〈자연계열〉

문제지

TOOLIGE STEEL AND A SOUTH AND	모집단위	
	성 명	
	수험번호	2 4 1 0 8

2024학년도 수시모집 모의논술고사

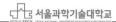
□ 문제수 및 고사 시간

문제수	시 간	배점비율
3	10:00~11:40(100분)	[문제 1]은 총 점수의 34%, [문제 2], [문제 3]은 각각 33%

□ 수험생 유의사항

- 답안지에 모집단위, 성명, 수험번호, 주민번호를 정확히 명기
- 계산기와 통신기기 등은 휴대할 수 없으며, 휴대 시 부정행위자로 처리
- 답안지는 1매만 사용해야 하며, 2매 사용 시 무효(0점) 처리
- 반드시 검은색 필기구만 사용
- 수정테이프, 수정액 사용 가능, 필기구로 두 줄을 그어 수정해도 무방함
- 0점 처리 기준
 - 답안지에 답 이외의 특정 표기나 자신의 신원을 드러내는 표시를 한 경우
 - 답안지의 지정된 범위를 벗어나 답안을 작성한 경우
 - 풀이과정이 없는 경우

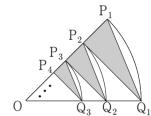




[문제 1] 다음 물음에 답하시오.

- [1.1] 두 집합 $X = \{1,2,3,4,5,6\}$, $Y = \{2,3,4,5,6,7,8\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수를 구하시오.
 - (r) x가 홀수일 때 f(x)는 소수이다.
 - (나) x가 짝수일 때 f(x)는 짝수이다.
 - (다) $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 이다.

[1.2] 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각이 $\frac{\pi}{4}$ 인 부채꼴 P_1OQ_1 이 있다. 점 Q_1 에서 선분 OP_1 에 내린 수선의 발을 P_2 라 하고, 선분 OQ_1 위에 $OP_2 = OQ_2$ 인 점 Q_2 를 택하여 중심각이 $\frac{\pi}{4}$ 인 부채꼴 P_2OQ_2 를 부채꼴 P_1OQ_1 의 내부에 그린다. 점 Q_2 에서 선분 OP_2 에 내린 수선의 발을 P_3 , 선분 OQ_2 위에 $OP_3 = OQ_3$ 인 점 Q_3 을 택하여 OP_3



중심각인 $\frac{\pi}{4}$ 인 부채꼴 P_3OQ_3 을 부채꼴 P_2OQ_2 의 내부에 그린다. 이와 같은 방법으로 부채꼴을 한없이 그려 나간다. 삼각형 $Q_nP_nP_{n+1}$ 의 넓이를 a_n 이라 할 때, 급수 $\sum_{i=1}^{\infty}a_n$ 의 합을 구하시오.

[1.3] 높이가 a^2 인 입체도형이 있다. 이 입체도형의 밑면으로부터 높이가 x인 지점에서 밑면에 평행한 평면으로 자른 단면이, 반지름의 길이가 $\sqrt{a^2-x}$ 인 원 일 때, 이 입체도형의 부피를 V_1 이라 하자. 또 다른 입체도형은, 높이가 a이며, 밑면으로부터 높이가 x인 지점에서 밑면에 평행한 평면으로 자른 단면이, 반지름의 길이가 $(a-x)^2$ 인 원 일 때, 이 입체도형의 부피를 V_2 라 하자. $V_1=V_2$ 일 때, 양수 a를 구하시오.



[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

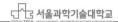
양수 a에 대하여, 함수 f(x)를 다음과 같이 정의한다.

$$f(x) = x^3 - 3ax$$

[2.1] 양수 c에 대하여 직선 y=c와 곡선 y=f(x)의 교점의 개수가 2개일 때, c를 a에 관한 식으로 나타내시오.

[2.2] 문항 [2.1]에서 구한 c에 대하여, 직선 y=c와 곡선 y=f(x)로 둘러싸인 도형의 넓이 S를 a에 관한 식으로 나타내시오.

[2.3] 문항 [2.2]에서 구한 S에 대하여, $3 \le a \le 5$ 인 범위에서 $\dfrac{4S}{27(a-2)^2(6-a)}$ 의 최솟값을 구하시오.



[문제 3] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

함수 $f(x)=\frac{\cos x}{x^2}$ (x>0)에 대하여 곡선 y=f(x)와 x축과의 교점을 x좌표가 작은 것부터 차례대로 $P_1(x_1,0),P_2(x_2,0),P_3(x_3,0),\cdots$ 이라고 하자. 또 $n=1,2,3,\cdots$ 에 대하여 점 P_n 에서 곡선 y=f(x)의 접선이 y축과 만나는 점을 $Q_n(0,y_n)$ 이라고 하자.

[3.1] $n = 1, 2, 3, \cdots$ 에 대하여 x_n 을 구하시오.

[3.2] $n=1,2,3,\cdots$ 에 대하여 y_n 을 구하시오.

[3.3] $n=1,2,3,\cdots$ 에 대하여 삼각형 $P_nP_{n+1}Q_n$ 의 넓이를 A_n 이라고 할 때, $\sum_{n=1}^{10}A_nA_{n+1}$ 의 값을 구하시오.

[3.4] 문항 [3.3]에서 구한 A_n 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} A_n A_{n+1}$ 의 합을 구하시오.