

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터  $\vec{a} = (2, -1)$ ,  $\vec{b} = (1, 3)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 방정식  $3^{x+1} = 27$ 을 만족시키는 실수  $x$ 의 값은? [2점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 좌표공간에서 두 점  $A(1, 3, -6)$ ,  $B(7, 0, 3)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 2:1로 내분하는 점의 좌표가  $(a, b, 0)$ 이다.  $a+b$ 의 값은? [2점]

① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 배반사건이고

$P(A) = \frac{1}{6}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? [3점]

①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{5}{12}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

5.  $\cos(\alpha + \beta) = \frac{5}{7}$ ,  $\cos \alpha \cos \beta = \frac{4}{7}$  일 때,  $\sin \alpha \sin \beta$ 의 값은?  
[3점]

- ①  $-\frac{1}{7}$ 
 ②  $-\frac{2}{7}$ 
 ③  $-\frac{3}{7}$
- ④  $-\frac{4}{7}$ 
 ⑤  $-\frac{5}{7}$

6.  $\int_0^3 \frac{2}{2x+1} dx$ 의 값은? [3점]

①  $\ln 5$ 
 ②  $\ln 6$ 
 ③  $\ln 7$

④  $3\ln 2$ 
 ⑤  $2\ln 3$

7.  $0 \leq x < 2\pi$  일 때, 방정식

$$2\sin^2 x + 3\cos x = 3$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ①  $\frac{\pi}{2}$ 
 ②  $\pi$ 
 ③  $\frac{3\pi}{2}$
- ④  $2\pi$ 
 ⑤  $\frac{5\pi}{2}$

8. 두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 에 대하여  $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=3$ 이고, 두 벡터  $6\vec{a} + \vec{b}$ 와  $\vec{a} - \vec{b}$ 가 서로 수직일 때,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{3}{10}$                       ②  $-\frac{3}{5}$                       ③  $-\frac{9}{10}$   
 ④  $-\frac{6}{5}$                       ⑤  $-\frac{3}{2}$

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(2x+1) = (x^2+1)^2$$

을 만족시킬 때,  $f'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

10. 어느 실험실의 연구원이 어떤 식물로부터 하루 동안 추출하는 호르몬의 양은 평균이 30.2mg, 표준편차가 0.6mg인 정규분포를 따른다고 한다. 어느 날 이 연구원이 하루 동안 추출한 호르몬의 양이 29.6mg 이상이고 31.4mg 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

| $z$ | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 0.5 | 0.1915               |
| 1.0 | 0.3413               |
| 1.5 | 0.4332               |
| 2.0 | 0.4772               |

- ① 0.3830                      ② 0.5328                      ③ 0.6247  
 ④ 0.7745                      ⑤ 0.8185

11. 함수  $f(x) = \log_3 x$  에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h}$  의 값은?  
[3점]

①  $\frac{1}{2\ln 3}$

②  $\frac{2}{3\ln 3}$

③  $\frac{5}{6\ln 3}$

④  $\frac{1}{\ln 3}$

⑤  $\frac{7}{6\ln 3}$

12. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로  $a, b$ 라 하자. 두 수의 곱  $ab$ 가 6의 배수일 때, 이 두 수의 합  $a+b$ 가 7일 확률은? [3점]

①  $\frac{1}{5}$

②  $\frac{7}{30}$

③  $\frac{4}{15}$

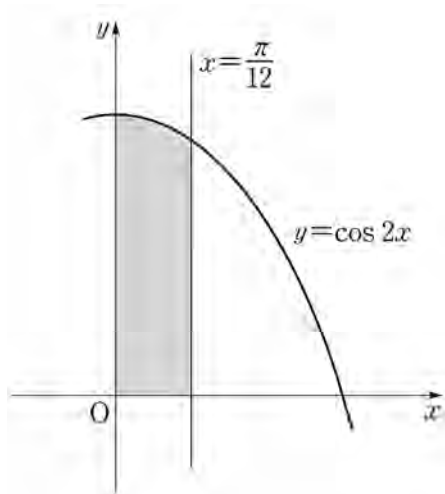
④  $\frac{3}{10}$

⑤  $\frac{1}{3}$

13. 함수  $y = \cos 2x$ 의 그래프와  $x$ 축,  $y$ 축 및 직선  $x = \frac{\pi}{12}$ 로

둘러싸인 영역의 넓이가 직선  $y = a$ 에 의하여 이등분될 때,  
상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2\pi}$       ②  $\frac{1}{\pi}$       ③  $\frac{3}{2\pi}$       ④  $\frac{2}{\pi}$       ⑤  $\frac{5}{2\pi}$



14. 매개변수  $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = t - \frac{2}{t}, \quad y = t^2 + \frac{2}{t^2}$$

에서  $t = 1$  일 때,  $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{2}{3}$       ②  $-1$       ③  $-\frac{4}{3}$   
④  $-\frac{5}{3}$       ⑤  $-2$

15. 각 자리의 수가 0이 아닌 네 자리의 자연수 중  
 각 자리의 수의 합이 7인 모든 자연수의 개수는? [4점]
- ① 11      ② 14      ③ 17      ④ 20      ⑤ 23

16. 직사각형 ABCD의 내부의 점 P가
- $$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{CA}$$
- 를 만족시킨다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른  
 것은? [4점]
- <보 기>—

ㄱ.  $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{CP}$

ㄴ.  $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

ㄷ. 삼각형 ADP의 넓이가 3이면 직사각형 ABCD의  
 넓이는 8이다.
- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



17. 1부터  $n$ 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는  $n$ 장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 서로 다른 4장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 4장에 적힌 수 중 가장 큰 수를 확률변수  $X$ 라 하자. 다음은  $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단,  $n \geq 4$ )

자연수  $k(4 \leq k \leq n)$ 에 대하여 확률변수  $X$ 의 값이  $k$ 일 확률은 1부터  $k-1$ 까지의 자연수가 적혀 있는 카드 중에서 서로 다른 3장의 카드와  $k$ 가 적혀 있는 카드를 선택하는 경우의 수를 전체 경우의 수로 나누는 것이므로

$$P(X=k) = \frac{\boxed{\text{(가)}}}{{}_nC_4}$$

이다. 자연수  $r(1 \leq r \leq k)$ 에 대하여

$${}_kC_r = \frac{k}{r} \times {}_{k-1}C_{r-1}$$

이므로

$$k \times \boxed{\text{(가)}} = 4 \times \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 그러므로

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=4}^n \{k \times P(X=k)\} \\ &= \frac{1}{{}_nC_4} \sum_{k=4}^n (k \times \boxed{\text{(가)}}) \\ &= \frac{4}{{}_nC_4} \sum_{k=4}^n \boxed{\text{(나)}} \end{aligned}$$

이다.

$$\sum_{k=4}^n \boxed{\text{(나)}} = {}_{n+1}C_5$$

이므로

$$E(X) = (n+1) \times \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를  $a$ 라 할 때,  $a \times f(6) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 40      ② 45      ③ 50      ④ 55      ⑤ 60

18. 좌표공간에 점  $P(0, 0, 4)$ 가 있고  $xy$ 평면 위의 원  $x^2 + y^2 = 4$  위에 두 점  $A, B$ 가 있다. 평면  $ABP$ 의 법선벡터가  $\vec{n} = (2, -2, 1)$ 일 때, 선분  $AB$ 의 길이는? [4점]

- ①  $\sqrt{6}$       ②  $2\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{10}$       ④  $2\sqrt{3}$       ⑤  $\sqrt{14}$

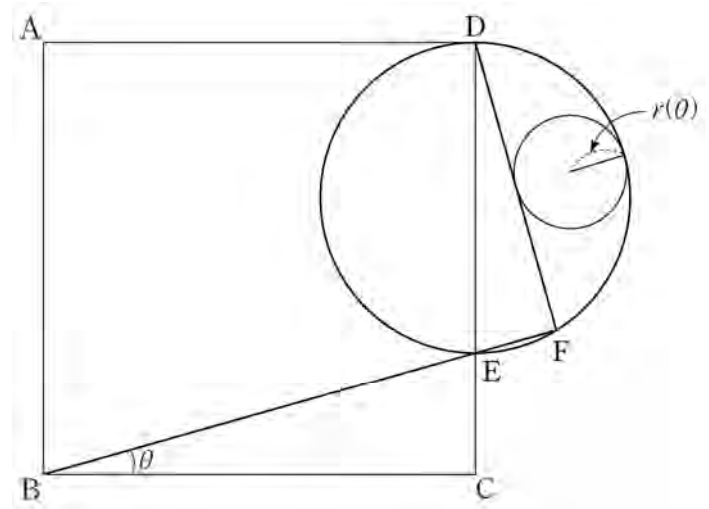
19. 서로 다른 과일 5개를 3개의 그릇 A, B, C에 남김없이 담으려고 할 때, 그릇 A에는 과일 2개만 담는 경우의 수는? (단, 과일을 하나도 담지 않은 그릇이 있을 수 있다.) [4점]

- ① 60      ② 65      ③ 70      ④ 75      ⑤ 80

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 변 CD 위의 점 E에 대하여 선분 DE를 지름으로 하는 원과 직선 BE가 만나는 점 중 E가 아닌 점을 F라 하자.

$\angle EBC = \theta$ 라 할 때, 점 E를 포함하지 않는 호 DF를 이등분하는 점과 선분 DF의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 반지름의 길이를  $r(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}-} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4} - \theta}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]



- ①  $\frac{1}{7}(2 - \sqrt{2})$       ②  $\frac{1}{6}(2 - \sqrt{2})$       ③  $\frac{1}{5}(2 - \sqrt{2})$   
 ④  $\frac{1}{4}(2 - \sqrt{2})$       ⑤  $\frac{1}{3}(2 - \sqrt{2})$



21. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 가 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} (가) \quad & \left( \frac{f(x)}{x} \right)' = x^2 e^{-x^2} \\ (나) \quad & g(x) = \frac{4}{e^4} \int_1^x e^{t^2} f(t) dt \end{aligned}$$

$f(1) = \frac{1}{e}$  일 때,  $f(2) - g(2)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{16}{3e^4}$       ②  $\frac{6}{e^4}$       ③  $\frac{20}{3e^4}$       ④  $\frac{22}{3e^4}$       ⑤  $\frac{8}{e^4}$

단답형

22.  ${}_7C_2$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 곡선  $y = \log_2(x+5)$ 의 점근선이 직선  $x = k$ 이다.  $k^2$ 의 값을 구하십시오. (단,  $k$ 는 상수이다.) [3점]

24. 흰 공 2개, 빨간 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다.  
이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때,  
꺼낸 2개의 공이 모두 흰 공일 확률이  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의  
값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

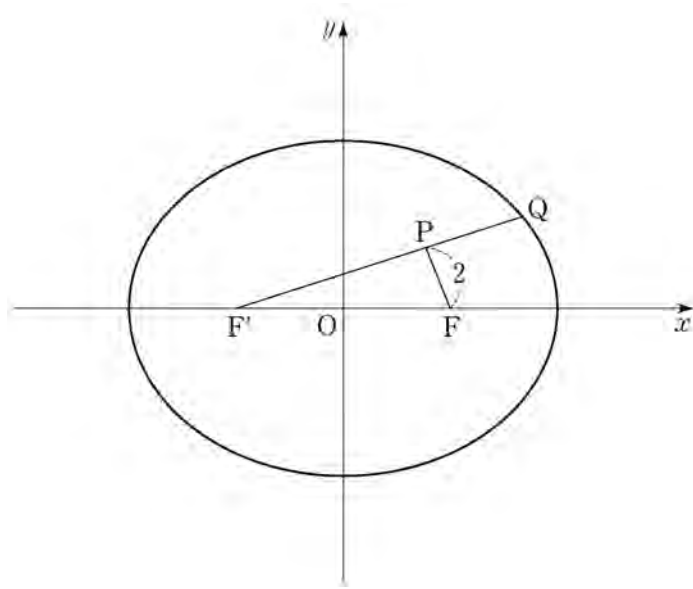
25. 좌표평면에서 초점이 F인 포물선  $x^2=4y$  위의 점 A가  
 $\overline{AF}=10$ 을 만족시킨다. 점 B(0, -1)에 대하여  $\overline{AB}=a$ 일 때,  
 $a^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수  $f(x)=2x+\sin x$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때, 곡선  $y=g(x)$   
위의 점  $(4\pi, 2\pi)$ 에서의 접선의 기울기는  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을  
구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 그림과 같이 타원  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$ 의 두 초점은  $F, F'$ 이고, 제1사분면에 있는 두 점  $P, Q$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{PF} = 2$   
 (나) 점  $Q$ 는 직선  $PF'$ 과 타원의 교점이다.

삼각형  $PFQ$ 의 둘레의 길이와 삼각형  $PF'F$ 의 둘레의 길이의 합을 구하시오. [4점]



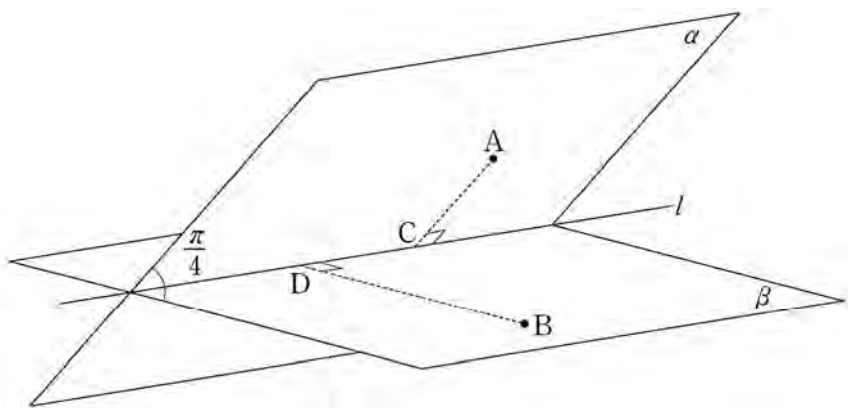
28. 어느 고등학교에서 대중교통을 이용하여 등교하는 학생의 비율을 알아보기 위하여 이 고등학교 학생 중  $n$ 명을 임의추출하여 조사한 결과 50%의 학생이 대중교통을 이용하여 등교하는 것으로 나타났다. 이 결과를 이용하여 구한 이 고등학교 전체 학생 중에서 대중교통을 이용하여 등교하는 학생의 비율  $p$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이  $a \leq p \leq b$ 이다.  $b - a = 0.14$ 일 때,  $n$ 의 값을 구하시오. (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

29. 그림과 같이 직선  $l$ 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가

$\frac{\pi}{4}$ 인 두 평면  $\alpha$ 와  $\beta$ 가 있고, 평면  $\alpha$  위의 점 A와 평면  $\beta$  위의 점 B가 있다. 두 점 A, B에서 직선  $l$ 에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자.  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{AD} = \sqrt{3}$  이고

직선 AB와 평면  $\beta$ 가 이루는 각의 크기가  $\frac{\pi}{6}$ 일 때,

사면체 ABCD의 부피는  $a+b\sqrt{2}$ 이다.  $36(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 유리수이다.) [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = |2\sin(x+2|x|)+1|$$

에 대하여 함수  $h(x) = f(g(x))$ 는 실수 전체의 집합에서 이계도함수  $h''(x)$ 를 갖고,  $h''(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.  $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.