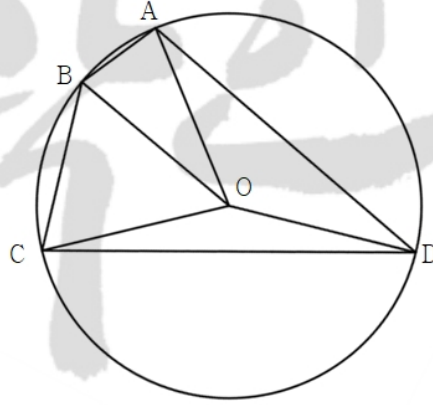


1. 중심이 O 인 원에 내접하는 사각형 ABCD 에서 $\angle AOB + \angle COD = 180^\circ$ 이다. 다음 물음에 답하시오. [총 10점]

(1) $\overline{AC} = 2$, $\overline{BD} = 3$ 일 때, 사각형 ABCD 의 넓이를 구하고 그 과정을 설명하시오. [4점]

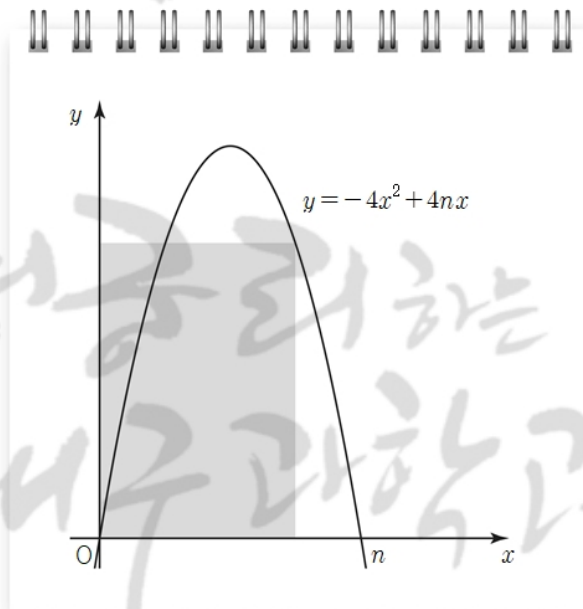


(2) 두 선분 AB, CD 의 길이가 모두 자연수이고 $\overline{BC}^2 + \overline{DA}^2 = 65$ 일 때, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 가 될 수 있는 값들을 모두 구하고 그 과정을 설명하시오. [6점]

2. 좌표평면 위에 이차함수 $y = -4x^2 + 4nx$ ($n \geq 2$ 인 자연수)의 그래프가 그려진 활동지가 있고, 각 변의 길이가 모두 자연수인 직사각형 모양의 색종이가 다양하게 있다. 그림과 같이 다음 조건을 만족시키도록 놓을 수 있는 색종이를 '맞춤 색종이'라고 하자.

- (가) 색종이는 제1사분면 위에 있다.
 (나) 색종이의 두 변은 x 축, y 축 위에 있다.
 (다) 색종이의 꼭짓점 중 좌표축 위에 있지 않은 꼭짓점은 이차함수 $y = -4x^2 + 4nx$ 의 그래프 위에 있다.

다음 물음에 답하시오. (단, 이차함수 $y = -4x^2 + 4nx$ 의 그래프와 x 축의 양의 부분과 만나는 점의 좌표는 $(n, 0)$ 이다.) [총 12점]



- (1) $n = 5$ 일 때, '맞춤 색종이'를 모두 찾고, 각각의 둘레의 길이를 구하시오. [2점]

- (2) $n=k$ 일 때, 어떤 한 변의 길이가 17인 '맞춤 색종이'와 18인 '맞춤 색종이'가 있다. 어떤 한 변의 길이가 17인 '맞춤 색종이'의 둘레의 길이가 어떤 한 변의 길이가 18인 '맞춤 색종이'의 둘레의 길이보다 크도록 하는 k 의 값의 개수를 구하고 그 과정을 설명하시오. [5점]

- (3) 어떤 한 변의 길이가 16인 '맞춤 색종이'가 있다. 이 색종이의 둘레의 길이가 1000 이하가 될 때, 둘레의 길이 중 가장 작은 값과 가장 큰 값을 각각 구하고 그 과정을 설명하시오. [5점]

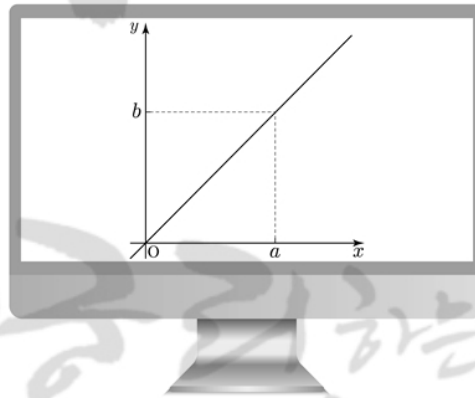
3. 10 이하의 자연수가 각각 하나씩 적힌 버튼 10개가 있다. 그 중 6개를 선택하여 작은 수가 적힌 버튼부터 순서대로 이어 붙인 숫자 버튼을 만들어 <직선 그리기>를 실행하려고 한다.



<직선 그리기>

[단계 1] 숫자 버튼판에서 버튼을 두 번 누른다. 같은 버튼을 두 번 누를 수도 있다.

[단계 2] 처음 누른 버튼의 숫자를 a , 두 번째 누른 버튼의 숫자를 b 라 할 때,
좌표평면 위의 두 점 $(0, 0)$, (a, b) 를 지나는 직선이 화면에 그려진다.



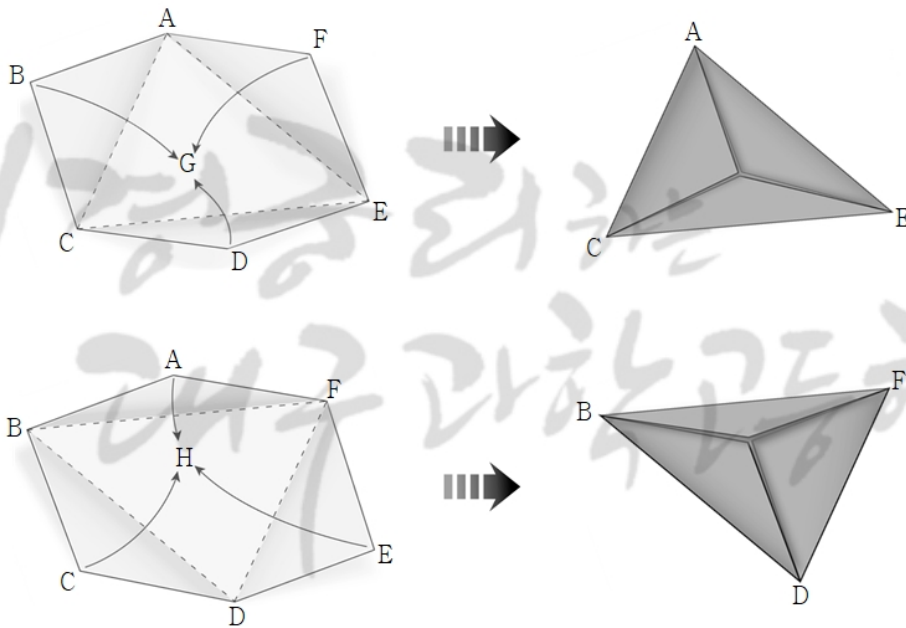
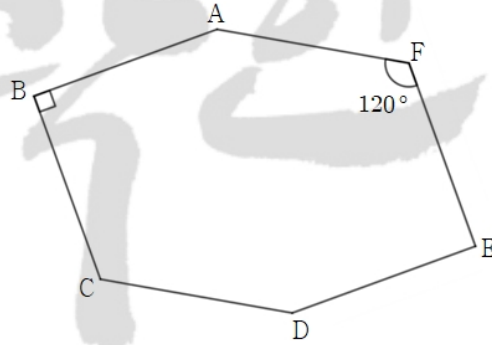
다음 물음에 답하시오. [총 15점]

- (1) 숫자 버튼판이  일 때, 좌표평면 위에 그릴 수 있는 서로 다른 직선의 개수를 구하시오. [2점]

- (2) 좌표평면 위에 그릴 수 있는 서로 다른 직선의 개수가 최소가 되는 숫자 버튼을 모두 구하고 그 과정을 설명하시오. [6점]

- (3) 1과 2를 사용하지 않고 숫자 버튼을 만들어 <직선 그리기>를 실행하려고 한다. 좌표평면 위에 그릴 수 있는 서로 다른 직선의 개수가 최대가 되는 숫자 버튼을 모두 구하고 그 과정을 설명하시오. [7점]

4. 그림과 같이 모든 변의 길이가 1 이고 $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle AFE = 120^\circ$ 인 육각형 ABCDEF 모양의 색종이가 있다.
 $\overline{AC}$, $\overline{CE}$, $\overline{EA}$ 를 접는 선으로 하여 육각형 ABCDEF를 각각 접으면 세 점 B, D, F는 한 점 G에서 만나고
 $\overline{BD}$, $\overline{DF}$, $\overline{FB}$ 를 접는 선으로 하여 육각형 ABCDEF를 각각 접으면 세 점 A, C, E는 한 점 H에서 만난다.
 접힌 색종이를 다시 펴 육각형 ABCDEF를 만들었을 때, 다음 물음에 답하시오. [총 15점]



- (1) 육각형 ABCDEF의 넓이를 구하고 그 과정을 설명하시오. [4점]

(2) $\angle GCH$ 의 크기를 구하고 그 과정을 설명하시오. [5점]

(3) 두 선분 HD , CE 가 만나는 점을 M , 직선 GM 과 선분 CD 가 만나는 점을 N 이라 할 때, 삼각형 EDN 의 넓이를 구하고 그 과정을 설명하시오. [6점]

5. 다음은 자연수 n ($n \geq 2$)에 대하여 1부터 n 까지의 자연수 n 개 중 하나의 수를 남기는 과정이다.

[시작] 1부터 n 까지 자연수를 작은 수부터 나열한 후 [삭제]를 수행한다.
 [삭제] 나열된 수의 개수를 k 라 할 때 자연수 k 의 소인수 p 를 선택하여,
 가장 앞에서부터 p 개씩 묶어 $\frac{k}{p}$ 개의 묶음을 만든다. 각 묶음에서
 가운데에 위치한 수를 제외한 나머지 수를 지우고 [판단]을 수행한다.
 (단, $p=2$ 인 경우 각 묶음에서 두 번째 수를 지우고 [판단]을 수행한다.)
 [판단] 나열된 수의 개수가 1보다 클 경우 [삭제]를 다시 수행한다.
 나열된 수의 개수가 1일 경우 과정을 종료한다.

[삭제] 마다 k 의 소인수 중 가장 작은 수를 선택하였을 때 남는 수를 $f(n)$,

[삭제] 마다 k 의 소인수 중 가장 큰 수를 선택하였을 때 남는 수를 $g(n)$ 이라 하자.

아래는 $n=12$ 일 때, $f(n)$ 과 $g(n)$ 을 구하는 과정이다.

$f(12)$ 를 구하는 과정	$g(12)$ 를 구하는 과정
[시작] 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	[시작] 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
[삭제] 1, 2 , 3, 4 , 5, 6 , 7, 8 , 9, 10 , 11, 12	[삭제] 1 , 2, 3 , 4 , 5, 6 , 7 , 8, 9 , 10 , 11, 12
[판단] 나열된 수의 개수가 6이므로 [삭제]를 다시 수행한다.	[판단] 나열된 수의 개수가 4이므로 [삭제]를 다시 수행한다.
[삭제] 1, 3 , 5, 7 , 9, 11	[삭제] 2, 3 , 8, 11
[판단] 나열된 수의 개수가 3이므로 [삭제]를 다시 수행한다.	[판단] 나열된 수의 개수가 2이므로 [삭제]를 다시 수행한다.
[삭제] 3 , 5, 9	[삭제] 2, 8
[판단] 나열된 수의 개수가 1이므로 과정을 종료한다. $f(12)=5$ 이다.	[판단] 나열된 수의 개수가 1이므로 과정을 종료한다. $g(12)=2$ 이다.

다음 물음에 답하시오. [총 18점]

(1) $f(3 \times 5)$, $g(2^4)$ 의 값을 각각 구하시오. [4점]

(2) $f(240)$, $g(240)$ 의 값을 각각 구하시오. [4점]

- (3) $n = 2 \times q \times r$ 일 때, $f(n) - g(n) = 71$ 을 만족시키는 두 소수 q, r 의 값을 각각 구하고 그 과정을 설명하시오.
(단, $2 < q < r$) [5점]

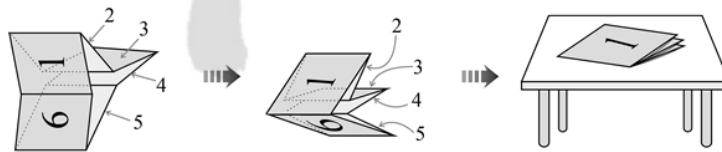
- (4) 자연수 n 이 서로 다른 세 소수의 곱으로 표현될 때, $\frac{8f(n)}{g(n)}$ 이 자연수가 되도록 하는 250 이하의 n 의 값을 구하고 그 과정을 설명하시오. [5점]

6. [그림1]과 같이 합동인 6개의 직사각형 종이에 1부터 6까지의 자연수를 하나씩 순서대로 적고 이 종이들을 이어붙여 육각기둥의 두 밑면을 제거한 모양의 종이를 만든다.



[그림1]

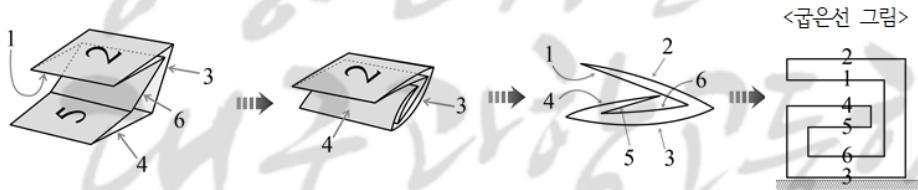
[그림2]와 같이 직사각형의 변을 따라 종이를 접어 직사각형들이 완전히 겹치도록 한 후 이를 탁자에 두었을 때, 가장 위의 직사각형에 적힌 수부터 가장 아래에 있는 직사각형에 적힌 수를 차례대로 읽어 여섯 자리 자연수를 만든다. 예를 들어 [그림2]와 같이 종이를 접어 탁자에 두면 자연수 123456을 만들 수 있다.



[그림2]

종이를 접는 방식 및 접힌 종이를 탁자에 둔 방식에 따라 만들어지는 자연수는 달라진다. 어떤 자연수를 만들 수 있는지 알아보기 위해, [그림3]과 같이 <굽은선 그림>을 이용하여 종이를 접는 방식을 나타낼 수 있다.

<굽은선 그림>에서 가로 방향 선분은 각 직사각형을 나타내고, 세로 방향 선분은 종이의 접는 선을 나타낸다.



[그림3] 214563을 만드는 접는 방법에 대한 <굽은선 그림>

다음 물음에 답하시오. [총 18점]

- (1) 143256을 만드는 접는 방법에 대한 <굽은선 그림>을 하나 그리시오. [2점]

- (2) 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중 143256 과 같이, 2가 5의 왼쪽에 이웃하여 있는 수를 모두 구하고 각각의 수에 대한 <굽은선 그림>을 하나씩 그리시오. [10점]

- (3) [그림4]와 같이 직사각형의 개수를 8로 늘려, 팔각기둥의 두 밑면을 제거한 모양의 종이를 만들고 여덟 자리 자연수를 만든다고 할 때, 43812756 을 만드는 것이 가능한지를 판단하고 그 이유를 설명하시오. [6점]



[그림4]

7. 정육면체 모양의 서로 다른 두 개의 주사위 A, B로 '영재 주사위 세트'를 만들려고 한다. '영재 주사위 세트'란 다음 조건을 만족시키는 주사위 쌍이다.

(가) 두 주사위 A, B의 각 면은  ,  ,  ,  중에서 하나이다.

(나) 주사위 A의 각 면의 눈의 수는 모두 같을 수 없다.

예를 들어, 주사위 A의 각 면이       일 수 없다.

(다) 두 주사위 A, B를 동시에 던져서 나올 수 있는 두 눈의 수의 합에 대한 각각의 확률은 모두 같다.

예를 들어 그림과 같이 각 면이       인 주사위 A와

      인 주사위 B를 동시에 던져서 나올 수 있는 두 눈의 수의 합은 2, 3, 4, 5이고

각각의 확률은 모두 $\frac{1}{4}$ 이므로 이 주사위 쌍은 '영재 주사위 세트'이다.



주사위 A



주사위 B

다음 물음에 답하시오. [총 12점]

- (1) 주사위 B의 각 면의 눈의 수가 모두 같을 때, 만들 수 있는 '영재 주사위 세트'의 개수를 구하고 그 과정을 설명하시오. (단, 주사위의 눈의 배치는 고려하지 않는다.) [4점]

- (2) 주사위 B의 각 면의 눈의 수가 모두 같을 수 없을 때, 만들 수 있는 '영재 주사위 세트'의 개수를 구하고 그 과정을 설명하시오. (단, 주사위의 눈의 배치는 고려하지 않는다.) [8점]

대교학인

거점중리하는
대구과학고등학교

우리는 대한민국의 미래입니다