2022학년도

모의논술고사 문제지(자연계)

경희대학교

[온라인]

지원학부(과) (　　　　) 수험번호 ☐☐☐☐☐ 성 명 (　　　　)

<유의사항>

1. 제목은 쓰지 마시고 특별한 표시를 하지 마시오.
2. 제시문 속의 문장을 그대로 쓰지 마시오.
3. 답안지에 답안과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마시오.(예: 감사합니다. 등)
4. 답안 정정 시에는 두줄을 긋고 작성하며, 수정도구(수정액 또는 스티커) 사용은 절대 불가합니다.
5. 답안 작성은 답안지 인쇄된 부분을 이용하여 반드시 논제당 1쪽 이내로 작성하시오.
6. **자연계 문제지는 총 3쪽입니다.**

제시문 [가]~[사]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

[가] 하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타내는 인수분해는 다항식의 전개 과정을 거꾸로 생각한 것이다. 다음 인수분해 공식은 곱셈 공식에서 얻은 것이다.

(1) $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

(2) $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

(3) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

(4) $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

(5) $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

[나] 함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 임의의 두 수 x_1, x_2에 대하여 $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)<f(x_2)$이면 함수 $f(x)$는 그 구간에서 증가한다고 한다. 또, $x_1<x_2$일 때 $f(x_1)>f(x_2)$이면 $f(x)$는 그 구간에서 감소한다고 한다. 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분이 가능할 때, 그 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여

(1) $f'(x)>0$이면 $f(x)$는 그 열린구간에서 증가한다.

(2) $f'(x)<0$이면 $f(x)$는 그 열린구간에서 감소한다.

[다] 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서

(1) $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

(2) $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

[라] 함수 $f(x)$에서 x의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 L에 한없이 가까워지면 이것을 기호로

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=L \qquad \text{또는} \qquad x\to-\infty\text{일 때 } f(x)\to L$$

과 같이 나타낸다.

[마] 어떤 시행에서 사건 A가 일어날 가능성을 수로 나타낸 것을 사건 A의 확률이라 하며, 이것을 기호로 $\mathrm{P}(A)$와 같이 나타낸다. 표본공간이 S인 어떤 시행에서 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대될 때, 사건 A가 일어날 확률 $\mathrm{P}(A)$를 $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$로 정의하고, 이것을 표본공간 S에서 사건 A가 일어날 수학적 확률이라고 한다.

< 뒷면에 계속 >

[바] 사인법칙

삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$의 크기를 A, B, C로 나타내고, 이들의 대변의 길이를 각각 a, b, c로 나타내기로 한다. 이 때, 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 다음 법칙이 성립한다.

$$\frac{\mathrm{a}}{\sin \mathrm{A}}=\frac{\mathrm{b}}{\sin \mathrm{B}}=\frac{\mathrm{c}}{\sin \mathrm{C}}=2\mathrm{R}$$

[사] 삼각함수의 덧셈정리

(1) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$, $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$,

(2) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$, $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$,

(3) $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$, $\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$.

[논제 1]

(1) $x^2+y^2=1$을 만족하는 실수 x, y에 대하여 $100x^2+240xy$의 최댓값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) 삼차함수 $f(x)=4x^3+ax^2+bx+c$ $(a, b, c$ 상수)에 대하여 함수 $g(x)=f(e^x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(ㄱ) 모든 실수 x에 대하여 $g'(x)=e^{4x}g'(-x)$이다.

(ㄴ) $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-9a$이다.

(ㄷ) 함수 $g(x)$는 최소한 하나의 극값을 가진다.

이러한 모든 함수 $g(x)$에 대하여, 함수 $h(x)=g(x)-2(a^2+6)e^x$의 최솟값이 최대가 되는 a의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

[논제 2]

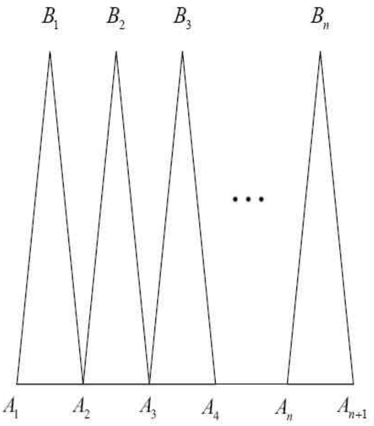
정수가 적힌 공이 여러 개 들어있는 세 개의 상자 A, B, C가 있다. 상자 A, B, C에서 각각 임의로 1개씩의 공을 꺼냈을 때, 상자 A에서 꺼낸 공에 적힌 수를 a, 상자 B에서 꺼낸 공에 적힌 수를 b, 상자 C에서 꺼낸 공에 적힌 수를 c라 하자.

(1) 상자 A에 0, 1, 2, 3, 4, 5가 각각 적힌 공 6개가, 상자 B에 1, 2, 3, 4, 5가 각각 적힌 공 5개가, 상자 C에 1, -1이 각각 적힌 공 2개가 들어있는 경우, 이차방정식 $x^2-ax+bc=0$이 서로 다른 2개의 정수해를 갖는 경우의 수를 구하여라. (10점)

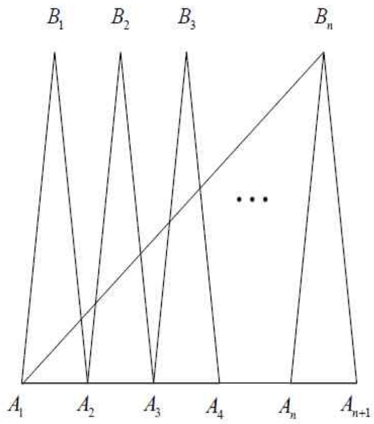
(2) 상자 A에 2부터 16까지 자연수가 각각 하나씩 적힌 15개의 공이, 상자 B에 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19가 각각 적힌 8개의 공이, 상자 C에 1, -1이 각각 적힌 2개의 공이 들어있는 경우를 생각하자. 이차방정식 $x^2-ax+bc=0$이 서로 다른 2개의 정수해를 가질 확률을 구하여라. (15점)

< 뒷면에 계속 >

[논제 3]



[그림 1-1]



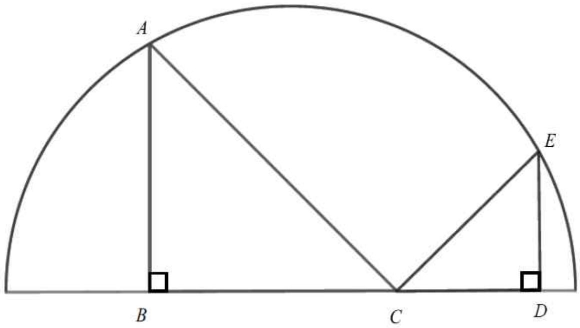
[그림 1-2]

양의 실수 a와 자연수 n에 대하여, 길이가 a인 선분 A_1A_{n+1} 위에 합동인 이등변삼각형 n개를 [그림 1-1]과 같이 세워놓았다. 각각의 $i=1, 2, \cdots, n$에 대하여, 삼각형 $A_iB_iA_{i+1}$는 $\overline{A_iB_i}=\overline{A_{i+1}B_i}=a$인 이등변삼각형이고 선분 A_iA_{i+1}은 선분 A_1A_{n+1} 위에 있다. 또한 각각의 $i=1, 2, \cdots, n-1$에 대하여 삼각형 $A_iB_iA_{i+1}$과 삼각형 $A_{i+1}B_{i+1}A_{i+2}$는 한 점 A_{i+1}에서만 만난다. 삼각형들로 둘러싸인 영역을 R_n이라 할 때 다음 물음에 답하시오.

(1) R_n의 넓이 S_n을 a와 n에 관하여 표현하고, $\lim_{n \to \infty} S_n$을 구하시오. 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) [그림 1-2]와 같이 점 A_1과 점 B_n을 연결한 선분 A_1B_n으로 R_n을 자를 때, 선분 A_1B_n 위에 있는 삼각형들의 넓이의 합을 T_n이라 하자. T_n을 a와 n에 관하여 표현하고, $\lim_{n \to \infty} T_n$을 구하시오. 그 근거를 논술하시오. (15점)

[논제 4]



[그림 2]

반지름이 r인 반원과 두 개의 삼각형이 [그림 2]와 같이 주어져 있다. 삼각형 ABC는 $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$이고 $\overline{AB}=\overline{BC}$이며, 삼각형 CDE는 $\angle CDE=\frac{\pi}{2}$이고 $\overline{CD}=\overline{DE}$인 직각이등변삼각형이다. 변 BC와 변 CD는 반원의 지름 위에 있으며, 점 A와 점 E는 반원의 호 위에 있고, 두 삼각형은 한 점 C에서만 만날 때 다음 물음에 답하시오.

(1) 두 삼각형의 넓이의 합의 최댓값을 구하고 그 근거를 서술하시오. (15점)

(2) 두 삼각형의 둘레의 길이의 합의 최댓값을 구하고 그 근거를 서술하시오. (10점)

< 끝 >