

영재성검사 II

감독관 확인	(인)
-----------	-----

성명		접수번호	2	3						
----	--	------	---	---	--	--	--	--	--	--

1

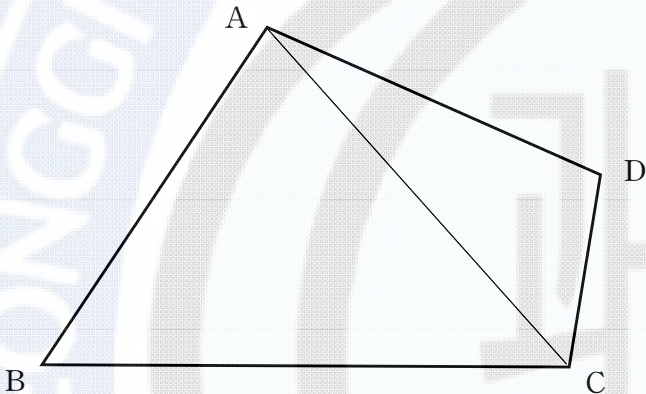
1. 사각형 ABCD의 내부에

$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PBC + \triangle PDA$ (★)

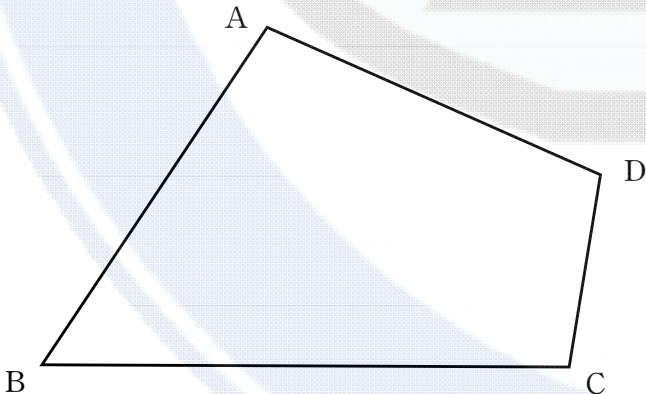
을 만족시키는 점 P가 존재한다.
다음과 같이 단계를 나누어 물음에 답하시오. [총 25점]

1단계: 식 (★)을 만족시키는 점 P의 위치와 그 이유 2단계: 그 외의 점은 식 (★)을 만족시키지 않는 이유
--

(1) 어느 두 변도 서로 평행하지 않은 사각형 ABCD의 대각선 AC 위에서 식 (★)을 만족시키는 점 P의 위치를 있는 대로 찾고, 그 이유를 서술하시오. [10점]



(2) 어느 두 변도 서로 평행하지 않은 사각형 ABCD의 내부에서 식 (★)을 만족시키는 점 P의 위치를 있는 대로 찾고, 그 이유를 서술하시오. [15점]



영재성검사 II

감독관 확인	(인)
-----------	-----

성명

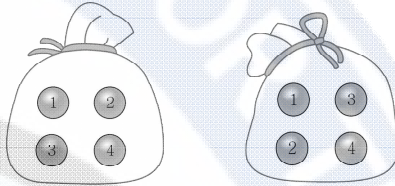
점수번호 2 3

2

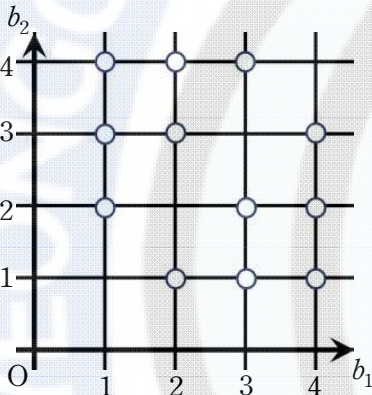
2. 1, 2, 3, 4가 각각 적혀 있는 구슬이 하나씩 들어 있는 두 개의 주머니 A, B가 있다. 주머니 A에서 임의로 구슬 두 개를 차례대로 꺼낼 때, 첫 번째 꺼낸 구슬에 적혀 있는 숫자를 a_1 , 두 번째 꺼낸 구슬에 적혀 있는 숫자를 a_2 라 하자. 마찬가지로 주머니 B에서 임의로 구슬 두 개를 차례대로 꺼낼 때, 첫 번째 꺼낸 구슬에 적혀 있는 숫자를 b_1 , 두 번째 꺼낸 구슬에 적혀 있는 숫자를 b_2 라 하자. 두 정수 m, n 중 최댓값을 $\max(m, n)$ 으로 나타내기로 할 때, 아래 식 (♥)에 대하여 다음 물음에 답하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [총 25점]

$|\max(a_1, a_2) - \max(b_1, b_2)| = \max(|a_1 - b_1|, |a_2 - b_2|)$ (♥)

주머니 A 주머니 B



(1) $a_1 = 3, a_2 = 2$ 일 때, 좌표평면 위에 식 (♥)를 만족시키는 b_1, b_2 의 순서쌍 (b_1, b_2) 에 해당하는 점을 모두 색칠하시오. [5점]



(2) $a_1 > a_2, b_1 < b_2$ 인 모든 a_1, a_2, b_1, b_2 의 순서쌍 (a_1, a_2, b_1, b_2) 에 대하여 식 (♥)가 성립할 수 없는 이유를 서술하시오. [10점]

(3) 식 (♥)를 만족시키는 모든 순서쌍 (a_1, a_2, b_1, b_2) 의 개수를 구하고, 그 과정을 서술하시오. [10점]



영재성검사 II

감독관 확인	(인)
-----------	-----

성명		접수번호	2	3						
----	--	------	---	---	--	--	--	--	--	--

3

3. 다음 대화를 읽고 물음에 답하시오. [총 25점]

석구: 잠이 안 와서 이것저것 생각하다가 수 배열과 관련된 재미있는 사실을 발견했어.
지은: 어떤 사실인지 이야기해 줄래?
석구: 음이 아닌 정수의 배열 $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ 을 써 놓고 이웃하는 수들의 차를 구하는데, 마지막 수는 처음 수와 차를 구했어. 이 수들을 차례로 써서 새로운 배열을 만들었어. 예를 들어, $(12, 7, 4)$ 는 $(|12-7|, |7-4|, |4-12|) = (5, 3, 8)$ 이 되고, $(4, 15)$ 는 $(11, 11)$ 이 돼. 이렇게 배열을 만드는 것을 ‘순환차’라고 할게.
지은: 그러면 순환차를 반복하면 어떻게 돼?
석구: $(4, 15)$ 는 $(11, 11)$ 이 되고, 순환차를 한 번 더 하면 $(0, 0)$ 으로 배열의 모든 수가 0인 0-배열이 되지. 그런데 $(12, 7, 4)$ 는 $(5, 3, 8)$ 이 되고 또 순환차를 반복하면 $(2, 5, 3)$, $(3, 2, 1)$, $(1, 1, 2)$ 가 되는데, 그 다음은 $(0, 1, 1)$, $(1, 0, 1)$, $(1, 1, 0)$ 이 반복되기 때문에 0-배열이 될 수 없어.
지은: 그럼 순환차를 반복하여 0-배열이 되는 배열은 어떤 배열일까?
석구: 궁금하지? 그래서 나도 생각해 보았는데, 0도 짝수로 보고 배열의 각 수를 홀수, 짝수로 구분하여 생각하면 도움이 돼. 그리고 $(ka_1, ka_2, \dots, ka_n)$ 인 경우에는 $k(a_1, a_2, \dots, a_n)$ 으로 쓰는 게 좋을 것 같아.

(1) 음이 아닌 임의의 서로 다른 세 정수 a_1, a_2, a_3 의 배열 (a_1, a_2, a_3) 은 순환차를 아무리 반복해도 0-배열이 되지 않음을 설명하시오. [7점]

(2) 음이 아닌 임의의 네 정수 a_1, a_2, a_3, a_4 의 배열 (a_1, a_2, a_3, a_4) 에 순환차를 네 번 반복하면 모든 수가 짝수인 배열이 됨을 설명하시오. [7점]

(3) 음이 아닌 임의의 네 정수 a_1, a_2, a_3, a_4 의 배열 (a_1, a_2, a_3, a_4) 에 순환차를 반복하면 0-배열이 됨을 설명하시오. [11점]



영재성검사 II

감독관
확인

(인)

성명

접수번호

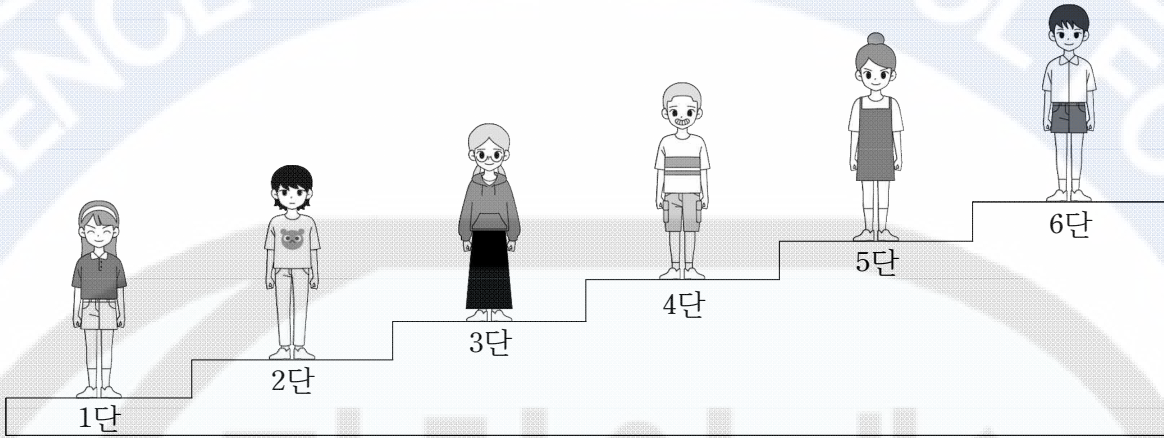
2

3

4

4. 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. [총 25점]

6명의 학생이 여섯 단으로 구성된 계단의 각 단에 1명씩 자리한 후, 아래 규칙에 따라 ‘자리 바꾸기 게임’을 한다.



[규칙 1] i 단에 있는 학생이 $(i+1)$ 단에 있는 학생과 가위바위보를 하여 i 단에 있는 학생이 이기면 두 명은 서로 자리를 바꾸고, i 단에 있는 학생이 지거나 비기면 자리를 바꾸지 않는다. 이것을 ‘자리 결정’이라고 한다.
(단, $i = 1, 2, 3, 4, 5$)

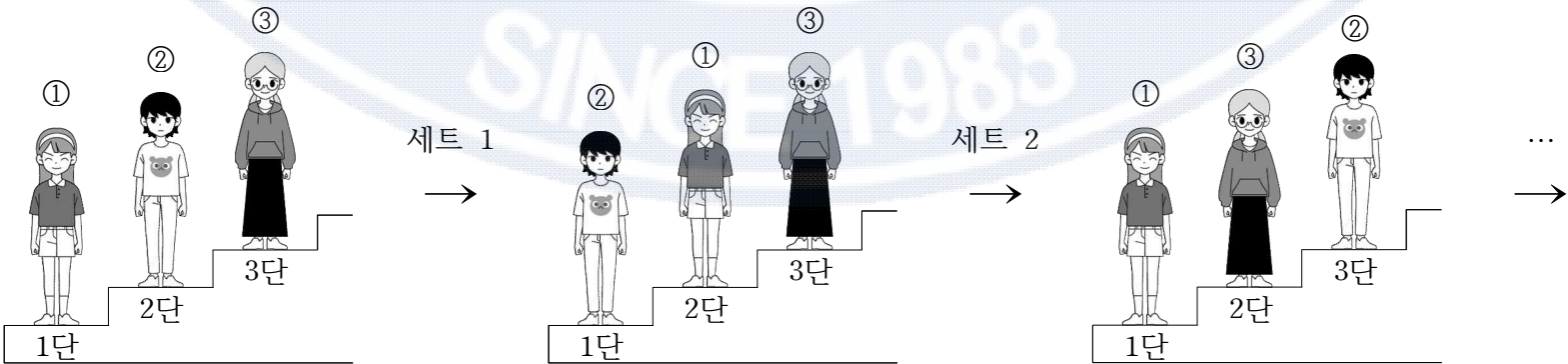
[규칙 2] 1단과 2단에 있는 학생이 자리 결정을 하는 것부터 시작하여 순서대로 5단과 6단에 있는 학생이 자리를 결정하는 것까지 총 다섯 번의 자리 결정을 한다. 이것을 ‘세트’라고 한다.

[규칙 3] 다음 세트는 직전 세트에서 결정된 학생의 자리에서 그대로 시작한다.

게임의 결과를 다음과 같이 표로 나타낸다. 세트 j 의 i 번째 자리 결정에서 i 단에 있는 학생이 $(i+1)$ 단에 있는 학생과 가위바위보를 하여 이기면 O, 지거나 비기면 X를 세트 j 의 가로줄과 i 단의 세로줄이 만나는 칸에 적는다. (단, $i = 1, 2, 3, 4, 5$)
다음은 자리 바꾸기 게임의 1~3단에 있는 세 명의 학생에 대한 예이다.

	1단	2단	3단	4단	5단
세트 1	O	X	X	X	X
세트 2	O	O	X	X	X
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

< 게임 결과표 >



영재성검사 II

감독관
확인

(인)

성명

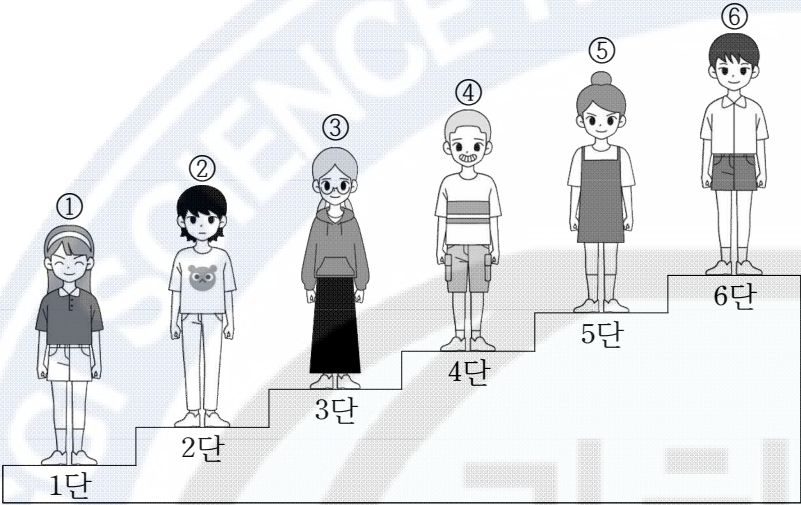
접수번호

2

3

5

(1) 게임 시작 전 학생의 자리와 네 번의 세트를 진행한 게임 결과표가 다음과 같을 때, 각 세트가 끝난 후 각 단계에 자리한 학생의 번호를 쓰시오. [6점]

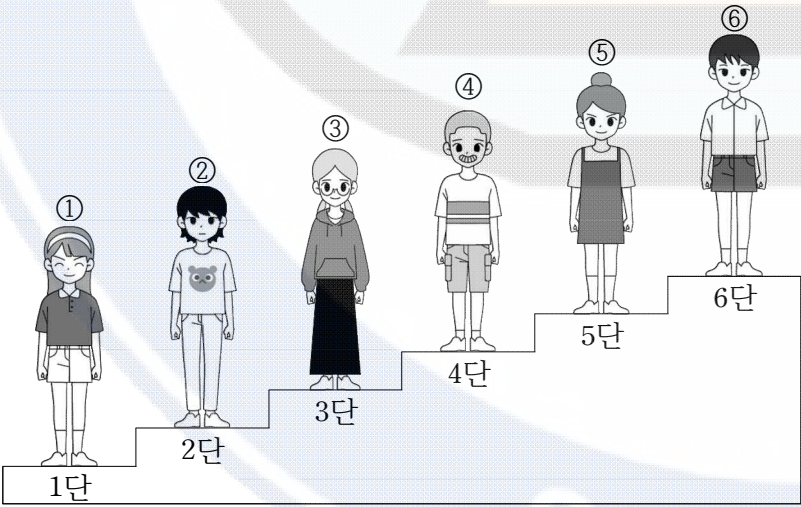


< 게임 시작 전 학생의 자리 >

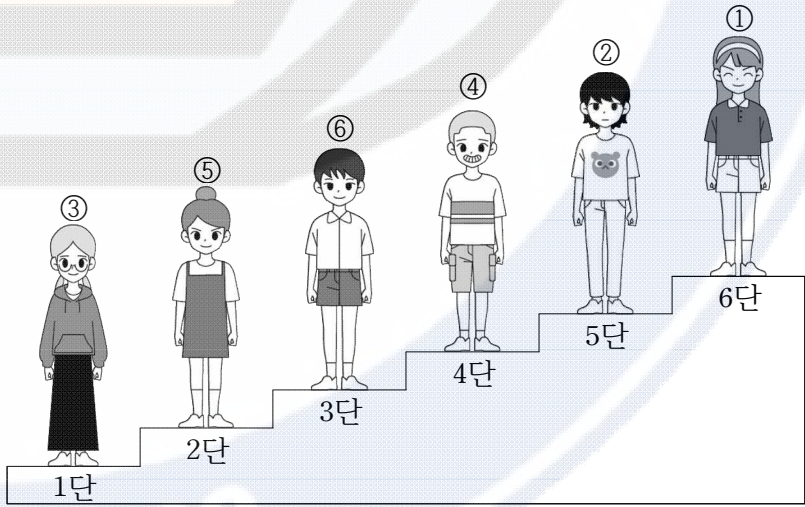
	1단	2단	3단	4단	5단
세트 1	O	X	X	X	O
세트 2	X	X	X	O	X
세트 3	X	X	O	O	O
세트 4	X	O	O	O	X

< 게임 결과표 >

(2) 세 번의 세트를 진행한 게임 종료 후, 학생의 자리가 다음과 같이 변경되었다. 1단의 결과가 아래 <답안란>과 같이 주어졌을 때, 가능한 게임 결과표는 모두 5개이다. 5개의 게임 결과표를 완성하시오. [10점]



< 게임 시작 전 학생의 자리 >



< 게임 종료 후 학생의 자리 >



영재성검사 II

감독관
확인

(인)

성명

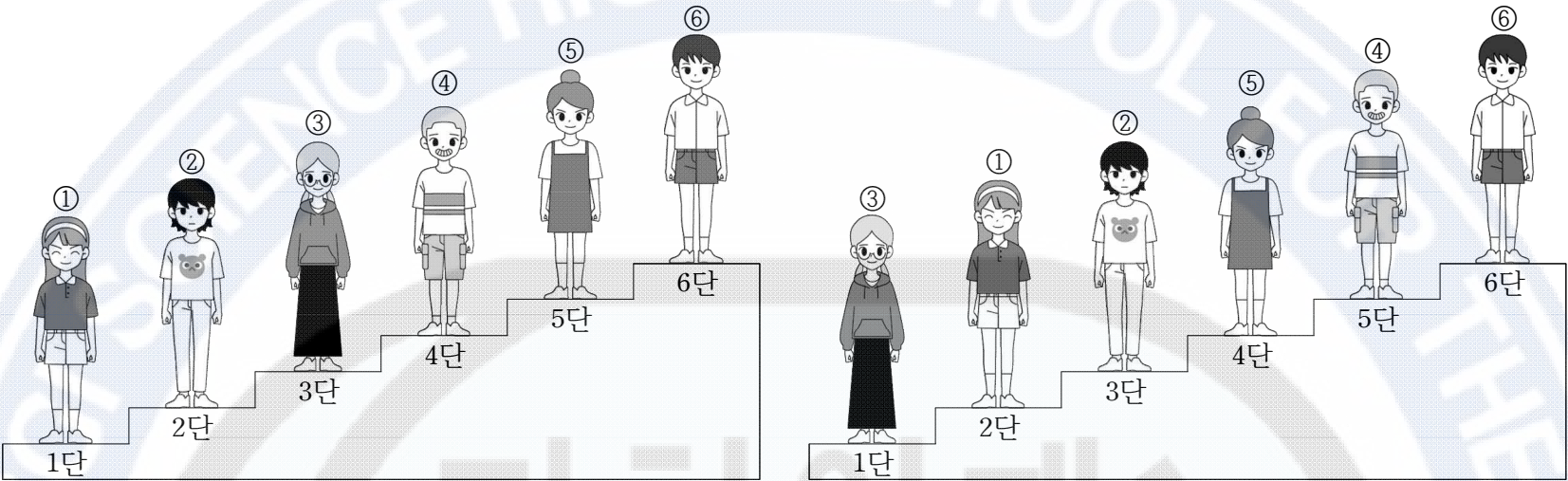
접수번호

2

3

6

(3) 다섯 번의 세트를 진행한 게임 종료 후, 학생의 자리가 다음과 같이 변경되었다. 게임 결과표의 2단에 O, X가 잘못 표시된 칸이 2개 있다. 잘못 표시된 칸을 찾아 수정하고, 그 이유를 서술하시오. [9점]



< 게임 시작 전 학생의 자리 >

< 게임 종료 후 학생의 자리 >

	1단	2단	3단	4단	5단
세트 1	O	O	X	O	X
세트 2	X	O	O	X	X
세트 3	O	O	O	X	O
세트 4	X	X	O	O	X
세트 5	O	O	X	O	O

< 게임 결과표 >

