021	78-80, 86-89, 134-135
	수학 II	고성은 외	좋은책 신사고	2021	80-82, 87-90, 134-135
기타					

문항 해설

본 문제는 정적분을 활용하여 이차함수와 x 축 사이의 넓이를 구하고, 도함수를 활용하여 함수의 최솟값을 구하는 문항이다.

[문제1-i]: <제시문2>에 주어진 이차함수의 그래프를 활용하여 이차부등식을 풀고, 이차함수의 그래프와 x 축 사이의 넓이를 구할 수 있는지 평가하는 문항이다.

[문제1-ii]: [문제1-i]를 확장하여 이차함수의 그래프와 x 축 사이의 넓이를 t 에 관한 함수로 나타내는 문항으로, t 의 범위에 따라 이차함수의 그래프와 x 축 사이의 넓이를 구하는 식이 달라짐을 확인하는 문항이다.

[문제1-iii]: [문제1-ii]에서 구한 함수 $g(t)$ 의 최솟값을 구하는 문항으로, 함수의 도함수를 활용하여 함수의 증가와 감소를 파악한 후 함수의 그래프의 개형을 그리고, 최솟값을 구할 수 있는지 평가하는 문항이다.



채점기준

6점 [1-i] [문제1-i] 달한 구간 위에서 양수와 음수 값을 동시에 가지는 함수의 넓이를 구할 수 있다.

12점 [1-ii] 변수로 주어진 달한 구간 위에서 양수와 음수 값을 동시에 가지는 함수의 넓이를 함수로 나타낼 수 있다.

12점 [1-iii] 문제는 이렇게 구해진 함수의 극값과 그래프의 개형을 조사해서 최솟값을 구할 수 있다.

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.

※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.



[문제 1-i]

$$\begin{aligned}
 g\left(-\frac{3}{2}\right) &= \int_{-\frac{3}{2}}^{-1} (3x^2 - 3) dx + \int_{-1}^{-\frac{1}{2}} (3 - 3x^2) dx \\
 &= \left[x^3 - 3x\right]_{-\frac{3}{2}}^{-1} + \left[3x - x^3\right]_{-1}^{-\frac{1}{2}} \\
 &= \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

[문제 1-ii]

다음과 같이 세 가지 경우를 생각한다.

(1) $-3 \leq t < -2$ 경우

이때 $t \leq t+1 < -1$ 이므로 $t \leq x \leq t+1$ 일 때 $|3x^2 - 3| = 3x^2 - 3$ 이다.
따라서

$$g(t) = \int_t^{t+1} (3x^2 - 3) dx = [x^3 - 3x]_t^{t+1} = 3t^2 + 3t - 2$$

(2) $-2 \leq t < -1$ 경우

이때 $t < -1 \leq t+1$ 이므로

$t \leq x < -1$ 에서 $|3x^2 - 3| = 3x^2 - 3$ 이고, $-1 \leq x < t+1$ 에서 $|3x^2 - 3| = 3 - 3x^2$ 이다.
따라서

$$\begin{aligned}
 g(t) &= \int_t^{-1} (3x^2 - 3) dx + \int_{-1}^{t+1} (3 - 3x^2) dx \\
 &= [x^3 - 3x]_t^{-1} + [3x - x^3]_{-1}^{t+1} \\
 &= (-t^3 + 3t + 2) + (-t^3 - 3t^2 + 4) \\
 &= -2t^3 - 3t^2 + 3t + 6
 \end{aligned}$$

(3) $-1 \leq t \leq 0$ 경우

$-1 \leq t < t+1 \leq 1$ 이므로 $t \leq x \leq t+1$ 일 때 $|3x^2 - 3| = 3 - 3x^2$ 이다.
따라서

$$g(t) = \int_t^{t+1} (3 - 3x^2) dx = [3x - x^3]_t^{t+1} = -3t^2 - 3t + 2$$

위의 세가지 경우를 종합하면

$$g(t) = \begin{cases} 3t^2 + 3t - 2 & (-3 \leq t < -2) \\ -2t^3 - 3t^2 + 3t + 6 & (-2 \leq t < -1) \\ -3t^2 - 3t + 2 & (-1 \leq t \leq 0) \end{cases}$$

[문제 1-iii]

(1) $-3 \leq t < -2$ 경우

$$g'(t) = 6t + 3 < 0$$

(2) $-2 \leq t < -1$ 경우

$$g'(t) = -6t^2 - 6t + 3 = -6\left(t + \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\left(t + \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$$

따라서 $-2 \leq t < -\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ 에서 $g'(t) < 0$, $-\frac{1+\sqrt{3}}{2} < t < -1$ 에서 $g'(t) > 0$

(3) $-1 \leq t \leq 0$ 경우

$$g'(t) = -6t - 3$$

따라서 $-1 < t < -\frac{1}{2}$ 에서 $g'(t) > 0$, $-\frac{1}{2} < t < -1$ 에서 $g'(t) < 0$

이를 종합하여 닫힌구간 $[-3, 0]$ 에서 함수 $g(t)$ 의 증감과 감소를 나타내는 표를 만들면

x	-3		-2		$-\frac{1+\sqrt{3}}{2}$		-1		$-\frac{1}{2}$		0
$g'(t)$		-		-		+		+		-	
$g(t)$	16	$\searrow$	4	$\searrow$	$4 - \frac{3}{2}\sqrt{3}$	$\nearrow$	2	$\nearrow$	$\frac{11}{4}$	$\searrow$	2

따라서 함수 g 는 $t = -\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ 에서 최솟값을 가지고 그 최솟값은 $g\left(-\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right) = 4 - \frac{3}{2}\sqrt{3}$ 이다.

문항 및 제시문

문제 2

다음 <제시문1>과 <제시문2>를 읽고 [문제2-i] ~ [문제2-iv]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(40점)

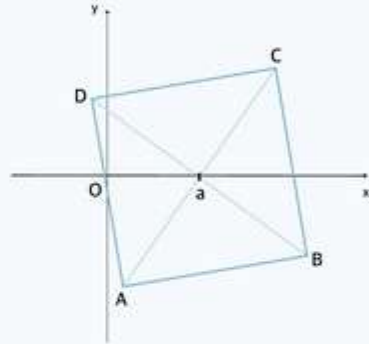
<제시문1>

두 대각선의 교점이 x 축 위에 놓여있는 정사각형 ABCD가 다음 세 조건을 모두 만족한다.

- $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 이고 점 D의 y 좌표는 0보다 크다.
- 두 대각선의 교점이 $(a, 0)$ 일 때, 대각선 AC의 기울기는 a 이다.
- 꼭짓점 A, B, C, D는 시계바늘이 도는 반대 방향으로 주어진다.

<제시문2>

임의의 실수 a 에 대하여 <제시문1>의 두 대각선의 교점이 $(a, 0)$ 일 때, 점 A의 y 좌표와 점 D의 y 좌표를 각각 함수 $f(a)$ 와 $g(a)$ 로 정의하자. 제시된 상황을 그림으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



[문제 2 - i] <제시문2>에 주어진 함수 $f(a)$ 와 $g(a)$ 를 각각 a 에 관한 식으로 표현하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 2 - ii] <제시문2>에 주어진 함수 $f(a)$ 와 $g(a)$ 에 대하여, $|f(a) - g(a)| = 10$ 이 되는 a 의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 2 - iii] <제시문1>에 주어진 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점이 $(a, 0)$ 이고 직선 AC가 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 접할 때, a^2 의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 2 - iv] <제시문2>에 주어진 함수 $f(a)$ 에 대하여, $\left| f\left(2\sin\left(\frac{\pi}{2}a\right)\right) \right| = \sqrt{3}$ 이 되는 모든 양수 a 를 작은 것부터 크기 순서대로 나열한 것을 수열 $\{a_n\}$ 으로 정의하자. 이때 부등식 $\sum_{k=1}^m a_k > 2025$ 를 만족하는 가장 작은 자연수 m 을 구하고, 그 이유를 논하시오.

일반 정보

유형	☒ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	수시모집 논술우수전형	
개업(과목) / 문항번호	<자연계> : 2교시 / 수학 2번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학, 수학 I
	핵심개념 및 용어	두 점 사이의 거리, 원과 직선의 위치 관계, 합성함수, 삼각함수, 수열의 합
예상 소요 시간	40분 / 전체 100분	

출제 의도

문제의 기하학적 정보를 파악하고 이를 수식화 한 후 다양한 수학적 이론을 활용하여 필요한 정보를 얻어내는 것은 대학 수학 능력의 필수 요소 중의 하나이다. 본 문제는 정사각형에 외접하는 원과 직선의 교점, 고정된 원과 직선의 위치관계, 이차방정식의 판별식, 근의 공식 등을 활용하여, 정사각형이 고정된 원에 접하는 경우는 언제인지, 선분의 길이의 변화 및 삼각함수를 합성해서 얻어지는 함수와 연관된 등차수열의 합 등을 제대로 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	
문항 및 제시문	학습내용·성취 기준
제시문 1	[수학] - (2) 가하 - ① 평면좌표 [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. [10수학02-02] 선분의 내분과 외분을 이해하고, 내분점과 외분점의 좌표를 구할 수 있다.
	[수학] - (2) 가하 - ② 직선의 방정식 [10수학02-03] 직선의 방정식을 구할 수 있다.
제시문 2	[수학] - (4) 함수 - ① 함수 [10수학04-01] 함수의 개념을 이해하고, 그 그래프를 이해한다.
문제 2 - i	[수학] - (2) 가하 - ① 평면좌표 [10수학02-02] 선분의 내분과 외분을 이해하고, 내분점과 외분점의 좌표를 구할 수 있다. [수학] - (2) 가하 - ② 직선의 방정식 [10수학02-03] 직선의 방정식을 구할 수 있다. [10수학02-04] 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해한다.
	[수학] - (2) 가하 - ③ 원의 방정식 [10수학02-06] 원의 방정식을 구할 수 있다. [10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.
문제 2 - ii	[수학] - (1) 문자와 식 - ④ 복소수와 이차방정식 [10수학01-06] 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 안다.
문제 2 - iii	[수학] - (1) 문자와 식 - ④ 복소수와 이차방정식 [10수학01-06] 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 안다. [수학] - (2) 가하 - ② 직선의 방정식 [10수학02-03] 직선의 방정식을 구할 수 있다. [10수학02-05] 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다.
	[수학] - (2) 가하 - ③ 원의 방정식 [10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.
문제 2 - iv	[수학] - (1) 문자와 식 - ④ 복소수와 이차방정식 [10수학01-06] 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 안다. [수학] - (4) 함수 - ① 함수 [10수학04-02] 함수의 합성을 이해하고, 합성함수를 구할 수 있다.
	[수학 I] - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수 [12수학 I 02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다.
	[12수학 I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.
	[수학 I] - (3) 수열 - ① 등차수열과 등비수열 [12수학 I 03-01] 수열의 뜻을 안다.
	[12수학 I 03-02] 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다.
	[수학 I] - (3) 수열 - ② 수열의 합 [12수학 I 03-04] $\sum$ 의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	김원경 외	비상교육	2020	49, 99-100, 105-107, 112-113, 118-122, 127-128, 131-133, 203- 204, 209-211
	수학	고성은 외	좋은책 신사고	2020	48, 105-106, 108-110, 119-120, 123-124, 126-128, 133, 137-139, 209, 214-216
	수학 I	김원경 외	비상교육	2020	76-79, 87, 117-125, 139-143
	수학 I	류희찬 외	천재교과서	2020	84-88, 91, 120-129, 140-144
기타					

문항 해설

본 문제는 직선의 방정식과 원의 방정식을 활용하여 정사각형 ABCD의 각 꼭짓점의 좌표를 찾고, 이를 이용하여 삼각함수가 포함된 방정식과 수열의 합과 관련된 문제상황을 해결하는 문항이다.

[문제2-i]: 정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직 이등분한다는 사실을 이용하여, 제시문에 주어진 두 대각선의 직선의 방정식과 정사각형에 외접하는 원의 방정식을 구하고 원과 직선의 교점을 제대로 구할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

[문제2-ii]: [문제2-i]의 결과를 이용하여 제시문에 주어진 정사각형의 두 꼭짓점 A와 D의 y 좌표의 차가 1이 되는 경우를 이차방정식을 활용하여 제대로 구할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

[문제2-iii]: 제시문에 주어진 정사각형의 한 대각선 AC가 고정된 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 접하는 경우를 원과 직선의 위치관계, 점과 직선 사이의 거리를 활용하여 제대로 구할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

[문제2-iv]: [문제2-i]에서 구한 함수와 사인함수를 합성시켜 얻어지는 함수의 절댓값이 $\sqrt{3}$ 이 되는 경우를 제대로 구하고, 이와 관련지어 얻어지는 등차수열의 합을 제대로 구할 수 있는지를 평가하는 문항이다.



채점기준

- 10점** [2-i] 제시문에 주어진 두 대각선의 직선의 방정식과 정사각형에 외접하는 원의 방정식을 이용하여 원과 직선의 교점을 제대로 구할 수 있다.
- 7점** [2-ii] [문제2-i]의 결과를 사용하여 제시문에 주어진 정사각형의 한 변 AD를 y 축으로 사영시킨 부분의 길이가 1이 되는 경우를 제대로 구할 수 있다.
- 7점** [2-iii] 제시문에 주어진 정사각형의 한 대각선 AC가 고정된 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 접하게 되는 경우는 언제인지를 원과 직선의 위치관계를 활용하여 제대로 구할 수 있다.
- 16점** [2-iv] [문제2-i]에서 구한 함수와 사인함수를 합성시켜 얻어지는 함수의 절댓값이 $\sqrt{3}$ 이 되는 경우를 제대로 구하고, 이와 관련지어 얻어지는 등차수열의 합을 제대로 구할 수 있다.

[문제 2-i]

두 꼭짓점 A와 C는 직선 $y = a(x-a)$ 와 원 $(x-a)^2 + y^2 = 4$ 의 두 교점이 된다. 이 두 식을 연립하여 변수 x 를 소거한 후, y 에 대해서 풀면, $y = \pm \frac{2a}{\sqrt{1+a^2}}$ 를 얻는다. 이제 다음 세 가지 경우로 나누어 생각해보자.

$a > 0$ 인 경우:

이 경우에 $a > 0$ 이고 $f(a) < 0$ 이므로, $f(a) = -\frac{2a}{\sqrt{1+a^2}}$ 를 얻는다.

$a < 0$ 인 경우:

이 경우에 $a < 0$ 이고 $f(a) > 0$ 이므로, $f(a) = -\frac{2a}{\sqrt{1+a^2}}$ 를 얻는다.

$a = 0$ 인 경우:

이 경우에 $f(a) = 0$ 이고 $-\frac{2a}{\sqrt{1+a^2}}$ 에 $a=0$ 을 대입한 값도 0이므로, $f(a) = -\frac{2a}{\sqrt{1+a^2}}$ 이 성립한다.

따라서, 이를 종합하면 모든 실수 a 에 대하여, $f(a) = -\frac{2a}{\sqrt{1+a^2}}$ 임을 알 수 있다.

또한 두 꼭짓점 B와 D는 직선 $y = -\frac{1}{a}(x-a)$ 와 원 $(x-a)^2 + y^2 = 4$ 의 두 교점이 된다. 이 두 식을

연립하여 변수 x 를 소거한 후, y 에 대해서 풀면, $y = \pm \frac{2}{\sqrt{1+a^2}}$ 를 얻는다. 이제 다음 두 가지 경우로 나누어 생각해보자.

$a \neq 0$ 인 경우:

이 경우에 모든 a 에 대하여 $g(a) > 0$ 이므로, $g(a) = \frac{2}{\sqrt{1+a^2}}$ 임을 알 수 있다.

$a = 0$ 인 경우:

이 경우에 $g(a) = 2$ 이고 $\frac{2}{\sqrt{1+a^2}}$ 에 $a=0$ 을 대입한 값도 2이므로, $g(a) = \frac{2}{\sqrt{1+a^2}}$ 이 성립한다.

따라서, 이를 종합하면 모든 실수 a 에 대하여, $g(a) = \frac{2}{\sqrt{1+a^2}}$ 임을 알 수 있다.

$$\text{답: } f(a) = -\frac{2a}{\sqrt{1+a^2}}, g(a) = \frac{2}{\sqrt{1+a^2}}$$

[문제 2-ii]

[문제 2-i]의 결과로부터 $|f(a) - g(a)| = \frac{2|a+1|}{\sqrt{1+a^2}}$ 이다. 이 값이 1이 되기 위해서는 $2|a+1| = \sqrt{1+a^2}$ 이

성립해야 한다. 양변을 제곱해서 이차방정식의 근을 구하면, $a = \frac{-4 \pm \sqrt{7}}{3}$ 을 얻는다.

$$\text{답: } \frac{-4 \pm \sqrt{7}}{3}$$

[문제 2-iii]

직선 AC가 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 접할 때, $(0,0)$ 에서 직선 AC에 이르는 거리는 2와 같게 된다. 직선 AC의 방정식은 $ax - y - a^2 = 0$ 이므로, 한 점에서 직선에 이르는 거리에 관한 공식으로부터 $\frac{a^2}{\sqrt{a^2 + 1}} = 2$ 를 얻는다. 양변을 제곱하면, $\frac{a^4}{a^2 + 1} = 4$ 이므로 $a^4 - 4a^2 - 4 = 0$ 으로부터 $a^2 = 2\sqrt{2} + 2$ 를 얻는다.

답: $2\sqrt{2} + 2$

[문제 2-iv]

$t = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}a\right)$ 라고 놓자. $\left|f\left(2\sin\left(\frac{\pi}{2}a\right)\right)\right| = \sqrt{3}$ 으로부터 $\frac{|2t|}{\sqrt{t^2 + 1}} = \sqrt{3}$ 이 된다. 양변을 제곱한 후에 정리하면,

$t^2 = 3$ 을 얻는다. 이로부터 $t = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}a\right) = \pm\sqrt{3}$ 이 되는 양수 a 를 찾아보자.

$0 < a \leq 4$ 일 때, $2\sin\left(\frac{\pi}{2}a\right) = \pm\sqrt{3}$ 이 되는 a 의 값을 찾아보면, $\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{8}{3}, \frac{10}{3}$ 네 값 뿐임을 알 수 있다.

이제 $2\sin\left(\frac{\pi}{2}a\right)$ 는 주기를 4로 갖는 주기함수임을 이용하면, $2\sin\left(\frac{\pi}{2}a\right) = \pm\sqrt{3}$ 이 되는 양수 a 의 값은

$a = \frac{2}{3} + 2(k-1)$ 또는 $a = \frac{4}{3} + 2(k-1)$ (단, k 는 자연수) 뿐임을 알 수 있다. 따라서, 이 값들을 크기 순서로

나열하여 얻어지는 수열 $\{a_n\}$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다. $a_{2k-1} = \frac{2}{3} + 2(k-1)$ 이고 $a_{2k} = \frac{4}{3} + 2(k-1)$ 이고,

이로부터

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{2n} a_k &= \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{3}\right) + \left(\frac{8}{3} + \frac{10}{3}\right) + \left(\frac{14}{3} + \frac{16}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{2}{3} + 2(n-1) + \frac{4}{3} + 2(n-1)\right) \\ &= 2 + 6 + 10 + \cdots + (4n-2) = 2n^2 \text{이므로, } \sum_{k=1}^{62} a_k = 1922, \sum_{k=1}^{64} a_k = 2048 \text{을 얻는다.} \end{aligned}$$

또한 $a_{63} = \frac{188}{3}, a_{64} = \frac{190}{3}$ 이므로, $\sum_{k=1}^{63} a_k < 2025 < \sum_{k=1}^{64} a_k$ 이므로, $\sum_{k=1}^m a_k > 2025$ 를 만족하는 최소의

자연수 m 은 64임을 알 수 있다.

답: 64

문항 및 제시문

문제 3

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [문제3- i] ~ [문제3- iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(30점)

<제시문 1>

함수 $y = f(x)$ 에서 x 의 값이 a 에서 $a + \Delta x$ 까지 변할 때의 평균변화율은 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$ 이다. 여기서 $\Delta x \rightarrow 0$ 일 때, 평균변화율의 극한값 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$ 가 존재하면 함수 $y = f(x)$ 는 $x = a$ 에서 미분가능하다고 한다. 이때 이 극한값을 함수 $y = f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 순간변화율 또는 미분계수라 하고, 기호로 $y = f'(a)$ 와 같이 나타낸다.

<제시문 2>

임의의 실수 a 에 대하여, 곡선 $y = -x^2$ 과 직선 $y = ax + a$ 의 교점의 개수가 $f(a)$ 가 되도록 함수 $f(x)$ 를 정의하자.

<제시문 3>

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$ 와 <제시문2>의 함수 $f(x)$ 는 다음 세 조건을 모두 만족한다.

- 사차방정식 $g(x) = 0$ 은 허근을 가지지 않는다.
- 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 는 모든 실수에서 연속이다.
- 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 는 열린구간 $(2, 10)$ 에서 미분가능하다.

[문제 3 - i] <제시문2>의 함수 $f(x)$ 에 대하여, $f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$ 의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 3 - ii] <제시문3>의 함수 $h(x)$ 에 대하여, 가능한 $h(-1) + 3h(2) + 5h(5)$ 의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 3 - iii] <제시문3>의 함수 $g(x)$ 에 대하여 두 방정식 $g(x) = 0$ 과 $g'(x) + 5x^3 - 20x^2 = 0$ 의 실근이 모두 정수이다. 이때 가능한 사차함수 $g(x)$ 의 개수를 구하고, 그 이유를 논하시오.

일반 정보

유형	☒ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
개업(과목) / 문항번호	수리형 2교시 / 3번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학, 수학 II
	핵심개념 및 용어	이차방정식의 근과 계수의 관계, 이차방정식의 판별식, 이차함수의 그래프와 직선의 위치관계, 이차부등식, 함수의 연속성과 미분가능성, 도함수
예상 소요 시간	30분 / 전체 100분	

출제 의도

본 문항에서는 극한, 연속, 미분의 정의를 올바르게 이해하고 문제에 적용할 수 있는지를 평가하고자 한다. 그리고 이차방정식이 실근을 가질 때 모두 정수가 된다고 제한하여 근과 계수와의 관계를 통해 실제로 해당 이차방정식이 실근을 가지지 않음을 보이고 이 상황을 판별식과 관련시켜 올바른 부등식을 구하고 이를 해결할 수 있는지를 평가하고자 한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 1	[수학II] - (2) 미분 - ① 미분계수 [12수학II02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
제시문 2	[수학I] - (1) 문자와 식 - ⑤ 이차방정식과 이차함수 [10수학01-10] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이해한다. [수학I] - (4) 함수 - ① 함수 [10수학04-01] 함수의 개념을 이해하고, 그 그래프를 이해한다.
제시문 3	[수학I] - (1) 문자와 식 - ⑥ 여러 가지 방정식과 부등식 [10수학01-12] 간단한 삼차방정식과 사차방정식을 풀 수 있다. [수학II] - (1) 함수의 극한과 연속 - ② 함수의 연속 [12수학II01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다. [12수학II01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [수학II] - (2) 미분 - ① 미분계수 [12수학II02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
문제 3 - i	[수학I] - (1) 문자와 식 - ⑤ 이차방정식과 이차함수 [10수학01-10] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이해한다. [수학I] - (4) 함수 - ① 함수 [10수학04-01] 함수의 개념을 이해하고, 그 그래프를 이해한다.
문제 3 - ii	[수학II] - (1) 함수의 극한과 연속 - ② 함수의 연속 [12수학II01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다. [12수학II01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [수학II] - (2) 미분 - ① 미분계수 [12수학II02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다. [수학II] - (2) 미분 - ② 도함수 [12수학II02-04] 함수 $y = x^n$ (n 은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다. [12수학II02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.
문제 3 - iii	[수학I] - (1) 문자와 식 - ④ 복소수와 이차방정식 [10수학01-06] 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 안다. [10수학01-07] 이차방정식에서 판별식의 의미를 이해하고 이를 설명할 수 있다. [10수학01-08] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이해한다. [수학I] - (1) 문자와 식 - ⑥ 여러 가지 방정식과 부등식 [10수학01-12] 간단한 삼차방정식과 사차방정식을 풀 수 있다. [수학II] - (2) 미분 - ② 도함수 [12수학II02-04] 함수 $y = x^n$ (n 은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다. [12수학II02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	김원경 외	비상교육	2020	49-54, 61-62, 71-73, 203-204
	수학	고성은 외	좋은책 신사고	2020	48-54, 62-63, 73-75, 209
	수학 I	류희찬 외	천재교과서	2021	29-36, 52-54, 62-65
	수학 I	고성은 외	좋은책 신사고	2021	30-36, 53-56, 63-66
기타					

문항 해설

본 문제는 이차함수의 그래프와 직선의 위치관계, 이차방정식의 근과 계수의 관계, 함수의 연속성과 미분가능성을 활용하여 조건을 만족하는 사차함수를 구하는 문항이다.

[문제3- i]: <제시문2>에 주어진 이차함수의 그래프와 직선의 위치관계를 이용하여 함수를 정의하고, 함숫값을 구하는 문항이다.

[문제3- ii]: [문제3- i]에서 구한 함수 $f(x)$ 를 이용하여, 불연속인 x 의 값이 존재하는 함수와 사차함수의 곱으로 표현된 $h(x) = f(x)g(x)$ 의 연속성과 미분가능성을 파악하고 주어진 조건을 만족하는 사차함수를 구하는 문항이다.

[문제3- iii]: [문제3- ii]에서 구한 사차함수 $g(x)$ 를 주어진 조건을 이용하여 완성하는 문항이다. 함수의 곱의 미분법을 활용하여 삼차방정식을 만들고, 인수분해를 통해 이차방정식의 근과 계수의 관계, 판별식, 이차부등식을 제대로 활용할 수 있는지 평가하는 문항이다.



채점기준

- 5점** [3 - i] 이차함수의 그래프와 직선의 교점의 개수와 이차방정식의 근의 개수의 관계를 올바르게 이해할 수 있다.
- 10점** [3 - ii] 도함수의 정의를 정확히 알고 근이 주어진 다항식을 인수분해 할 수 있다.
- 15점** [3 - iii] 이차함수의 근과 계수와의 관계를 올바르게 이해하고, 이차방정식의 실근의 개수를 판별식을 통하여 올바르게 찾을 수 있다. 이차부등식을 올바르게 풀 수 있다.

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.

※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

[문제 3-i]

곡선 $y = -x^2$ 과 직선 $y = ax + a$ 의 교점의 개수는 이차방정식 $x^2 + ax + a = 0$ 의 실근의 개수와 같고 이는 이차방정식의 판별식으로 결정된다. 판별식이 $a^2 - 4a = a(a-4)$ 이므로

$$f(a) = \begin{cases} 2 & (a(a-4) > 0) \\ 1 & (a(a-4) = 0) \\ 0 & (a(a-4) < 0) \end{cases}$$

이 된다. 이를 정리하여 함수로 나타내면

$$(*) \quad f(x) = \begin{cases} 2 & (x > 4) \\ 1 & (x = 4) \\ 0 & (0 < x < 4) \\ 1 & (x = 0) \\ 2 & (x < 0) \end{cases}$$

이다. 따라서 구하는 답은 $f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = 1 + 0 + 0 + 0 + 1 + 2 = 4$ 이다.

[문제 3-ii]

함수 $h(x)$ 를 (*)를 이용하여 나타내면

$$h(x) = f(x)g(x) = \begin{cases} 2g(x) & (x > 4) \\ g(4) & (x = 4) \\ 0 & (0 < x < 4) \\ g(0) & (x = 0) \\ 2g(x) & (x < 0) \end{cases}$$

이다. 함수 $h(x)$ 가 모든 실수에서 연속이므로 $g(0) = g(4) = 0$ 이 성립한다. 따라서 위 식은

$$h(x) = \begin{cases} 2g(x) & (x > 4) \\ 0 & (0 \leq x \leq 4) \\ 2g(x) & (x < 0) \end{cases}$$

이다. 그리고 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $k(x)$ 가 존재하여 $g(x) = (x^2 - 4x)k(x)$ 로 표현된다. 상수함수와 다항식은 모든 실수에서 미분가능하므로 함수 $h(x)$ 가 열린구간 $(2, 10)$ 에서 미분가능하려면 $x = 4$ 에서 미분가능해야 한다. 그러므로

$$h'(4) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{h(4 + \Delta x) - h(4)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{h(4 + \Delta x) - h(4)}{\Delta x}$$

가 존재한다. 함수 $h(x)$ 의 식을 이용하면 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{h(4 + \Delta x) - h(4)}{\Delta x} = 0$ 과

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{h(4 + \Delta x) - h(4)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{2g(4 + \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{2g(4 + \Delta x) - 2g(4)}{\Delta x} = 2g'(4)$$

이 되므로 $g'(4) = 0$ 이 성립한다. 함수의 곱의 미분법을 사용하면 $g'(x) = (2x - 4)k(x) + (x^2 - 4x)k'(x)$ 이 되고 $g'(4) = 4k(4) = 0$ 이 성립하므로 어떤 수 α 가 존재하여 $k(x) = (x - 4)(x - \alpha)$ 가 된다. 즉,

$$(*) \quad g(x) = x(x - 4)^2(x - \alpha) = (x^2 - 8x + 16)(x^2 - \alpha x)$$

형태가 된다. 따라서 $g(-1) = 25(1 + \alpha)$, $g(5) = 5(5 - \alpha)$ 이고 구하는 답은

$$h(-1) + 3h(2) + 5h(5) = 2g(-1) + 0 + 10g(5) = 50(1 + \alpha) + 50(5 - \alpha) = 300$$

이다.

[문제 3-iii]

사차함수 $g(x)$ 가 식 (*)의 형태로 표현될 때 α 는 $g(x)=0$ 의 근이 되므로 실수가 되어야 하고 $g(x)=0$ 의

모든 실근이 정수가 되어야 하므로 α 는 정수이다. 그리고 식 (*)로부터

$$g'(x) = (2x-8)(x^2-\alpha x) + (x^2-8x+16)(2x-\alpha) = (x-4)(4x^2-(3\alpha+8)x+4\alpha)$$

이고

$$g'(x) + 5x^3 - 20x^2 = g'(x) + 5x^2(x-4) = (x-4)(9x^2-(3\alpha+8)x+4\alpha)$$

이다. 따라서 방정식 $g'(x) + 5x^3 - 20x^2 = 0$ 의 실근은 $x=4$ 와 방정식 $9x^2-(3\alpha+8)x+4\alpha=0$ 의 실근이다.

방정식 $9x^2-(3\alpha+8)x+4\alpha=0$ 의 계수가 모두 실수이므로 (근과 계수와의 관계를 이용하면) 실근과 허근을

동시에 가지는 경우는 발생하지 않는다. 따라서 만약 $9x^2-(3\alpha+8)x+4\alpha=0$ 이 실근을 가진다고 하면 어떤

실수 A, B 가 존재하여 $9x^2-(3\alpha+8)x+4\alpha=9(x-A)(x-B)$ 형태가 된다. 해당 방정식의 모든 실근이

정수가 되어야 하므로 A, B 는 정수이고 이 경우 근과 계수와의 관계를 통하여

$$A+B=\frac{3\alpha+8}{9}, \quad A \cdot B=\frac{4\alpha}{9}$$

이 성립한다. 두 번째 식으로부터 어떤 정수 l 가 존재하여 $\alpha=9l$ 이 되지만, 이를 첫 번째 식에 대입하면

$A+B$ 가 정수라는 조건에 모순이 된다. 따라서 방정식 $9x^2-(3\alpha+8)x+4\alpha=0$ 은 실근을 가지지 않는다.

이는 해당 방정식의 판별식이 음수가 되는 것과 같은 의미이다. 이를 식으로 표현하면

$(3\alpha+8)^2-144\alpha < 0$ 이고 이를 정리하면 $(3\alpha-16)^2 < 192$ 가 된다. α 가 정수이므로 $-13 \leq 3\alpha-16 \leq 13$,

즉 $1 \leq \alpha \leq 9$ 이다. 따라서 α 는 $1 \leq \alpha \leq 9$ 인 정수가 모두 가능하다. 각각의 α 에 따라 서로 다른 사차함수

$g(x)$ 가 존재하므로 답은 총 9개다.

Blank lined area for writing answers.

2025학년도 논술시험 기출문제

논술시험(수리형 3)

모집단위		전형유형	
수험번호		성명	



답안작성 유의사항

- 가. 시험 시간은 100분이며, 문제별 답안은 반드시 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 작성해야 합니다.(문제번호와 답안번호는 반드시 일치해야 합니다.)
- 나. 문제별로 해당되는 답안 작성영역에 다른 문제의 답안을 작성한 경우 평가하지 않습니다.
- 다. 답안은 지정된 작성영역 내에 작성해야 하며, 지정된 작성영역을 초과하여 작성한 부분에 대해서는 평가하지 않습니다.
- 라. 답안 작성영역에는 어떠한 경우에도 인적사항을 기재하면 안됩니다. 인적사항(성명, 서명 등) 또는 답안과 관계없는 표기를 하는 경우 결격처리 될 수 있습니다.
- 마. 흑색 필기구를 사용해야 합니다.(연필·샤프 사용가능, 답안작성 중 필기구 종류 또는 색상 변경 불가)
- 바. 답안 수정 시에는 취소선을 긋거나 지우개로 지워야 하며 수정액이나 수정테이프는 사용할 수 없습니다.
- 사. 답안지 표지 상단에 본인의 인적사항(모집단위, 수험번호, 성명 등)을 기재하고, 감독위원의 확인을 받아야 합니다.

문제 1

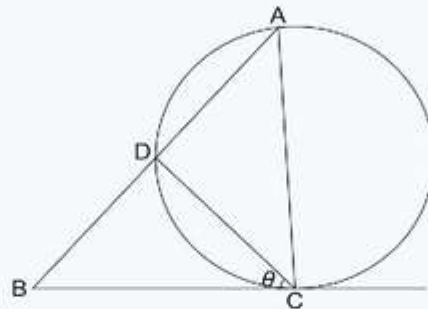
다음 <제시문>을 읽고 [문제1- i] ~ [문제1-iv]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(40점)

<제시문>

좌표평면 위의 세 점 B, C, D를 다음과 같이 정의하자.

- 점 B와 C의 좌표는 각각 $(-4, 0)$ 과 $(0, 0)$ 이다.
- 점 D의 y 좌표는 양수이고, 선분 CD의 길이는 3이다.

점 C에서 직선 BC와 접하고, 점 D를 지나는 원을 생각하자. 직선 BD가 점 D를 제외하고 이 원과 다시 만나는 점을 점 A라 하자. $\angle BCD = \theta$ 라 할 때, 함수 $f(\theta)$ 를 선분 AD의 길이로 정의하자. 단, 원이 점 D에서 직선 BD와 접할 경우에는, 점 A를 점 D로 정의하고 그 때의 θ 의 값을 α 라고 하며 $f(\alpha) = 0$ 으로 정의한다. $0 < \theta < \alpha$ 일 때, 제시된 상황을 그림으로 나타내면 아래와 같다.



[문제 1 - i] <제시문>에 주어진 원의 반지름을 θ 에 관한 식으로 표현하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 1 - ii] <제시문>에 주어진 α 와 원에 대하여 $\cos \alpha$ 의 값과 원의 반지름을 각각 구하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 1 - iii] <제시문>에 주어진 함수 $f(\theta)$ 에 대하여, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 와 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값을 각각 구하고 그 이유를 논하시오.

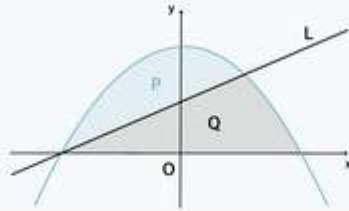
[문제 1 - iv] <제시문>에 주어진 함수 $f(\theta)$ 의 값이 선분 AC의 길이와 같을 때, $\cos \theta$ 의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

문제 2

다음 <제시문>을 읽고 [문제2-i] ~ [문제2-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(30점)

<제시문>

아래 그림과 같이 곡선 $y = 1 - x^2$ 과 x 축으로 둘러싸인 도형이 직선 $L: y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ 에 의해 두 부분으로 나누어진다. 이때
윗 부분의 도형을 P라 하고 아랫 부분의 도형을 Q라고 하자.

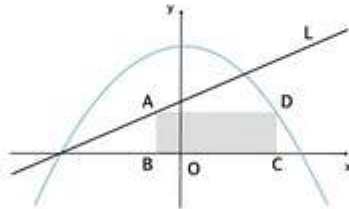


[문제 2 - i] <제시문>에서 주어진 도형 P의 넓이 S_P 와 도형 Q의 넓이 S_Q 의 비율 $\frac{S_P}{S_Q}$ 를 구하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 2 - ii] 아래 그림과 같이 <제시문>에서 주어진 도형 Q에 내접하는 직사각형 ABCD가 다음 두 조건을 모두 만족한다.

- (1) 점 B와 점 C는 x 축 위에 있다.
- (2) 점 A는 직선 $L: y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ 위에 있고, 점 D는 곡선 $y = 1 - x^2$ 위에 있다.

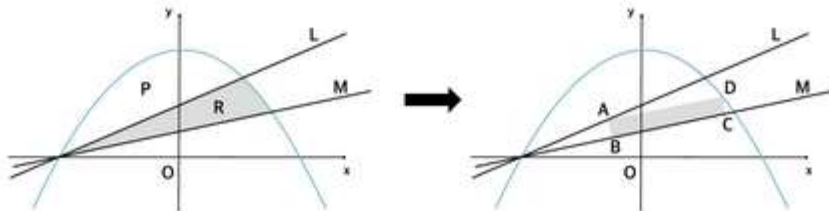
이 조건들을 만족하면서 직사각형 ABCD의 넓이가 최대가 될 때의 점 C의 좌표를 $(q, 0)$ 이라 하고, $w = q - \frac{1}{2}$ 로 정의하자. 이때 $8w^3 + 15w^2 + 3w$ 의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.



[문제 2 - iii] 아래 그림과 같이 <제시문>에서 주어진 도형 Q를 직선 $M: y = \frac{x}{4} + \frac{1}{4}$ 로 나누어 윗 부분의 도형을 R이라 하자. 이때 도형 R에 내접하는 직사각형 ABCD는 다음 두 조건을 모두 만족한다.

- (1) 점 B와 점 C는 직선 $M: y = \frac{x}{4} + \frac{1}{4}$ 위에 있고, $\overline{BC} = \frac{\sqrt{17}}{4}$ 이다.
- (2) 점 A는 직선 $L: y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$ 위에 있고, 점 D는 곡선 $y = 1 - x^2$ 위에 있다.

이때 점 B의 좌표를 구하고 그 이유를 논하시오.



문제 3

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [문제3- i] ~ [문제3- iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(30점)

<제시문1>

세제곱하여 실수 a 가 되는 수, 즉 방정식 $x^3 = a$ 를 만족시키는 수 x 를 a 의 세제곱근이라 한다. 실수 a 의 세제곱근 중에서 실수인 것은 하나뿐이고, 이것을 $\sqrt[3]{a}$ 로 나타낸다.

<제시문2>

실수 a, b 에 대하여 다음과 같은 다항식의 곱셈 공식이 성립한다

- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

<제시문3>

주어진 실수 r 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = r \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 으로 정의하고, $A_n = \sqrt{\frac{n}{4} + (-1)^n a_n}$ 에 가장 가까운 정수를 b_n 이라 하자. 만약 A_n 에 가장 가까운 정수가 두 개 존재하면 두 수 중에서 더 큰 수를 b_n 이라 한다.

[문제 3 - i] <제시문3>의 수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $r = \frac{4}{3}$ 일 때, b_1 을 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 3 - ii] <제시문3>의 수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $r = \frac{4}{3}$ 일 때, $\sum_{k=1}^{150} b_k = b_1 + b_2 + \dots + b_{150}$ 의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 3 - iii] <제시문3>의 수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 실수 r 이 $1 < |r| < 2$ 일 때, 가능한 $\sum_{k=1}^{150} b_k = b_1 + b_2 + \dots + b_{150}$ 의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

해설(수리형 3)

문항 및 제시문

문제 1

다음 <제시문>을 읽고 [문제1-i] ~ [문제1-iv]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

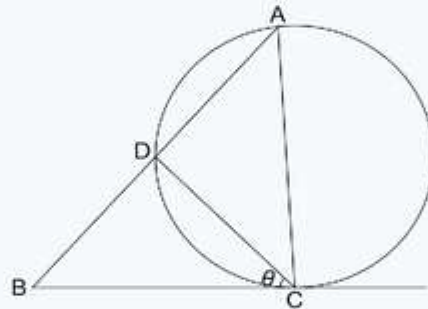
(40점)

<제시문>

좌표평면 위의 세 점 B, C, D를 다음과 같이 정의하자.

- 점 B와 C의 좌표는 각각 $(-4, 0)$ 과 $(0, 0)$ 이다.
- 점 D의 y 좌표는 양수이고, 선분 CD의 길이는 3이다.

점 C에서 직선 BC와 접하고, 점 D를 지나는 원을 생각하자. 직선 BD가 점 D를 제외하고 이 원과 다시 만나는 점을 점 A라 하자. $\angle BCD = \theta$ 라 할 때 함수 $f(\theta)$ 를 선분 AD의 길이로 정의하자. 단, 원이 점 D에서 직선 BD와 접할 경우에는 점 A를 점 D로 정의하고 그 때의 θ 의 값을 α 라고 하며 $f(\alpha) = 0$ 으로 정의한다. $0 < \theta < \alpha$ 일 때, 제시된 상황을 그림으로 나타내면 아래와 같다.



[문제 1-i] <제시문>에 주어진 원의 반지름을 θ 에 관한 식으로 표현하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 1-ii] <제시문>에 주어진 α 와 원에 대하여 $\cos \alpha$ 의 값과 원의 반지름을 각각 구하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 1-iii] <제시문>에 주어진 함수 $f(\theta)$ 에 대하여, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 와 $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값을 각각 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 1-iv] <제시문>에 주어진 함수 $f(\theta)$ 의 값이 선분 AC의 길이와 같을 때, $\cos \theta$ 의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

일반 정보

유형	☒ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	수시모집 논술우수전형	
개업(과목) / 문항번호	<자연계> : 3교시 / 수학 1번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학, 수학 I
	핵심개념 및 용어	원과 직선의 관계, 사인법칙, 코사인법칙
예상 소요 시간	40분 / 전체 100분	

출제 의도

문제의 기하학적 정보를 파악하고 이를 수식화 한 후 다양한 수학적 이론을 활용하여 필요한 정보를 얻어내는 것은 대학 수학 능력의 필수 요소 중의 하나이다. 본 문제는 원 밖의 한 점에서 원에 그은 직선 또는 접선과 관련된 기하학적인 요소들을 제대로 이해하고, 사인법칙, 코사인법칙 등을 활용하여 원에 내접하는 삼각형의 반지름, 선분의 길이, 내각의 크기 등을 제대로 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문	[10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치관계를 이해한다. [12수학 I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인 함수, 탄젠트 함수의 그래프를 그릴 수 있다.
문제 1-ⅰ	[10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치관계를 이해한다. [12수학 I 02-03] 사인법칙과 코사인 법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문제 1-ⅱ	[10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치관계를 이해한다. [12수학 I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인 함수, 탄젠트 함수의 그래프를 그릴 수 있다. [12수학 I 02-03] 사인법칙과 코사인 법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문제 1-ⅲ	[10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치관계를 이해한다. [12수학 I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인 함수, 탄젠트 함수의 그래프를 그릴 수 있다. [12수학 I 02-03] 사인법칙과 코사인 법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문제 1-ⅳ	[10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치관계를 이해한다. [12수학 I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인 함수, 탄젠트 함수의 그래프를 그릴 수 있다. [12수학 I 02-03] 사인법칙과 코사인 법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	고성은 외 6인	(주) 신사고하이테크	2020	137쪽-141쪽
		권오남 외 14인	(주) 교학사		134쪽-139쪽
	수학 I	고성은 외 6인	(주) 신사고하이테크	2021	70쪽-87쪽, 92쪽-97쪽
		류희찬 외 10인	(주) 천재교과서		77쪽-94쪽, 97쪽-107쪽



[문제 1-i]은 제시문에 주어진 삼각형 ACD의 외접원의 반지름을 사인법칙을 활용하여 제대로 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.

[문제 1-ii]은 제시문에 주어진 직선 BD가 원과 접하는 경우, 코사인법칙을 활용하여 $\alpha = \angle BCD$ 와 삼각형 ACD의 외접원의 반지름을 제대로 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.

[문제 1-iii]은 $\angle BCD$ 가 α 보다 작은 경우와 큰 경우에 점 A와 점 D의 위치 관계를 제대로 구분할 수 있고, 각각의 경우에 코사인법칙을 활용하여 선분 AD의 길이를 제대로 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.

[문제 1-iv]는 선분 AD와 선분 AC의 길이가 서로 같아지는 경우에 코사인법칙을 활용하여 $\angle BCD$ 를 제대로 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.



채점기준

- 9점** [1 - i] 제시문에 주어진 삼각형 ACD의 외접원의 반지름을 사인법칙을 활용하여 제대로 구할 수 있다.
- 10점** [1 - ii] 제시문에 주어진 직선 BD가 원과 접하는 경우, 코사인법칙을 활용하여 $\alpha = \angle BCD$ 와 삼각형 ACD의 외접원의 반지름을 제대로 구할 수 있다.
- 10점** [1 - iii] $\angle BCD$ 가 α 보다 작은 경우와 큰 경우에 점 A와 점 D의 위치 관계를 제대로 구분할 수 있고, 각각의 경우에 코사인법칙을 활용하여 선분 AD의 길이를 제대로 구할 수 있다.
- 11점** [1 - iv] 선분 AD와 선분 AC의 길이가 서로 같아지는 경우에 코사인법칙을 활용하여 $\angle BCD$ 를 제대로 구할 수 있다.



[문제 1-i]

원의 반지름을 r 이라고 하자.

$0 < \theta < \alpha$ 인 경우:

$\angle CAD = \theta$ 이므로, 삼각형 CAD에 사인법칙을 적용하면, $\frac{3}{\sin \theta} = 2r$ 이므로 $r = \frac{3}{2\sin \theta}$ 를 얻는다.

$\alpha < \theta < \pi$ 인 경우:

$\angle CAD = \pi - \theta$ 이므로, 삼각형 CAD에 사인법칙을 적용하면, $\frac{3}{\sin(\pi - \theta)} = 2r$ 이므로 $r = \frac{3}{2\sin \theta}$ 를 얻는다.

$\theta = \alpha$ 인 경우:

더 긴 길이를 갖는 호 AC위에 양 끝점이 아닌 임의의 점을 E라고 하자. 삼각형 ACE에 사인법칙을 적용하면,

$\frac{3}{\sin \alpha} = 2r$ 이므로 $r = \frac{3}{2\sin \alpha}$ 를 얻는다.

따라서 모든 경우에 $r = \frac{3}{2\sin\theta}$ 를 얻는다.

답: $r = \frac{3}{2\sin\theta}$

[문제 1-ii]

원이 점 D에서 직선 BD와 접할 경우, 삼각형 BCD는 이등변삼각형이 된다. $\overline{BC} = \overline{BD} = 4$, $\overline{CD} = 3$, $\angle BCD = \alpha$ 이므로 코사인법칙을 적용하면, $4^2 = 4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3\cos\alpha$ 를 얻는다. 이로부터 $\cos\alpha = \frac{3}{8}$ 임을 알 수 있다. 이로부터 $\sin\alpha = \frac{\sqrt{55}}{8}$ 이 되고, [문제 1-i]의 결과를 적용하면, $r = \frac{3}{2\sin\alpha} = \frac{12}{\sqrt{55}}$ 임을 알 수 있다.

(별해)

선분 CD의 중점을 H라고 하면, $\cos\alpha = \frac{\overline{CH}}{\overline{BC}} = \frac{3/2}{4} = \frac{3}{8}$ 을 얻는다.

답: $\cos\alpha = \frac{3}{8}$, $r = \frac{12}{\sqrt{55}}$

[문제 1-iii]

삼각형 BCD에 코사인법칙을 적용하면, $\overline{BD}^2 = 9 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4\cos\theta = 25 - 24\cos\theta$ 를 얻는다. 이제 다음 두 경우를 나누어서 생각해보자.

$0 < \theta < \alpha$ 인 경우:

$$4^2 = \overline{BD}(\overline{BD} + f(\theta)) = \overline{BD}^2 + \overline{BD} \cdot f(\theta) = 25 - 24\cos\theta + \overline{BD} \cdot f(\theta)$$

이므로 $f(\theta) = \frac{24\cos\theta - 9}{\sqrt{25 - 24\cos\theta}}$ 를 얻는다.

$\alpha < \theta < \pi$ 인 경우:

$$4^2 = (\overline{BD} - f(\theta))\overline{BD} = \overline{BD}^2 - \overline{BD} \cdot f(\theta) = 25 - 24\cos\theta - \overline{BD} \cdot f(\theta)$$

이므로 $f(\theta) = \frac{9 - 24\cos\theta}{\sqrt{25 - 24\cos\theta}}$ 를 얻는다.

이제 $\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 이므로, 위에서 얻은 $f(\theta)$ 에 대한 첫 번째 경우의 식으로부터 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{\sqrt{13}}$ 과 두 번째 경우

의 식으로부터 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{9}{5}$ 를 얻는다.

답: $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{\sqrt{13}}$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{9}{5}$

[문제 1-iv]

다음 세 가지 경우로 나누어서 생각해보자.

$\theta = \alpha$ 인 경우:

점 A는 점 D와 같으므로 $f(\theta) = 0$ 이다. 한편, $\overline{AC} = \overline{DC} = 3$ 이므로, 이 경우에 $f(\theta)$ 는 $\overline{AC}$ 와 같지 않게 된다.

$0 < \theta < \alpha$ 인 경우:

$4^2 = \overline{BD}(\overline{BD} + f(\theta)) = \overline{BD}^2 + \overline{BD} \cdot f(\theta) = \overline{BD}^2 + \overline{BD} \cdot \overline{AC}$ 가 성립한다. 한편, 삼각형 BCD와 삼각형 BAC는 서로 닮음이므로, $3 : \overline{AC} = 4 : (f(\theta) + \overline{BD})$ 를 얻는다. 이로부터

$$4\overline{AC} = 3(f(\theta) + \overline{BD}) = 3 \cdot \frac{16}{\overline{BD}} \text{ 이 되므로 } \overline{AC} \cdot \overline{BD} = 12 \text{임을 알 수 있다. 따라서}$$

$4^2 = \overline{BD}^2 + \overline{BD} \cdot \overline{AC} = \overline{BD}^2 + 12$ 로부터 $\overline{BD} = 2$ 를 얻는다. 이제 삼각형 BCD에 코사인법칙을 적용하면,

$$4 = 9 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4\cos\theta = 25 - 24\cos\theta \text{로부터 } \cos\theta = \frac{7}{8} \text{을 얻는다.}$$

$\alpha < \theta < \pi$ 인 경우:

$4^2 = (\overline{BD} - f(\theta))\overline{BD} = \overline{BD}^2 - \overline{BD} \cdot f(\theta) = \overline{BD}^2 - \overline{BD} \cdot \overline{AC}$ 가 성립한다. 한편, 삼각형 BAC와 삼각형 BCD는 서로 닮음이므로, $\overline{AC} : 3 = 4 : \overline{BD}$ 를 얻는다. 이로부터 $\overline{AC} \cdot \overline{BD} = 12$ 임을 알 수 있다. 따라서

$4^2 = \overline{BD}^2 - \overline{BD} \cdot \overline{AC} = \overline{BD}^2 - 12$ 로부터 $\overline{BD} = 2\sqrt{7}$ 을 얻는다. 이제 삼각형 BCD에 코사인법칙을 적용하면,

$$28 = 9 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4\cos\theta = 25 - 24\cos\theta \text{로부터 } \cos\theta = -\frac{1}{8} \text{을 얻는다.}$$

$$\text{답: } \frac{7}{8}, -\frac{1}{8}$$

문항 및 제시문

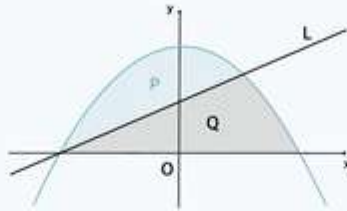
문제 2

다음 <제시문>을 읽고 [문제2-i] ~ [문제2-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

(30점)

<제시문>

아래 그림과 같이 곡선 $y=1-x^2$ 과 x 축으로 둘러싸인 도형이 직선 $L:y=\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$ 에 의해 두 부분으로 나누어진다. 이때
윗 부분의 도형을 P라 하고 아랫 부분의 도형을 Q라고 하자.



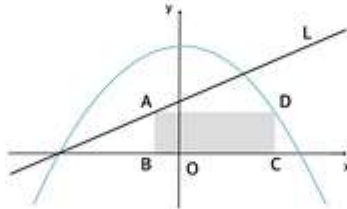
[문제 2-i] <제시문>에서 주어진 도형 P의 넓이 S_P 와 도형 Q의 넓이 S_Q 의 비율 $\frac{S_P}{S_Q}$ 를 구하고, 그 이유를 논하시오.

[문제 2-ii] 아래 그림과 같이 <제시문>에서 주어진 도형 Q에 내접하는 직사각형 ABCD가 다음 두 조건을 모두 만족한다.

(1) 점 B와 점 C는 x 축 위에 있다.

(2) 점 A는 직선 $L:y=\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$ 위에 있고, 점 D는 곡선 $y=1-x^2$ 위에 있다.

이 조건들을 만족하면서 직사각형 ABCD의 넓이가 최대가 될 때의 점 C의 좌표를 $(q, 0)$ 이라 하고, $w=q-\frac{1}{2}$ 로 정의하자. 이때 $8w^3+15w^2+3w$ 의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

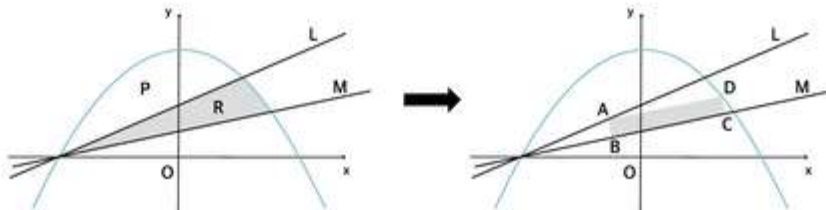


[문제 2-iii] 아래 그림과 같이 <제시문>에서 주어진 도형 Q를 직선 $M:y=\frac{x}{4}+\frac{1}{4}$ 로 나누어 윗 부분의 도형을 R이라 하자. 이때 도형 R에 내접하는 직사각형 ABCD는 다음 두 조건을 모두 만족한다.

(1) 점 B와 점 C는 직선 $M:y=\frac{x}{4}+\frac{1}{4}$ 위에 있고, $\overline{BC}=\frac{\sqrt{17}}{4}$ 이다.

(2) 점 A는 직선 $L:y=\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$ 위에 있고, 점 D는 곡선 $y=1-x^2$ 위에 있다.

이때 점 B의 좌표를 구하고 그 이유를 논하시오.



일반 정보

유형	☒ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	수시모집 논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	<자연계> : 3교시 / 수학 2번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학, 수학 I, 수학 II
	핵심개념 및 용어	이차함수와 직선의 위치관계, 내접, 도형의 넓이, 직선의 평행
예상 소요 시간	30분 / 전체 100분	

출제 의도

곡선과 직선 등의 수학적으로 정의된 도형의 넓이를 계산하고 그 결과를 분석하는 것은 실생활부터 첨단 기술까지 다양하게 등장하는 중요한 문제이다. 본 문제는 곡선과 직선으로 둘러싸인 도형들의 넓이를 계산하고, 이와 관련되어 적당한 조건을 만족하는 직사각형을 분석하는 능력을 평가하는 문제이다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문	[10수학01-09] 이차방정식과 이차함수의 관계를 이해한다. [10수학01-10] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이해한다. [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
문제 2 - i	[10수학01-09] 이차방정식과 이차함수의 관계를 이해한다. [10수학01-10] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이해한다. [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
문제 2 - ii	[10수학01-09] 이차방정식과 이차함수의 관계를 이해한다. [10수학01-10] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이해한다. [12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
문제 2 - iii	[10수학02-03] 직선의 방정식을 구할 수 있다. [10수학02-04] 두 직선의 평행조건과 수직조건을 이해한다. [10수학01-09] 이차방정식과 이차함수의 관계를 이해한다. [10수학01-10] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이해한다. [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. [12수학I02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인 함수, 탄젠트 함수의 그래프를 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	고성은 외 6인	(주)신사고하이테크	2020	62쪽-63쪽, 119쪽-124쪽
		권오남 외 14인	(주)교학사		63쪽-64쪽, 120쪽-121쪽
	수학 I	고성은 외 6인	(주)신사고하이테크	2021	70쪽-74쪽
		류희찬 외 10인	(주)천재교과서		77쪽-82쪽
	수학 II	이준열 외 9인	(주)천재교육	2020	132쪽-138쪽
		황선욱 외 8인	(주)미래엔		135쪽-141쪽

문항 해설



[문제 2- i]

고등학교 수학 II 교과서의 '정적분의 활용' 단원에 나오는 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 문제이다. 이차곡선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이이므로 고등학교 수학 II의 도형의 넓이의 수업시간에 집중한 학생이면 충분히 해결가능하다.

[문제 2- ii]

고등학교 수학 II 교과서의 '정적분의 활용' 단원에 나오는 곡선으로 둘러싸인 도형에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값을 구하는 문제이다. 교과서나 수업시간의 학습지에 해당 문제와 유사한 문제가 있으므로 수업시간에 열심히 학교 선생님의 수업을 들은 학생이면 풀이가 가능하다. 이차함수의 직선의 위치관계를 이해하고 삼차함수의 그래프를 잘 활용한다면 어렵지 않은 내용이다.

[문제 2- iii]

[문제 2- ii]와 유사한 문제로 직사각형의 한 변을 x 축이 아닌 일반 직선 위에 두도록 하고 내접한 직사각형의 넓이를 구하는 문제이다. 교과서나 수업시간의 학습지에 해당 문제와 유사한 문제가 있으므로 수업시간에 열심히 학교 선생님의 수업을 들은 학생이면 풀이가 가능하다.



채점기준

- 8점** [2 - i] 곡선과 직선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구할 수 있다.
- 12점** [2 - ii] 주어진 조건을 만족하는 직사각형의 넓이를 변수로 표현할 수 있고, 미분을 통해 극점을 구할 수 있다.
- 10점** [2 - iii] 주어진 조건을 만족하는 직사각형의 좌표를 직선의 방정식을 활용하여 구할 수 있다.

[문제 2 - i]

$$S_P + S_Q = \int_{-1}^1 (1-x^2) dx = 2 \left[x - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = 2 \left(1 - \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{3}$$

$$S_P = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} \left((1-x^2) - \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \right) \right) dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} \left(-x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \right) dx = \frac{9}{16}$$

$$S_Q = \frac{37}{48} \text{ 이므로 } \frac{S_P}{S_Q} = \frac{27}{37} \text{ 이다.}$$

$$\text{답: } \frac{27}{37}$$

[문제 2 - ii]

$$C(q, 0), B(p, 0) \text{ 이라 하면 } \frac{p+1}{2} = 1-q^2, p = 1-2q^2$$

$$\overline{BC} = q - p = q + 2q^2 - 1, \overline{DC} = 1 - q^2 \text{ 이므로 } f(q) = (1-q^2)(2q^2 + q - 1)$$

$$f'(q) = -8q^3 - 3q^2 + 6q + 1 = 0 \text{ 이 된다.}$$

$$q = \frac{1}{2} + w \text{ 이라고 하면 } 8w^3 + 15w^2 + 3w = \frac{9}{4}$$

$$\text{답: } \frac{9}{4}$$

(부연 설명)

$$f(q) = (1-q^2)(2q^2 + q - 1) \text{ 에 대해 } f\left(\frac{1}{2}\right) = 0, f(1) = 0$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = -1 - \frac{3}{4} + 3 + 1 = \frac{9}{4} > 0, f'(1) = -11 + 7 = -4 < 0$$

$$H(q) = f'(q) = -8q^3 - 3q^2 + 6q + 1 \text{ 으로 두고 이를 미분하면 } H'(q) = -24q^2 - 6q + 6$$

$$\text{열린구간 } \left(\frac{1}{2}, 1\right) \text{ 에서 } H'(q) < 0$$

$$H\left(\frac{1}{2}\right) = f'\left(\frac{1}{2}\right) > 0, H(1) = f'(1) < 0 \text{ 이므로 열린구간 } \left(\frac{1}{2}, 1\right) \text{ 에서 } H(q) = 0 \text{ 인 } q \text{ 가 유일하게 존재한다. 즉}$$

$$f'(q) = 0 \text{ 이고 이때의 } q \text{ 의 좌우에서 } f'(x) \text{ 값의 부호가 양에서 음으로 변하므로 } q \text{ 에서 } f(q) \text{ 가 최댓값이 된다.}$$

[문제 2 - iii]

$$\text{점 A의 좌표를 } \left(w, \frac{w+1}{2}\right) \text{ 이라 하자.}$$

$$\overline{AD} = \frac{\sqrt{17}}{4}, \text{ AD의 기울기} = \frac{1}{4} \text{ 이므로}$$

$$(\text{D의 } x\text{좌표}) - (\text{A의 } x\text{좌표}) = \overline{AD} \times \frac{4}{\sqrt{17}} = 1$$

$$\therefore \text{ 점 D는 직선 AD : } y = \frac{1}{4}(x-w) + \frac{1}{2}(w+1) \text{ 와 곡선 } y = 1-x^2 \text{ 의 교점 의 } x\text{좌표이므로,}$$

$x = w + 1$ 은 $\frac{1}{4}(x - w) + (w + 1)/2 = 1 - x^2$ 의 해가 된다.

$$\therefore 4w^2 + 10w + 3 = 0, \quad w = \frac{-5 + \sqrt{13}}{4}$$

$B\left(a, \frac{a+1}{4}\right)$ 이라 하자.

BA를 지나는 직선은 BC와 수직이므로 기울기가 -4 이다.

$$\text{따라서, BA : } y = -4(x - a) + \frac{a+1}{4}$$

점 A를 직선 BA와 $y = \frac{x+1}{2}$ 만나는 점이라고 하면

점 A의 x 좌표인 w 는 $-4(w - a) + \frac{a+1}{4} = \frac{w+1}{2}$ 를 만족한다.

$$w = \frac{1}{18}(-1 + 17a) \text{이므로 } \frac{1}{18}(-1 + 17a) = \frac{-5 + \sqrt{13}}{4}.$$

$$\therefore a = \frac{-43 + 9\sqrt{13}}{34} \text{이고 } B\left(\frac{-43 + 9\sqrt{13}}{34}, \frac{-9 + 9\sqrt{13}}{136}\right)$$

$$\text{답: } \left(\frac{-43 + 9\sqrt{13}}{34}, \frac{-9 + 9\sqrt{13}}{136}\right)$$

문항 및 제시문

문제 3

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [문제3-i] ~ [문제3-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.
(30점)

<제시문 1>

세제곱하여 실수 a 가 되는 수, 즉 방정식 $x^3 = a$ 를 만족시키는 수 x 를 a 의 세제곱근이라 한다. 실수 a 의 세제곱근 중에서 실수인 것은 하나뿐이고, 이것을 $\sqrt[3]{a}$ 로 나타낸다.

<제시문 2>

실수 a, b 에 대하여 다음과 같은 다항식의 곱셈 공식이 성립한다

- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

<제시문 3>

주어진 실수 r 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = r \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 으로 정의하고, $A_n = \sqrt{\frac{n}{4} + (-1)^n a_n}$ 에 가장 가까운 정수를 b_n 이라 하자. 만약 A_n 에 가장 가까운 정수가 두 개 존재하면 두 수 중에서 더 큰 수를 b_n 이라 한다.

[문제 3-i] <제시문3>의 수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $r = \frac{4}{3}$ 일 때, b_1 을 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 3-ii] <제시문3>의 수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 $r = \frac{4}{3}$ 일 때, $\sum_{k=1}^{150} b_k = b_1 + b_2 + \dots + b_{150}$ 의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[문제 3-iii] <제시문3>의 수열 $\{b_n\}$ 에 대하여 실수 r 이 $1 < |r| < 2$ 일 때, 가능한 $\sum_{k=1}^{150} b_k = b_1 + b_2 + \dots + b_{150}$ 의 값을 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

일반 정보

유형	☒ 논술고사 ☐ 면접 및 구술고사 ☐ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
개업(과목) / 문항번호	수리형 3교시 / 3번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학, 수학 II
	핵심개념 및 용어	거듭제곱근, 등비수열, 수열의 귀납적 정의, 수열의 합
예상 소요 시간	30분 / 전체 100분	

출제 의도

주어진 실수의 가장 가까운 정수를 이용하여 올바른 부등식을 설정할 수 있는지, 그리고 그 부등식을 정수의 성질을 이용하여 활용도가 더 높은 형태로 변형할 수 있는지를 평가하고자 한다. 주어진 조건을 만족시키는 수열의 규칙을 찾아 수열의 합을 구하고, 이를 일반화하여 일반화하기 전의 수열과의 공통적인 규칙을 이용하여 복잡해 보이는 상황을 단순화 시킬 수 있는지를 평가하고자 한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 1	[12수학 I 01-01] 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
제시문 2	[10수학I 01-01] 다항식의 다항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다.
제시문 3	[12수학 I 03-03] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. [12수학 I 03-04] Σ 의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고 이를 활용할 수 있다. [12수학 I 03-06] 수열의 귀납적 정의를 이해한다.
문제 3 - I	[12수학 I 01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.
문제 3 - II	[12수학 I 01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. [12수학 I 01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.
문제 3 - III	[12수학 I 03-03] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. [12수학 I 03-04] Σ 의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고 이를 활용할 수 있다. [12수학 I 03-05] 여러가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. [12수학 I 03-06] 수열의 귀납적 정의를 이해한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	고성온 외 6인	(주)신사고하이테크	2020	13-15
		권오남 외 14인	(주)교학사	2020	13-15
	수학 I	고성온 외 6인	(주)신사고하이테크	2021	40-42, 123-145
		류희찬 외 10인	(주)천재교과서	2021	42-45, 133-150

문항 해설

[문제 3-i]

고등학교 수학 I 교과서의 '거듭제곱근과 지수함수의 그래프를 이용한 여러가지 성질'을 이용한 간단한 문제이다.

[문제 3-ii]

고등학교 수학 I 교과서의 등비수열과 수열의 귀납적 정의를 이용하여 제시문에 주어진 수열의 각 항을 간격이 1보다 작은 부등식으로 표현하고 정수의 성질을 이용하여 일반항의 값을 구하고 이를 통해 수열의 합을 구할 수 있는지 확인하는 문제이다.

[문제 3-iii]

[문제 3-ii]를 바탕으로 절댓값의 케이스를 2개로 나누어 '지수함수의 그래프를 이용한 지수의 성질'을 이용하여 해결하는 문제이다.



채점기준

5점 [3 - i] 세제곱근을 부등식을 이용하여 범위를 찾아 가장 가까운 정수를 찾을 수 있다.

10점 [3 - ii] 제시된 수열의 규칙을 찾아 수열의 합을 계산할 수 있다.

15점 [3 - iii] 제시된 수열의 규칙을 찾아 수열의 합을 계산할 수 있다.

※ 하위 문항이 있는 경우 칸을 나누어 채점 기준을 작성함.

※ 채점 기준은 문항의 출제의도에 대한 평가를 위한 것이어야 함.

[문제 3-i]

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항이 $a_1 = r = \frac{4}{3}$ 이므로 $A_1 = \sqrt[3]{-\frac{13}{12}} = -\sqrt[3]{\frac{13}{12}}$ 이다. $-\frac{3}{2} < -\sqrt[3]{\frac{13}{12}} < -1$ 이므로 답은 $b_1 = -1$ 이다.

[문제 3-ii]

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = \frac{4}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ 이다. 우선 $b_n = M$ 이라고 할 때 $M \geq 1$ 인 경우를 살펴보자. 조건

$b_n = M$ 은 부등식 $M - \frac{1}{2} \leq A_n < M + \frac{1}{2}$ 의 필요충분조건이고 부등식의 세 항이 모두 양수이다. 이 부등식을 세제곱하여 정리하면 아래 부등식이 된다.

$$(*) \quad 4M^3 - 6M^2 + 3M - \left(\frac{1}{2} + (-1)^n 4a_n\right) \leq n < 4M^3 + 6M^2 + 3M + \left(\frac{1}{2} - (-1)^n 4a_n\right)$$

만약 $n \geq 5$ 이면 $0 < 4a_n \leq \frac{1}{3}$ 이므로 두 부등식 $0 < \frac{1}{2} + (-1)^n 4a_n < 1$, $0 < \frac{1}{2} - (-1)^n 4a_n < 1$ 이

성립하고, 결국 다음 부등식이 (n, M 둘 다 자연수이므로) 부등식 (*)의 필요충분조건으로 성립한다.

$$(**) \quad 4M^3 - 6M^2 + 3M \leq n \leq 4M^3 + 6M^2 + 3M$$

이를 통해 $M=1$ 이면 $1 \leq n \leq 13$ 이고, $n \geq 5$ 인 경우만 고려하고 있으므로 $5 \leq n \leq 13$ 이다. 이와 비슷하게 $M=2$ 이면 $14 \leq n \leq 62$, $M=3$ 이면 $63 \leq n \leq 171$ 가 성립한다. 즉

$$b_5 = b_6 = \cdots = b_{13} = 1, \quad b_{14} = b_{15} = \cdots = b_{62} = 2, \quad b_{63} = b_{64} = \cdots = b_{170} = 3$$

이다. 따라서

$$(***) \quad \sum_{k=5}^{150} b_k = 1 \cdot 9 + 2 \cdot 49 + 3 \cdot 88 = 9 + 98 + 264 = 371$$

이 성립한다. 이제 $1 \leq n \leq 4$ 인 경우를 생각하자. 우선 [문제 1-i]에서 $b_1 = -1$ 임을 보였다. 그리고

$a_2 = \frac{2}{3}$ 이므로 $1 < A_2 = \sqrt[3]{\frac{7}{6}} < \frac{3}{2}$ 이 성립하고 $b_2 = 1$ 이다. 비슷하게 $a_3 = \frac{1}{3}$, $a_4 = \frac{1}{6}$ 이므로

$\frac{1}{2} < A_3 = \sqrt[3]{\frac{5}{12}} < 1$, $1 < A_4 = \sqrt[3]{\frac{7}{6}} < \frac{3}{2}$ 이 성립하여 $b_3 = b_4 = 1$ 이다. 그러므로

$$\sum_{k=1}^4 b_k = -1 + 1 + 1 + 1 = 2$$

이고 (***)를 고려하면 답은 $\sum_{k=1}^{150} b_k = 2 + 371 = 373$ 이다.

[문제 3-iii]

$b_n = M$ 이고 $M \geq 1$ 이면 [문제 1-ii]에서 부등식 (*)는 조건 $b_n = M$ 의 필요충분조건임을 확인하였다. 실수 r 이

$1 < |r| < 2$ 를 만족하므로 $2^3 \left(\frac{1}{2}\right)^n < |4a_n| < 2^4 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 이다. 따라서 만약 $n \geq 5$ 이면 $0 < |4a_n| < \frac{1}{2}$ 이

성립하여 [문제 1-ii]의 경우와 비슷하게 부등식 $0 < \frac{1}{2} + (-1)^n 4a_n < 1$, $0 < \frac{1}{2} - (-1)^n 4a_n < 1$ 이 성립한다.

따라서 부등식 (*)는 부등식 (**)이 된다. 이 경우 식 (***)에서 $\sum_{k=5}^{150} b_k = 371$ 이 됨을 보였다.

이제 $\sum_{k=1}^4 b_k$ 가 가능한 값을 모두 구하면 된다. 두 가지 경우로 나누어 생각하자.

우선 $1 < r < 2$ 라 가정하자. 이 경우

$$-\frac{3}{2} < -\sqrt[3]{\frac{7}{4}} < A_1 = \sqrt[3]{\frac{1}{4} - r} < -\sqrt[3]{\frac{3}{4}} < -\frac{1}{2}$$

이므로 $b_1 = -1$ 이다. 나머지 경우도

$$\begin{aligned} 1 < A_2 &= \sqrt[3]{\frac{1}{2} + \frac{r}{2}} < \sqrt[3]{\frac{3}{2}} < \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} < \sqrt[3]{\frac{1}{4}} < A_3 &= \sqrt[3]{\frac{3}{4} - \frac{r}{4}} < \sqrt[3]{\frac{1}{2}} < 1 \\ 1 < \sqrt[3]{\frac{9}{8}} < A_4 &= \sqrt[3]{1 + \frac{r}{8}} < \sqrt[3]{\frac{5}{4}} < \frac{3}{2} \end{aligned}$$

이 성립하여 $b_2 = b_3 = b_4 = 1$ 이 된다. 그러므로 $1 < r < 2$ 이면 $\sum_{k=1}^4 b_k = 2$ 이다.

이제 $r = -t$ 라 놓고 $1 < t < 2$ 라 가정하자. 이 경우 $a_1 = -t$, $a_2 = -\frac{t}{2}$, $a_3 = -\frac{t}{4}$, $a_4 = -\frac{t}{8}$ 이 되어

$1 < t < 2$ 인 범위에서

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt[3]{\frac{5}{4}} < A_1 &= \sqrt[3]{\frac{1}{4} + t} < \sqrt[3]{\frac{9}{4}} < \frac{3}{2} \\ -\sqrt[3]{\frac{1}{2}} < A_2 &= \sqrt[3]{\frac{1}{2} - \frac{t}{2}} < 0 \\ 1 < A_3 &= \sqrt[3]{\frac{3}{4} + \frac{t}{4}} < \sqrt[3]{\frac{5}{4}} < \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} < \sqrt[3]{\frac{3}{4}} < A_4 &= \sqrt[3]{1 - \frac{t}{8}} < \sqrt[3]{\frac{7}{8}} < 1 \end{aligned}$$

이 성립한다. 이를 통해 $b_1 = b_3 = b_4 = 1$ 이고, $-1 < -\sqrt[3]{\frac{1}{2}} < -\frac{1}{2}$ 이므로 $b_2 = -1, 0$ 이 모두 가능하다.

따라서 $\sum_{k=1}^4 b_k = 2$ 또는 $\sum_{k=1}^4 b_k = 3$ 이 가능하다.

최종적으로 $1 < |r| < 2$ 인 경우 $\sum_{k=1}^4 b_k = 2$ 또는 $\sum_{k=1}^4 b_k = 3$ 이 가능하므로 가능한 $\sum_{k=1}^{150} b_k$ 의 값은 373 또는

374 이다.



| 인문사회과학캠퍼스 |

03063 서울특별시 종로구 성균관로 25-2 / T. 02.760.0114

| 자연과학캠퍼스 |

16419 경기도 수원시 잠안구 서부로 2066 / T. 031.290.5114

| 입학처 |

T. 02.760.1000

본 출판물은 수강생의 학습 지원을 위해 제작된 것으로, 영리 목적이나
상업적 용도의 사용을 금합니다. 또한, 무단 전재 및 배포를 금합니다.