

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $6 \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

2. 두 집합

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

에 대하여 $n(A \cap B)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

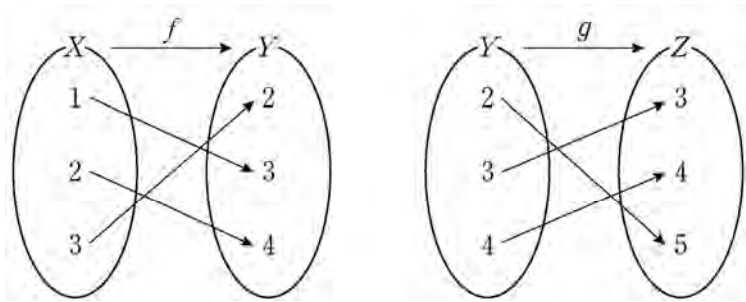
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 1}{3n^2 - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

4. $\log_3 6 - \log_3 2$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 첫째항이 1이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_7}{a_5} = 4$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

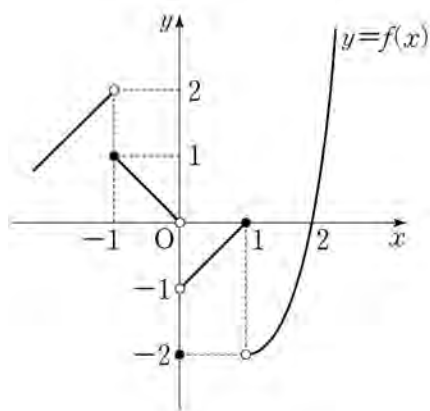
7. 두 사건 A , B 에 대하여

$$P(A) + P(B) = \frac{7}{9}, \quad P(A \cap B) = \frac{2}{9}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{7}{18}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^7 a_k = \sum_{k=1}^6 (a_k + 1)$$

을 만족시킬 때, a_7 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

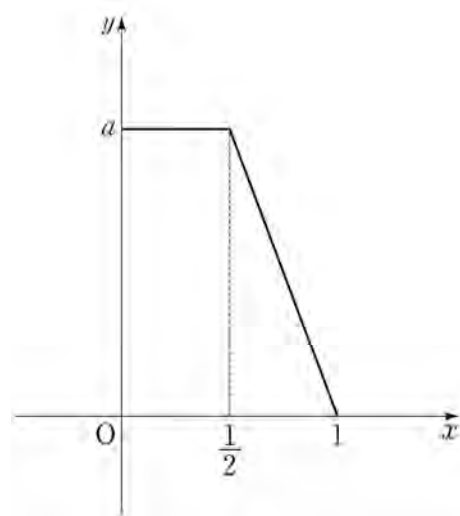
10. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)f(x)}{x - 2} = 12$$

를 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 1$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{10}{9}$ ② $\frac{11}{9}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{13}{9}$ ⑤ $\frac{14}{9}$

12. 정수 x 에 대한 조건

$$p: x(x-11) \geq 0$$

에 대하여 조건 $\sim p$ 의 진리집합의 원소의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

13. 어느 학급 학생 20명을 대상으로 과목 A와 과목 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 과목 A와 과목 B 중 하나를 선택하였고, 각 학생이 선택한 과목별 인원수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	과목 A	과목 B	합계
남학생	3	7	10
여학생	5	5	10
합계	8	12	20

이 조사에 참여한 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 남학생일 때, 이 학생이 과목 B를 선택한 학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{13}{20}$
- ② $\frac{7}{10}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ $\frac{4}{5}$
- ⑤ $\frac{17}{20}$

14. 첫째항이 4이고 공차가 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}} + \sqrt{a_k}}$$

의 값은? [4점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

15. 어느 공항에서 처리되는 각 수하물의 무게는 평균이 18kg, 표준편차가 2kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공항에서 처리되는 수하물 중에서 임의로 한 개를 선택할 때, 이 수하물의 무게가 16kg 이상이고 22kg 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

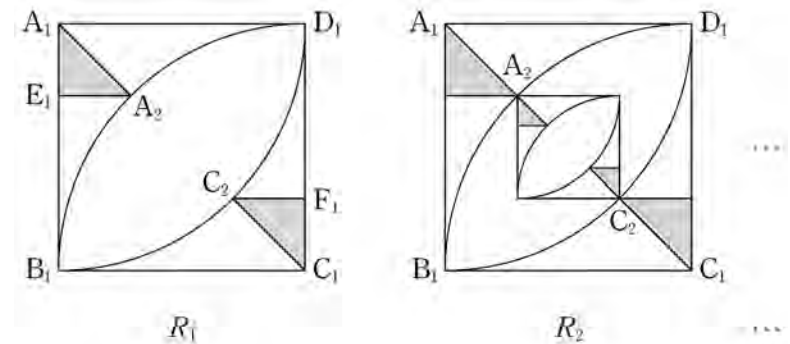
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.7745
 ④ 0.8185 ⑤ 0.9104

16. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 안에 꼭짓점 A_1, C_1 을 중심으로 하고 선분 A_1B_1, C_1D_1 을 반지름으로 하는 사분원을 각각 그린다. 선분 A_1C_1 이 두 사분원과 만나는 점 중 점 A_1 과 가까운 점을 A_2 , 점 C_1 과 가까운 점을 C_2 라 하자. 선분 A_1D_1 에 평행하고 점 A_2 를 지나는 직선이 선분 A_1B_1 과 만나는 점을 E_1 , 선분 B_1C_1 에 평행하고 점 C_2 를 지나는 직선이 선분 C_1D_1 과 만나는 점을 F_1 이라 하자. 삼각형 $A_1E_1A_2$ 와 삼각형 $C_1F_1C_2$ 를 그린 후 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 선분 A_2C_2 를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 정사각형 안에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 두 개의 사분원과 두 개의 삼각형을 그리고 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

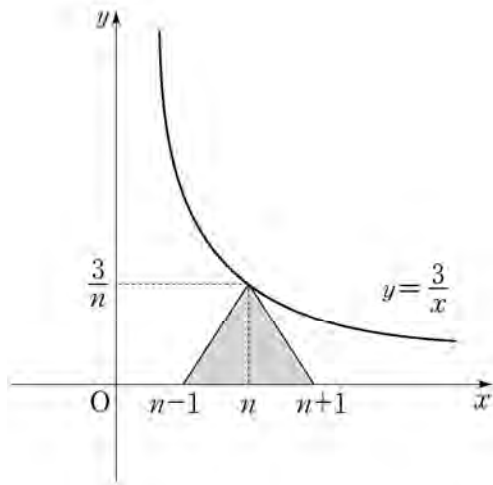
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{12}(\sqrt{2}-1)$ ② $\frac{1}{6}(\sqrt{2}-1)$ ③ $\frac{1}{4}(\sqrt{2}-1)$
 ④ $\frac{1}{3}(\sqrt{2}-1)$ ⑤ $\frac{5}{12}(\sqrt{2}-1)$

17. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 위의 점 $\left(n, \frac{3}{n}\right)$ 과 두 점 $(n-1, 0), (n+1, 0)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{9}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은? [4점]

- ① 410 ② 420 ③ 430 ④ 440 ⑤ 450



18. 1부터 n 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 n 장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 서로 다른 4장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 4장에 적힌 수 중 가장 큰 수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, $n \geq 4$)

자연수 $k (4 \leq k \leq n)$ 에 대하여 확률변수 X 의 값이 k 일 확률은 1부터 $k-1$ 까지의 자연수가 적혀 있는 카드 중에서 서로 다른 3장의 카드와 k 가 적혀 있는 카드를 선택하는 경우의 수를 전체 경우의 수로 나누는 것이므로

$$P(X=k) = \frac{\boxed{\text{(가)}}}{{}_nC_4}$$

이다. 자연수 $r (1 \leq r \leq k)$ 에 대하여

$${}_kC_r = \frac{k}{r} \times {}_{k-1}C_{r-1}$$

이므로

$$k \times \boxed{\text{(가)}} = 4 \times \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 그러므로

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=4}^n \{k \times P(X=k)\} \\ &= \frac{1}{{}_nC_4} \sum_{k=4}^n (k \times \boxed{\text{(가)}}) \\ &= \frac{4}{{}_nC_4} \sum_{k=4}^n \boxed{\text{(나)}} \end{aligned}$$

이다.

$$\sum_{k=4}^n \boxed{\text{(나)}} = {}_{n+1}C_5$$

이므로

$$E(X) = (n+1) \times \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

- 위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $a \times f(6) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

19. 각 자리의 수가 0이 아닌 네 자리의 자연수 중
각 자리의 수의 합이 7인 모든 자연수의 개수는? [4점]

- ① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

20. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $x = -2$ 에서 극댓값을 갖는다.
(나) $f'(-3) = f'(3)$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

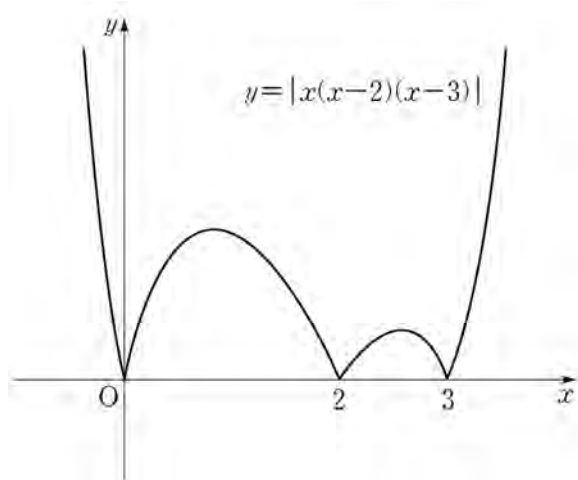
- ㄱ. 도함수 $f'(x)$ 는 $x=0$ 에서 최솟값을 갖는다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=f(2)$ 는 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선은
점 $(2, f(2))$ 를 지난다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값은? [4점]

(가) 방정식 $f(x)=0$ 의 실근은 0, 2, 3뿐이다.
 (나) 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $|x(x-2)(x-3)|$ 중
 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 실수
 전체의 집합에서 미분가능하다.

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



단답형

22. ${}_7C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\int_0^3 (x^2 - 4x + 11) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = 2x - 13$ 에 대하여 $f^{-1}(7)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 흰 공 2개, 빨간 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & (x < 1) \\ x^4 + a & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

27. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여

$$X \cup A = X, \quad X \cap B^C = X$$

를 만족시키는 U 의 모든 부분집합 X 의 개수를 구하시오.

[4점]

28. 함수 $f(x) = 4x^2 + 6x + 32$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} f\left(\frac{k}{n}\right)$$

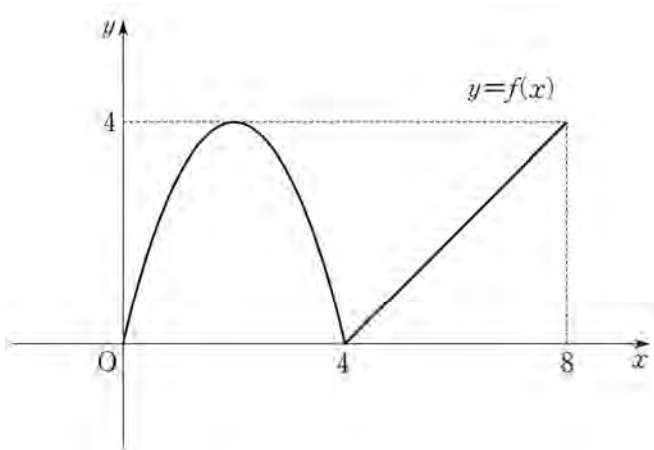
의 값을 구하시오. [4점]

29. 구간 $[0, 8]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x(x-4) & (0 \leq x < 4) \\ x-4 & (4 \leq x \leq 8) \end{cases}$$

이다. 실수 $a(0 \leq a \leq 4)$ 에 대하여 $\int_a^{a+4} f(x)dx$ 의 최솟값은

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 영역

$$\left\{ (x, y) \mid 0 \leq x \leq n, 0 \leq y \leq \frac{\sqrt{x+3}}{2} \right\}$$

에 포함되는 정사각형 중에서 다음 조건을 만족시키는 모든 정사각형의 개수를 $f(n)$ 이라 하자.

- (가) 각 꼭짓점의 x 좌표, y 좌표가 모두 정수이다.
(나) 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 이하이다.

예를 들어 $f(14) = 15$ 이다. $f(n) \leq 400$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.